

目 录

主要符号表	(1)
第一章 经典内弹道学基础	(4)
§ 1.1 火炮内弹道系统	(4)
§ 1.2 火炮火药燃烧规律	(6)
§ 1.3 火药燃气状态方程	(9)
§ 1.4 弹丸运动方程	(10)
§ 1.5 能量方程及火炮系统效率	(11)
§ 1.6 内弹道基本方程的气体动力学推导	(14)
§ 1.7 内弹道零维模型——空间平均参数方程组	(17)
§ 1.8 内弹道解法及实践	(19)
§ 1.9 内弹道设计	(22)
参考文献	(24)
第二章 内弹道零维模型计算编码	(25)
§ 2.1 无量纲化的内弹道方程组	(25)
§ 2.2 龙格—库塔法在解内弹道方程中的应用	(26)
§ 2.3 特殊点的计算	(29)
§ 2.4 框图及源程序	(30)
§ 2.5 例题计算	(37)
参考文献	(38)
第三章 内弹道气动力模型的近似解	(39)
§ 3.1 引言	(39)
§ 3.2 比例膨胀假设	(39)
§ 3.3 不考虑后坐情况下弹后空间的压力分布	(42)
§ 3.4 拉格朗日假设下的弹后空间压力分布	(47)
§ 3.5 毕杜克极限解	(49)
§ 3.6 有气流流出情况下膛内压力分布	(57)
§ 3.7 考虑膛内面积变化的膛内压力换算关系	(60)
§ 3.8 分析与讨论	(65)
参考文献	(68)
第四章 内弹道准两相流体力学模型	(69)
§ 4.1 引言	(69)
§ 4.2 内弹道准两相流体力学模型	(70)
§ 4.3 $\beta=1$ 条件下内弹道气动力数学模型	(76)
§ 4.4 拉格朗日坐标下的内弹道气动力数学模型	(78)

§ 4.5	均相流内弹道气动力基本方程的特征线和特征方程	(81)
§ 4.6	混合装药内弹道气动力模型及计算	(86)
§ 4.7	空包弹发射枪榴弹内弹道气动力模型的计算	(95)
参考文献		(100)
第五章	内弹道两相流体力学模型	(101)
§ 5.1	引言	(101)
§ 5.2	运动控制体及其平衡方程	(102)
§ 5.3	内弹道两相流平衡方程	(104)
§ 5.4	混合装药内弹道多相流数学模型	(116)
§ 5.5	辅助方程	(118)
§ 5.6	平衡方程的特征线及相容性方程	(130)
§ 5.7	定解条件	(136)
§ 5.8	多维两相内弹道数学模型	(137)
§ 5.9	内弹道两相流模型的数值计算	(140)
参考文献		(146)
第六章	膛内压力波现象及机理	(149)
§ 6.1	引言	(149)
§ 6.2	膛内压力波形成的机理	(150)
§ 6.3	压力波实验结果的定量研究	(154)
§ 6.4	压力波动力学模拟	(159)
§ 6.5	脉冲 X 光技术探测膛内药床运动及压缩现象	(163)
§ 6.6	颗粒床应力波的一维理论	(164)
§ 6.7	影响压力波因素分析	(166)
§ 6.8	抑制压力波的技术措施	(174)
参考文献		(175)
第七章	膛内压力波的数值模拟	(177)
§ 7.1	引言	(177)
§ 7.2	拟合坐标系下内弹道两相流方程组	(178)
§ 7.3	多孔介质模型	(181)
§ 7.4	压力波的数值计算方法	(188)
§ 7.5	海 30mm 火炮压力波模拟结果及分析	(194)
§ 7.6	100mm 滑膛炮压力波模拟结果	(196)
§ 7.7	小颗粒高密实装药床中压力波的数值模拟	(197)
参考文献		(200)
第八章	火炮火药的点火理论	(201)
§ 8.1	点火问题概述	(201)
§ 8.2	点火模型及判据	(205)
§ 8.3	综合点火模型数值分析	(210)
§ 8.4	黑火药的点火性能	(217)

§ 8.5 中心点火管数学物理模型及计算	(219)
参考文献	(224)
第九章 液体发射药火炮内弹道理论	(225)
§ 9.1 引言	(225)
§ 9.2 液体燃料的物理化学性能	(226)
§ 9.3 液体发射药火炮的内弹道循环	(230)
§ 9.4 再生式液体发射药火炮内弹道零维模型	(235)
§ 9.5 再生式液体发射药火炮内弹道拉格朗日问题	(243)
§ 9.6 计算例题	(246)
§ 9.7 再生式液体发射药火炮气液两相流内弹道数学模型	(248)
§ 9.8 液体发射药火炮的点火	(253)
参考文献	(256)
第十章 超高速火炮内弹道理论	(257)
§ 10.1 影响弹丸初速的因素分析	(257)
§ 10.2 弹丸最大可能速度	(258)
§ 10.3 膛内气体压力扰动的传播	(261)
§ 10.4 超高速火炮的理想工质	(264)
§ 10.5 二级轻气炮工作原理及数学模型	(267)
§ 10.6 电热炮的内弹道循环	(272)
§ 10.7 电磁炮的发射原理	(277)
§ 10.8 恒压炮内弹道理论	(283)
参考文献	(288)
第十一章 内弹道循环随机模拟	(290)
§ 11.1 膛内射击过程的随机现象	(290)
§ 11.2 蒙特卡罗法在内弹道随机模拟中的应用	(295)
§ 11.3 计算举例	(298)
参考文献	(299)
第十二章 炮膛的烧蚀与磨损	(301)
§ 12.1 历史回顾	(301)
§ 12.2 评定身管寿命的弹道指标	(302)
§ 12.3 炮膛烧蚀的现象与特征	(302)
§ 12.4 对火炮内膛烧蚀机理的分析	(305)
§ 12.5 研究身管烧蚀的实验技术	(307)
§ 12.6 减小火炮烧蚀的方法	(308)
参考文献	(314)

主要符号表

A	炮膛截面积, 控制体外边界面积
A_g, A_p	分别为气相、固相所占据的控制体外边界面积
a	固相音速, 拉格朗日变数
B	装填参量
b	药宽的一半, 燃速系数
c	比热容, 音速
c_v	定容比热容
c_p	定压比热容
c^*	弹性多孔介质中气体中的音速
D	扩散系数
d	火炮口径, 药粒孔径, 球形颗粒直径
E	燃气内能
e, e_g	气体比内能
e_p	固相比内能
E_p	火药潜能
F_r	阻力合力
f	火药力, 单位体积相间阻力
f_B	点火药火药力
h	比焓, 放热系数
I_k	压力全冲量
k	比热比, 等熵指数
k_t	气体导热系数
k_p	多孔介质渗透率, 火药导热系数
L	从膛底算起的弹丸位置
l	弹丸行程, 药粒长的一半
l_g	弹丸全行程长
l_o	药室容积缩径长
l_ψ	药室自由容积缩径长
M	活塞质量, 弹丸虚拟质量
m	弹丸质量, 多方指教
N_u	努塞尔数
n	燃速指数, 多孔火药孔数
Pe	贝克莱特数

81tech

P_r	普朗特数
p	压力
p_b	弹底压力
p_m	最大压力
p_t	膛底压力
p_0	启动压力平均压力
\bar{p}	平均压力
Q	火药燃烧释放的能量
q	热流密度, 对流换热量
R	气体常数, 颗粒间应力
\bar{R}	通用气体常数
Re	雷诺数
r	径向坐标
\dot{r}	燃烧线速度
S	药粒燃烧表面积, 枪膛截面积
S_1	药粒初始表面积
T	气体温度
T_1	定容燃烧温度
t	时间
u	气流速度
u_g, u_p	分别为气相、固相速度
u_{max}	逃逸速度
\bar{u}_1	燃速系数
V	药粒已燃体积, 控制体体积
V_0	药室容积
V_1	药粒初始体积
v	弹丸平移速度, 比容
v_g	膛口速度
v_j	弹丸极限速度
w_1	弹丸平移运动功
x	空间坐标
Z	相对坐标
z	相对已燃厚度, 相对坐标 x/L
α	余容
γ_s	有效弹道效率
γ_s'	弹道效率
Δ	装填密度
δ	药粒已燃厚度

81tech

δ_1	药厚的一半
θ	比热比减 1
η_e	示压效率
η_r	火药相对燃烧结束点位置
η_w	装药利用系数
Λ	相对行程长
λ, λ_s	火药形状特征量
μ	火药形状特征量, 气体分子量
μ, μ_t	动力粘性系数
ρ	混合流体密度, 燃气密度
ρ_g, ρ_p	分别为气相、固相分密度
$\hat{\rho}_g, \hat{\rho}_p$	分别为气相、固相物质密度
Σ	两相交界面面积
σ	火药相对燃烧表面积
τ	温度比 T/T_1
φ	空隙率, 次要功系数
φ_1	阻力系数
χ, χ_s	火药形状特征量
ϕ	火药相对已燃体积
ω	装药量
ω_B	点火药装药量
ω_{yK}	已燃火药量

81tech

第一章 经典内弹道学基础

枪炮内弹道学是研究射击过程中弹丸在膛内运动阶段所产生的各种现象的科学。它的产生,以 1740 年鲁宾士(Robins)采用弹道摆测速为标志,至今已有 200 多年历史。19 世纪 60 年代后,诺贝尔(Noble)发明的铜柱测压技术、列萨尔(Resal)发表的弹丸火药气体的能量方程以及维也里(Vielle)提出的火药平行层几何燃烧模型奠定了经典理论的基础。近半个世纪以来,数学、力学、物理学、化学、计算机技术、高速瞬态测试技术等领域的成就,大大促进了内弹道学的发展,使它日趋成熟,为火炮和弹药的研究和发展,提供了理论和实践的基础,成为现代兵器学科体系中一门必不可少的应用科学。

§ 1.1 火炮内弹道系统

1.1.1 身管武器主要部件介绍

本节以最典型的线膛火炮为例来介绍身管武器的几个主要部件。

一、身管

81tech

火炮身管是一根能承受极高压力的厚壁金属管,通常在接收发射药点火的一端密闭。它的大致结构如图 1-1 所示。在射击过程中,身管为弹丸提供了支撑和导向作用。受身管限止的高压燃气,膨胀做功,给弹丸以推进作用。

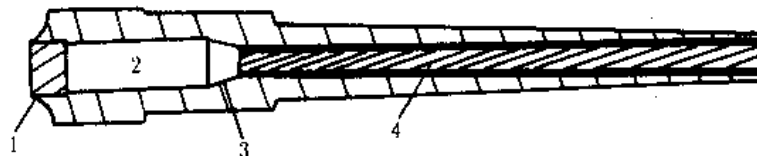


图 1-1 典型身管

1—炮口；2—药室；3—坡膛；4—线膛

身管中炮口前端容纳装药及其元件的部分称为药室。药室前端呈锥形部分区域称为坡膛,向前接合于膛线起始部。内弹道学中,通常所说的药室容积是指弹丸装填到位后,弹后部药室中放置装药的空间容积。

根据弹丸飞行稳定的不同方法,炮膛结构也完全不同。对于弹丸旋转稳定的火炮,炮膛内刻有膛线,这是多条螺旋形的凹槽,导引弹丸在特定的速度下产生旋转。对于弹丸用尾翼稳定的火炮,炮膛内没有膛线,在弹丸挤进和运动的过程中,它的受力情况与线膛火炮的情况也稍有不同。

二、火药

火药是火炮射击的能源,它是具有一定形状尺寸的固体物质(如图 1-2 所示),当给予适

当的外界作用时,它便能在没有任何助燃剂参与下,急速地发生化学变化,有规律地放出大量气体和热能。

火药通常被分为两大类:一类是混合火药,一类是溶塑火药。混合火药是将氧化剂、可燃物、粘合剂和其它附加物先机械混合再压制成一定形状而制成。火炮中最常用到的混合火药是黑火药,它的主要成分是硝酸钾、硫和碳。这是历史上最早使用的火炮发射药,后来由于溶塑火药发明而被取代,但目前仍被广泛用于点火系统中。



图 1-2 几种典型药形示意图

溶塑火药的基本成分是硝化纤维素,它被溶解在某些溶剂中,变成可塑性材料后压制加工成所需的形状。根据所用的溶剂不同,溶塑火药还分为单基药、双基药和三基药。在单基药中唯一存在的能量基是硝化棉,其它的成分是用来保持安定和控制燃烧率的。这种火药,在生产过程中需要将溶剂排除,因此它的厚度就不能太厚,目前仅用于中小口径的武器中。

双基药用硝化甘油作为溶剂,硝化甘油是一种高能的爆炸物,因此双基药燃烧的火焰温度较高,能产生更多的热能,保留较高的热力效率。由于双基药制造过程中不需要把溶剂排除,它的生产周期较短,并可以做得较厚,可用于较大口径的火炮中。双基药的成分配比可在较大范围内调整,在能量上能满足多种弹道性能的要求。它的缺点是对炮膛内壁的烧蚀作用比较厉害,在储存过程中硝化甘油容易析出,影响安定性。

为了努力维持双基药易制造的优点又限制其高烧蚀性的缺点,故加入第三种成分硝基胍,这就是三基药。因为硝基胍是一种“冷燃”火药,它使三基药的燃烧温度基本上与单基药相似,但仍保持较大的推进潜能。

典型的火药能量特征量是定容燃烧温度,它是火药在绝热、定容条件下燃烧,其生成物气体所具有的最高温度。在内弹道学中还常用到火药力的概念,它是火药燃气的气体常数与定容燃烧温度的乘积,即

$$f = RT_1 \quad (1-1)$$

其中 f 表示火药力, R 是火药燃气的气体常数,而 T_1 是定容燃烧温度。火药力的大小与单位质量火药的全储能量成比例,它标志了火药作功能力的大小。

三、 弹丸

弹丸是射击中用于直接完成战斗任务的弹药部件。典型的弹丸结构如图 1-3 所示。通常,滑膛炮的弹丸装有尾翼以保持飞行稳定。线膛炮弹丸的弹体上则嵌压有软金属或非金属的弹带,它在膛内起定心作用,并使弹丸同炮膛紧密配合以防燃气泄漏,弹带嵌入膛线后,使弹丸产生旋转。为了适应现代战争的需要,现在已出现了用线膛火炮发射尾翼稳定脱壳穿甲弹的新型弹种。

1.1.2 膛内射击过程

射击过程从击发开始,通常火炮上采用机械或电的作用将底火或火帽引发。底火引发后,它迅速点燃点火药(黑火药),点火药燃烧释放出夹有灼热固体粒子的高温气体,先点燃临近的发射药,继而点燃全部发射药。

火药着火后,它会不断释放出高温的燃气,这时膛内已有了一定的高温高压环境,气体要

膨胀,就要推着弹丸向前运动。由于弹带尺寸过盈,它首先使弹带挤刻成与膛线吻合的沟槽,这个过程就称为挤进过程。在经典内弹道理论中,常常把这个过程看作是瞬时完成的。

从弹丸挤进膛线开始一直到出膛口为止的过程是内弹道循环的主要过程。这个过程中相伴着火药的燃烧、弹丸运动、弹带与膛壁间摩擦、燃气及未燃完火药的运动、炮身后坐、燃气对身管的传热等各种复杂的现象。一方面火药的燃烧使弹后气体压力不断升高,另一方面弹丸运动使弹后空间增大,又起了降低压力的作用。这两种对立过程的净效应,使

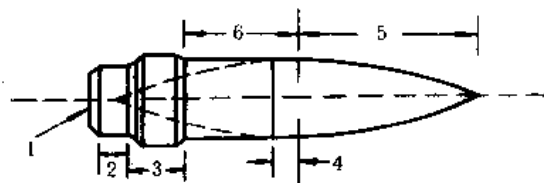


图 1-3 典型弹丸

1—弹底；2—弹底部；3—弹带；
4—定心部；5—蛋形部；6—本体

膛内的压力开始上升,达到一个峰值之后,又呈下降趋势。这个规律可以从图 1-4 和 1-5 所表示的压力随时间和弹丸行程的变化曲线中看出。弹丸到达膛口后,由于燃气的继续作用,使弹丸继续加速,这个过程通常被称为后效时期。后效时期结束时,弹丸才达到最大速度。

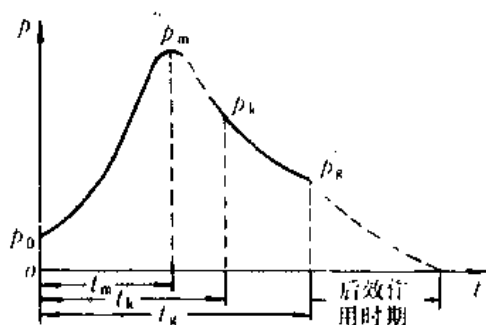


图 1-4 射击过程中压力随时间的变化曲线

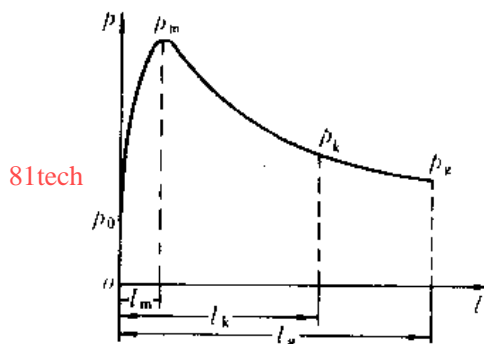


图 1-5 膛内压力—行程曲线

§ 1.2 火炮火药燃烧规律

1.2.1 几何燃烧规律

法国弹道学家维也里最早对高压条件下火药燃烧规律作了深入研究,提出了一种火药的几何燃烧模型。这个模型认为:单一装药的每颗药粒都有相同的几何尺寸和理化性能;所有药粒表面同时着火,燃烧中同一瞬时,各燃烧表面的燃烧线速度都相同;从而所有药粒都按平行层或圆心层的规律逐层燃烧。以上假设的成立,才有可能用对一颗药粒的研究来代替对膛内相同条件下所有药粒的研究。它是经典理论中研究火药燃烧规律的基础,被称为几何燃烧定律。

应该指出,炮膛中火药的实际燃烧情况跟上面的模型是有差异的。例如,在点火压力为 2~5MPa 时,火药引燃过程不是瞬时的;火药成分、表面粗糙度的差异,使点燃的难易程度也不一样;在燃烧过程中,具有窄长孔道的多孔火药,在孔内、外的燃烧速度不一样;由于制造工艺的限制,火药均匀性及形状尺寸的一致性也不能得到充分的保证。在用理论模型预测内弹道过

程时,应考虑模型假设所带来的误差。

1.2.2 形状函数

按照几何燃烧定律,不同形状的火药在燃烧过程中,它的相对已燃体积、相对燃烧表面积与相对已燃厚度之间都存在着一定的函数关系。从分析简单形状火药的几何关系着手,可推得通常情况下的这些函数关系式为

$$\psi = \chi z(1 + \lambda z + \mu z^2) \quad (1-2)$$

$$\sigma = 1 + 2\lambda z + 3\mu z^2 \quad (1-3)$$

这里 z 、 σ 、 ψ 分别为火药的相对已燃厚度、相对燃烧表面积和相对已燃体积,它们的定义式分别为

$$z = \frac{\delta}{\delta_1} \quad (1-4)$$

$$\sigma = \frac{S}{S_1} \quad (1-5)$$

$$\psi = \frac{V}{V_1} \quad (1-6)$$

其中 δ_1 表示药粒初始厚度的一半, δ 为药粒已燃厚度, S_1 为药粒初始表面积, S 为药粒燃烧表面积, V_1 为药粒初始体积, V 为药粒已燃体积。 χ 、 λ 、 μ 被称为火药的形状特征量。公式(1-2)、(1-3)称为形状函数。

根据燃气生成猛度的不同,可以将火药分为渐减性燃烧火药、中性燃烧火药和渐增性燃烧火药。由它们的初始形状尺寸所决定的燃烧的几何特性都可在形状特征量中反映出来。

在渐减性燃烧火药中,若用 b 表示药宽的一半, l 表示药长的一半,并定义

$$\alpha = \frac{\delta_1}{b}$$

$$\beta = \frac{\delta_1}{l}$$

它的形状特征量则可用下面式子表达

$$\begin{cases} \chi = 1 + \alpha + \beta \\ \lambda = -\frac{\alpha + \beta + \alpha\beta}{1 + \alpha + \beta} \\ \mu = \frac{\alpha\beta}{1 + \alpha + \beta} \end{cases} \quad (1-7)$$

在渐增性燃烧火药即多孔火药中,考虑多孔火药的孔数为 n ,药粒孔径为 d ,药粒外径为 D 。若定义

$$Q_1 = \frac{D^2 - nd^2}{(2l)^2}$$

$$\Pi_1 = \frac{D + nd}{2l}$$

火药燃烧分裂前的形状特征量可以表达为

$$\begin{cases} \chi = \frac{2\Pi_1 + Q_1}{Q_1}\beta \\ \lambda = \frac{n-1-2\Pi_1}{Q_1 + 2\Pi_1}\beta \\ \mu = -\frac{n-1}{Q_1 + 2\Pi_1}\beta^2 \end{cases} \quad (1-8)$$

多孔火药在烧去它的名义厚度时,火药发生分裂,此后的燃烧呈渐减性的特点。如果定义 ρ 为分裂时刻药粒横截面内切圆半径的加权平均值,相对已燃厚度的定义式应表达为

$$\xi = \frac{\delta}{\delta_1 + \rho} \quad (1-9)$$

此时形状函数的表达式与前面稍有不同,可写成二项式的形式,即

$$\begin{cases} \psi = \chi\xi(1 + \lambda\xi) \\ \sigma = 1 + 2\lambda\xi \end{cases} \quad (1-10)$$

由简单的运算可求得形状特征量 χ, λ 表达式为

$$\begin{cases} \chi_s = \frac{\psi_s - \xi_s}{\xi_s - \xi_s^2} \\ \lambda_s = \frac{1 - \chi_s}{\chi_s} \end{cases} \quad (1-11)$$

式中

$$\xi_s = \frac{\delta_1}{\delta_1 + \delta}; \psi_s = \chi(1 + \lambda + \mu)。$$

在实际应用中,形状函数都可以写成简化的二项式形式

$$\psi = \chi z(1 + \lambda z) \quad (1-12)$$

$$\sigma = 1 + 2\lambda z \quad (1-13)$$

1.2.3 燃速公式

固体火药药粒的缩减速率由燃烧线速度给出。它代表单位时间内,药粒燃烧表面上任意一点沿其法线方向上所燃完的厚度。影响燃烧线速度的因素很多,如火药成分、初温、密度、环境气流速度、压力等都会对它产生影响。所以,要建立一个包括所有因素的燃速方程是十分困难的。对于某种确定的火药,在初温一定时,其燃烧线速度 \dot{r} 随压力 p 变化的关系式通常采用如下三种形式

$$\dot{r} = \bar{u}_1 p \quad (1-14)$$

$$\dot{r} = \bar{u}_1 p^n \quad (1-15)$$

$$\dot{r} = \bar{u}_1 p + b \quad (1-16)$$

其中 \bar{u}_1, b 称为燃速系数,它与火药性质及初温等因素有关; n 为压力指数,通常与火药性质以及压力范围等因素有关。可以看出式(1-14)是式(1-15)在 $n=1$ 情况下的特例。有的文献中,将燃速公式表达成综合式

$$\dot{r} = \bar{u}_1 p^n + b \quad (1-17)$$

§ 1.3 火药燃气状态方程

1.3.1 关于状态方程的形式

理想气体状态方程几乎是所有被用于内弹道计算中的状态方程的出发点。这个方程可表达为

$$pv = RT \quad (1-18)$$

其中 p 为气体压力, v 为比容, T 为气体的温度, R 称为气体常数。对于不同的气体, R 值是不同的。

从物理学的观点看, 理想气体状态方程描述了在热力平衡条件下看作质点的气体分子对容器壁的宏观压力作用。它既没有考虑气体分子所占体积的影响, 也没有考虑分子间的相互作用。如果考虑这两个因素的修正, 实际气体状态方程可采用范德瓦尔(Van Der Waals)方程

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - \alpha) = RT \quad (1-19)$$

其中 a 为气体分子间引力修正量, α 为气体分子体积修正量。在内弹道学中, α 被称为余容。

火药燃气是实际气体的一种, 它同时具有高温和高压两个特点。高温气体即使在密度较大时, 分子间的引力影响相对来说很小, 所以(1-19)式中 $\frac{a}{v^2}$ 项可以忽略。但在压力很高时, 必须考虑余容的修正。这就引出方程

$$p(v - \alpha) = RT \quad (1-20)$$

这个方程叫做诺贝尔—阿贝尔(Noble—Abel)方程, 是经典内弹道学中被普遍采用的火药燃气状态方程。

1.3.2 膛内火药燃气状态方程

射击过程中, 膛内弹丸后部火药燃气所占的自由容积是在不断变化的, 影响其大小的因素有初始的药室容积、弹丸运动导致的容积增长量、未燃完火药所占的容积及燃气余容, 此时状态方程的形式应为

$$p\left[V_0 - \frac{\omega}{\rho_p}(1 - \phi) - \alpha\omega\phi + Sl\right] = \omega\phi RT \quad (1-21)$$

其中 V_0 为药室容积, ω 为装药量即每发弹药所装填的发射药质量, ρ_p 为火药的密度, S 为炮膛断面积, l 为弹丸行程即在所考虑瞬间弹丸在膛内移动的距离。

可以看出, 在方程(1-21)式中, 若令弹丸行程 l 为零, 即可得到固定容积中的燃气状态方程

$$p\left[V_0 - \frac{\omega}{\rho_p}(1 - \phi) - \alpha\omega\phi\right] = \omega\phi RT_1 \quad (1-22)$$

其中 T_1 是火药定容燃烧温度。在弹丸启动之前药室及密闭爆发器内的压力变化情况都可以用(1-22)式来描述。火药全部燃完时, 密闭容积中的压强达到最大值。此时

$$p_m = \frac{\omega RT_1}{V_0 - \alpha\omega} \quad (1-23)$$

这里分别引进以下参量

$$\Delta = \frac{\omega}{V_0} \quad (1-24)$$

$$l_0 = \frac{V_0}{S} \quad (1-25)$$

$$l_\phi = l_0 \left[1 - \frac{\Delta}{\rho_p} - \left(\alpha - \frac{1}{\rho_p} \right) \Delta \phi \right] \quad (1-26)$$

其中 Δ 、 l_0 、 l_ϕ 分别为装填密度、药室容积缩径长和药室自由容积缩径长, 考虑到 RT_1 即为火药力, 则(1-21)式、(1-22)式、(1-23)式分别可写成

$$Sp(l_\phi + l) = \omega \phi RT \quad (1-21a)$$

$$Spl_\phi = f \omega \phi \quad (1-22a)$$

$$p_m = \frac{f \Delta}{1 - \alpha \Delta} \quad (1-23a)$$

§ 1.4 弹丸运动方程

弹丸运动是在火药气体的推动力和阻力的作用下进行的。它在膛内的受力情况如图 1-6 所示, 其中 p_b 为作用于弹丸底部的燃气压力, Sp_b 为提供弹丸前进运动的推力, F_N 为垂直于膛线侧面的合力, F_D 为膛线与弹带间的摩擦阻力, α 为膛线的缠角。设弹带与膛线间的滑动摩擦系数为 ν , 则有

81tech

$$F_D = F_N \nu$$

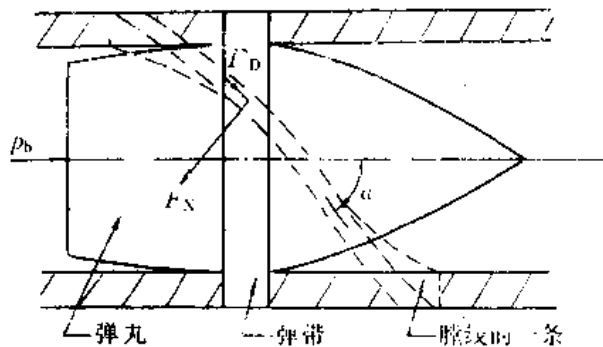


图 1-6 弹丸运动期间作用
于弹丸上诸力的自由体图解

F_N 和 F_D 在轴向的分力分别为 $-F_N \sin \alpha$ 和 $-\nu F_N \cos \alpha$ 。如果忽略弹丸前空气柱的阻力, 则弹丸在前进运动中所受的阻力合力为

$$F_r = F_N (\sin \alpha + \nu \cos \alpha) \quad (1-27)$$

牛顿第二定律可以表述为

$$Sp_b - F_r = m \frac{dv}{dt}$$

其中 m 为弹丸质量, v 为弹丸的平移速度。上式可写成

$$Sp_b(1 - \frac{F_r}{Sp_b}) = m \frac{dv}{dt}$$

考虑到 $\frac{F_r}{Sp_b} \ll 1$, 则有

$$Sp_b = (1 + \frac{F_r}{Sp_b})m \frac{dv}{dt}$$

将括号中的项记作 φ_1 , 即

$$\varphi_1 = 1 + \frac{F_r}{Sp_b} \quad (1-28)$$

则有

$$Sp_b = \varphi_1 m \frac{dv}{dt} \quad (1-29)$$

这就是内弹道学中的弹丸运动方程。 φ_1 被称为阻力系数, 它是考虑摩擦及弹丸转动等因素所引进的系数。

在内弹道循环中, 火药燃气所作的各种功的总和与弹丸平移运动功之间存在一定的比例关系, 这个比值称为次要功系数, 通常用符号 φ 来表示。进一步的分析表明, 弹底压力与平均压力的比值等于阻力系数与次要功系数之比, 因此弹丸运动方程还可以表达为

$$Sp = \varphi m \frac{dv}{dt} \quad (1-30)$$

其中 p 为弹后空间膛内燃气的平均压力。按照速度的定义, 它应满足关系式

$$\frac{dl}{dt} = v \quad (1-31)$$

§ 1.5 能量方程及火炮系统效率

1.5.1 能量方程

应用能量守恒定律可以导得内弹道学中的能量方程。从热力学的观点来看, 火炮是一种特殊的热力发动机, 因此在众多内弹道现象中, 应该注意的基本现象就是能量的转换。火药燃烧所释放的能量 Q , 一部分化为燃气的内能 E , 一部分推动弹丸作功 W_1 , 剩下的部分 W_L 以二次能量损失的形式释放了。用公式可以表达为

$$Q = E + W_1 + W_L \quad (1-32)$$

下面将具体地讨论这几项的内容。

一、火药能量

描写发射药能量特征量的参数很多, 通常有爆热、定容燃烧温度、火药力和火药潜能等。爆热是指单位质量火药在标准初温和定容条件下燃烧, 并将燃烧产物冷却到标准温度时所放出的热量。如前所述, 定容燃烧温度是指火药在绝热定容条件下燃烧, 其生成物气体所具有的最高温度。而火药力是火药燃气的气体常数与其定容燃烧温度的乘积。在这里采用火药潜能, 它是单位质量火药的全储内能, 它在数值上等于燃气定容比热容与定容燃烧温度的乘积, 即

$$E_p = c_v T_1 \quad (1-33)$$

其中 E_p 代表火药潜能, c_v 是燃气的定容比热容。考虑到

$$c_v = \frac{R}{k-1}$$

其中 k 为比热容比, 若记

$$\theta = k - 1 \quad (1-34)$$

则有

$$E_p = \frac{f}{\theta} \quad (1-33a)$$

燃烧 $\omega\psi$ 质量火药释放的能量为

$$Q = \omega\psi \frac{f}{\theta} \quad (1-35)$$

二、燃气内能

气体的内能应是气体分子内动能和内势能之和。对于高温高压的火药燃气, 可以忽略分子间的引力作用项, 即只须考虑分子的内动能, 它的比内能 e 的表达式为

$$e = c_v T \quad (1-36)$$

对于 $\omega\psi$ 质量火药燃气, 应有

$$E = \omega\psi c_v T \quad (1-37)$$

三、推动弹丸做功

广义地讲, 推动弹丸所作的功应包括转变为弹丸平移运动功、弹丸旋转运动功以及克服摩擦阻力所作的功。但是, 为了公式推导明了起见, 这里沿用传统的处理方法, 仅考虑平移运动功一项, 而其他项均归入损失的能量项内。平移运动功 W_1 可表示为

$$W_1 = \frac{81tech}{2} m v^2 \quad (1-38)$$

在内弹道学中, 弹丸平移运动功又称为主要功。

四、能量损失

能量损失主要考虑如下几项:

- (1) 弹丸旋转运动的能量;
- (2) 克服膛壁阻力损失的能量;
- (3) 火药气体和未燃火药的动能;
- (4) 身管及其它部件后坐运动的动能;
- (5) 对身管传热损失。

除此以外, 还应包括弹带挤进和身管变形的能量损失等。由于这两项损失计算起来十分复杂而数值又较小, 为了计算简化起见, 经典理论中是将其忽略的。燃气对外界的传热也比较复杂, 膛内热传导、对流传热、热辐射三种现象基本上是共存的, 其边界条件也在不断变化, 因此此项能量损失也暂时不予计算, 一般采用减小火药潜能的办法加以修正。在经典内弹道学中, 将上面所列的能量损失的第一项至第四项称为次要功, 分别将它们记为 W_2 、 W_3 、 W_4 、 W_5 , 则有

$$W_L = \sum_{i=2}^5 W_i \quad (1-39)$$

表 1.1 是资料[6]中给出的一门中等口径火炮的一种典型的能量分配。可以看出, 作用在弹丸上的全部功为 34.31%, 消耗于火炮系统后坐的能量和摩擦损失的能量仅占一小部分。

表 1.1 一门中等口径火炮的能量分配

被吸收的能量	占全部能量的百分数(%)
弹丸平移运动	32.0
弹丸转动	0.14
摩擦损失	2.17
推进气体平移运动	3.14
后坐部分的平移运动	0.12
散给火炮与弹丸的热量损失	20.17
气体中显热与潜热损失	42.26
全部发射药能量	100.0

深入的研究告诉我们,各次要功项与主要功均成一定的比例关系,即

$$\sum_{i=2}^5 W_i = \sum_{i=2}^5 K_i \frac{1}{2} mv^2 \quad (1-40)$$

其中 K_2, K_3, K_4, K_5 均为比例系数,若再令比例系数 $K_1=1$,则能量平衡方程可写成

$$Q = E + W_1 \sum_{i=1}^5 K_i \quad (1-41)$$

令

$$\varphi = \sum_{i=1}^5 K_i \quad (1-42)$$

此即次要功系数。这样(1-41)式可写成

$$\frac{\omega \phi f}{\theta} = \frac{\omega \phi RT}{\theta} + \frac{\varphi}{2} mv^2$$

或

$$\omega \phi RT = f \omega \phi - \frac{\theta}{2} \varphi mv^2 \quad (1-43)$$

这就是能量平衡方程,是热力学第一定律在内弹道循环中的具体表达式。

1.5.2 内弹道学基本方程

能量平衡方程(1-43)表达了射击过程中参量 ϕ, v, T 之间的函数关系。但是在武器设计中,不论是炮身强度计算还是弹丸强度计算,都是以膛内最大压力值为依据,因此掌握压力变化规律比掌握温度变化规律更为重要。另一方面,从实验角度看,测定火药燃气压力比测定温度要方便准确。为实用起见,将能量方程中以温度为变量的函数关系变成以压力为变量的函数关系。将状态方程(1-21a)与(1-43)式联立消去温度项,则有

$$Sp(l + l_\phi) = f \omega \phi - \frac{\theta}{2} \varphi mv^2 \quad (1-44)$$

这就是内弹道学基本方程。

1.5.3 弹丸极限速度和火炮系统的效率

在火药燃烧结束后,能量方程(1-43)中 ϕ 应等于 1,因此有

$$\frac{f \omega}{\theta} - \frac{RT \omega}{\theta} = \frac{\varphi}{2} mv^2$$

上式中含有两个变量,即 T 和 v ,可改写为

$$\frac{\varphi}{2}mv^2 = \frac{f\omega}{\theta}(1 - \frac{T}{T_1}) \quad (1-45)$$

它表示了火药燃完后膛内温度随弹丸速度的增加而下降的规律。弹丸速度愈高,膛内燃气温度就愈低。设想在无限长的身管中,如果膛内燃气充分膨胀,这时弹丸速度可达到理论上的最大值,即

$$v_j = \sqrt{\frac{2f\omega}{\theta\varphi m}} \quad (1-46)$$

v_j 称为弹丸极限速度,它表示了射击过程中,假设火药的潜能全部用来做功(包括次要功)条件下,弹丸可能获得的最大速度。因为现实中绝对零度是永远不能达到的,所以这个极限速度是一种理想化的概念,它也是永远不能达到的。

描述火炮系统效率的物理量有弹道效率和有效弹道效率。弹道效率 γ_s 定义为弹丸到膛口瞬间,火药燃气所完成的总功与火药燃气总能量的比值,即

$$\gamma_s = \frac{\frac{\varphi}{2}mv_s^2}{\frac{f\omega}{\theta}} \quad (1-47)$$

其中 v_s 为弹丸膛口速度,它是弹丸射出膛口瞬间所具有的相对身管的速度。有效弹道效率 γ_e 则是膛口动能与火药燃气总能量的比值,即

$$\gamma_e = \frac{\frac{1}{2}mv_s^2}{\frac{f\omega}{\theta}} \quad (1-48)$$

§ 1.6 内弹道基本方程的气体动力学推导

内弹道基本方程(1-44)式是在平衡态热力学基础上推得的,它集中体现了内弹道循环中各种能量转化和平衡的关系。方程中的压力 p 是一个平均热力学参量,但迄今为止尚没有说明它是在什么意义下的平均。本节从内弹道均相流气动力方程组出发,推得与它形式完全相同的公式,从而可以看到经典内弹道学中平均压力的意义。

1.6.1 拉格朗日问题

在射击过程中,膛内流场各处燃气的速度是不一致的,因此必然会有压力的不均匀。弹后空间的压力分布问题是经典内弹道的基本问题之一,这个问题最早是由著名数学家拉格朗日研究的,因此通常被称为拉格朗日问题。拉格朗日将复杂的膛内流场简化为一个等截面身管中火药瞬时燃完的纯气体流动问题,并且假设气体密度为均匀分布,在此基础上获得了气动力学模型的近似解。

膛内流场的一维均相流方程组如下:

连续方程

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + \rho \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (1-49)$$

动量方程

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (1-50)$$

能量方程

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{p(k-1)}{R\rho\phi} \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1}{\phi} (T_1 - T) \frac{d\phi}{dt} \quad (1-51)$$

状态方程

$$p\left(\frac{1}{\rho} - \alpha\phi - \frac{1-\phi}{\rho_p}\right) = RT\phi \quad (1-52)$$

边界条件为

$$u(0, t) = 0$$

$$u(L, t) = v$$

$$\frac{du(L, t)}{dt} = \frac{dv}{dt} = \frac{Sp_b}{\varphi_1 m}$$

其中 L 为从膛底算起的弹丸位置, u 、 ρ 、 T 分别为流场内离膛底 x 距离处的流体质点速度、密度和温度, 而 p 为空间相应点处的压力, 它应区别于前面几节中出现的平均压力 \bar{p} 。在本节中用到的平均值, 暂时用平均符号“—”来标志。

根据假设 $\frac{\partial \rho}{\partial x} = 0$, 代入(1-49)式得

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

81tech

即

$$\frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt}$$

上式右端仅仅是时间 t 的函数, 记为 $C_1(t)$, 积分后可得

$$u = C_1(t)x + C_2(t)$$

利用边界条件 $x=0$ 时 $u=0$, $x=L$ 时 $u=v$, 则可得

$$u = \frac{x}{L}v \quad (1-53)$$

这就是众所周知的拉格朗日速度线性分布公式。再利用简单的微分运算, 可推得燃气的加速度也是呈线性分布的, 即

$$\frac{du}{dt} = \frac{x}{L} \frac{dv}{dt} \quad (1-54)$$

代入(1-50)式, 考虑到 $\frac{dv}{dt} = \frac{Sp_b}{\varphi_1 m}$, 则有

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho \frac{xSp_b}{L\varphi_1 m} \quad (1-55)$$

积分上式并考虑到 $x=L$ 时 $p=p_b$, 则可得压力分布公式

$$p = p_b \left[1 + \frac{\omega}{2\varphi_1 m} \left(1 - \frac{x^2}{L^2} \right) \right] \quad (1-56)$$

膛内空间积分平均压力应为

$$\bar{p} = \frac{1}{L} \int_0^L p dx$$

由此得

$$\bar{p} = p_b(1 + \frac{\omega}{3\phi_1 m}) \quad (1-57)$$

上式表达了射击过程中某瞬间空间积分平均压力与弹底压力的函数关系。

1.6.2 内弹道气动力集总参数方程

对能量方程(1-51)式

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{p(k-1)}{R\rho\phi} \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1}{\phi} (T_1 - T) \frac{d\phi}{dt}$$

取空间平均,以下逐项讨论平均的结果。因为

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{L} \int_0^L T dx \right) = \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} = \frac{d\bar{T}}{dt}$$

又

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{L} \int_0^L T dx \right) &= -\frac{1}{L^2} \left(\frac{\partial L}{\partial t} \right) \int_0^L T dx + \frac{1}{L} T|_{x=L} \frac{\partial L}{\partial t} + \frac{1}{L} \int_0^L \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right) dx \\ &= -\frac{v}{L} \bar{T} + \frac{v}{L} T_b + \frac{1}{L} \int_0^L \frac{\partial T}{\partial t} dx \end{aligned}$$

所以左边第一项的平均值为

$$\frac{1}{L} \int_0^L \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right) dx = \frac{d\bar{T}}{dt} + \frac{v}{L} (\bar{T} - T_b)$$

式中利用了关系式 $\frac{\partial L}{\partial t} = v$, \bar{T} 是膛内平均温度,而 T_b 是弹丸底部火药燃气的温度。

对左边第二项取平均

$$\begin{aligned} \frac{1}{L} \int_0^L u \frac{\partial T}{\partial x} dx &= \frac{1}{L} \int_0^L \frac{x}{L} v \frac{\partial T}{\partial x} dx \\ &= \frac{v}{L^2} \int_0^L x dT = \frac{v}{L} (T_b - \bar{T}) \end{aligned}$$

对左边第三项取平均,利用 $\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{v}{L}$ 仅是 t 的函数,平均后得

$$\frac{1}{L} \int_0^L \frac{p(k-1)}{R\rho\phi} \frac{\partial u}{\partial x} dx = \frac{k-1}{\phi R} \frac{\bar{p}}{\rho} \frac{v}{L}$$

在取平均的过程中,认为 ϕ 是不随空间位置而变量的。事实上,与其它变量相比, ϕ 的变化很小,内弹道两相流模型的计算结果也证实了这一点。

对右边项取平均

$$\frac{1}{L} \int_0^L \frac{1}{\phi} (T_1 - T) \frac{d\phi}{dt} dx = \frac{T_1 - \bar{T}}{\phi} \frac{d\phi}{dt}$$

综合这四项的平均值便可得

$$\frac{d\bar{T}}{dt} = \frac{T_1 - \bar{T}}{\phi} \frac{d\phi}{dt} - \frac{(k-1)}{\phi R} \frac{\bar{p}}{\rho} \frac{v}{L} \quad (1-58)$$

另外,对状态方程(1-52)式取平均有

$$\bar{p} \left(\frac{1}{\rho} - \alpha\phi - \frac{1-\phi}{\rho_r} \right) = R\bar{T}\phi$$

令

$$W(t) = \frac{1}{\rho} - \alpha\phi - \frac{1-\phi}{\bar{\rho}_p} \quad (1-59)$$

则有

$$T = \frac{\bar{p}W(t)}{R\phi}$$

$$\frac{dT}{dt} = -\frac{\bar{p}W(t)}{R\phi^2} \frac{d\phi}{dt} + \frac{d[\bar{p}W(t)]}{dt} / R\phi$$

将上式代入(1-58)式,简化后得

$$\frac{d[W(t)\bar{p}]}{dt} = f \frac{d\phi}{dt} - \theta \frac{\bar{p}}{\rho} \frac{v}{L} \quad (1-60)$$

此式称为内弹道气动力集总参数方程。

1.6.3 内弹道基本方程

考虑到 $\rho = \frac{\omega}{SL}$ 以及 $S\bar{p} = \varphi m \frac{dv}{dt}$, 所以

$$\theta \frac{\bar{p}}{\rho} \frac{v}{L} = \frac{\theta}{\omega} \varphi m \frac{d}{dt} \left(\frac{v^2}{2} \right)$$

积分(1-60)式得

$$W(t)\bar{p} = f\phi - \frac{\theta\varphi mv^2}{2\omega}$$

又

$$\frac{S(l+l_p)}{\omega} = \frac{S(l+l_0)}{\omega} + \frac{Sl_0}{\omega} \left[\frac{\Delta}{\bar{\rho}_p} (1-\phi) - \alpha\Delta\phi \right] = W(t)$$

注意到 $L = l + l_0$, 所以得

$$S\bar{p}(l+l_p) = f\omega\phi - \frac{\theta}{2}\varphi mv^2$$

此式与(1-44)式形式上完全一致,可见(1-44)式中的压力 p 就是空间平均的压力。

从以上的推导过程可以看到:①经典的内弹道基本方程导出时,虽然没有提到拉格朗日假设,实际上是隐含了密度均匀分布的假设;②方程中的压力就是弹后空间压力的积分平均值;③经典模型即内弹道零维模型是内弹道气动力模型的特殊情况。

§ 1.7 内弹道零维模型——空间平均参数方程组

1.7.1 物理模型

零维模型是内弹道学中所采用的一种最经典的模型,它是建立在如下假设的基础上的:

- (1)采用空间平均的热力参数来描述火药的燃烧和弹丸的运动;
- (2)火药燃烧服从几何燃烧定律;
- (3)燃速与压强成正比;
- (4)火药燃气状态方程服从诺贝尔—阿贝尔方程;
- (5)火药燃烧生成物的成分不变,与成分有关的特征量均为常量;
- (6)次要功与主要功成比例,并用不变的 φ 值计算;

- (7)认为弹带是瞬时挤进的,挤进功不予考虑;
- (8)膛壁热损失忽略不计,采用减小火药潜能的办法加以修正;
- (9)用一个拉格朗日问题的特解来联系平均压力与弹底压力的关系。

1.7.2 数学模型

零维模型方程组包括如下几个方程:

(1)形状函数

$$\psi = \chi z + \chi \lambda z^2 \quad (1-12)$$

(2)正比燃速公式

$$\frac{d\delta}{dt} = u_1 p \quad (1-14a)$$

若令

$$I_k = \frac{\delta_1}{u_1} \quad (1-61)$$

则有

$$\frac{dz}{dt} = \frac{p}{I_k} \quad (1-62)$$

在正比燃速规律下, I_k 即为压力全冲量。

(3)弹丸运动方程

$$Sp = \overset{81tech}{\varphi} m \frac{dv}{dt} \quad (1-30)$$

(4)速度公式

$$v = \frac{dl}{dt} \quad (1-31)$$

(5)内弹道学基本方程

$$Sp(l + l_\phi) = f \omega \psi - \frac{\theta}{2} \varphi m v^2 \quad (1-44)$$

在(1-12)、(1-62)、(1-30)、(1-31)、(1-44)五个方程组成的方程系中,一共出现六个参量。任意选定某个变量作为自变量,则其余五个变量都可以表示为它的函数。通过具体的解法,就可以把这些函数关系求出来。

1.7.3 膛内过程的三个阶段

通常将火炮膛内射击过程分成三个阶段:

1. 前期

指从击发底火点燃装药开始到弹带完全挤进膛线为止的阶段。根据瞬时挤进的假设,可以认为该时期火药是在定容条件下燃烧的。该时期结束时弹丸后燃气的平均压力 p_0 称为启动压力。

2. 第一时期

指从弹丸启动到全部火药燃完阶段。这一时期的特点是火药燃烧和弹丸运动同时进行,膛压经历了从小到大、达到峰值后又下降的过程。

3. 第二时期

从火药燃完到弹丸离开炮口称为第二时期,该时期火药燃气继续膨胀作功。在实际问题中,也可能会出现这种情况:火药尚未燃完但弹丸已到达膛口,这时射击过程就不经历第二时期。为了最经济地利用火药能量,在内弹道设计的实践中应尽量避免这种情况。

§ 1.8 内弹道解法及实践

1.8.1 内弹道解法介绍

所谓内弹道解法是从理论和实践出发确定射击过程中膛内各变量的变化规律及其影响因素的计算方法。通常较多采用的内弹道解法有以下几种:

(1) 分析解法

分析解法是对内弹道学方程采用解析的方法,直接解出各参量的函数关系式。由于方程是常微分方程与代数方程的组合,一般解析解都是作了适当简化而求得的。

(2) 图表解法

图表解法是在一定的条件下,预先将内弹道解编成数值表或作成曲线,应用时只要查表、查图,再经过简单运算就可求得内弹道解。如著名的ГAV 表、英国的内弹道表都属于此类解法的工具。由于这种解法比较简便,目前在工程中尚被普遍地采用。

(3) 数值解法

数值解法是对内弹道数学模型采用数值计算的方法求解。由于电子计算机的普及,这种方法现在在内弹道领域内越来越多地被采用。在第二章中,将较详细地介绍这种解法。

1.8.2 梅逸尔—哈特简化解法

本节将通过一种简化的分析解法,介绍整个分析解法的过程及步骤。

一、简化假设

梅逸尔—哈特(Mayer—Hart)解法作如下补充的简化假设:

- (1) 启动压力为零,即火药一开始燃烧,弹丸便开始运动;
- (2) 燃气余容与单位质量装药的初始体积相等,即 $\alpha = \frac{1}{\rho_p}$;
- (3) 燃烧过程中燃烧面积为常数。

二、方程系

在以上补充的简化假设基础上,方程系可表达为

$$\psi = z \quad (a)$$

$$\frac{dz}{dt} = \frac{p}{I_k} \quad (b)$$

$$Sp = \varphi m \frac{dv}{dt} \quad (c)$$

$$\frac{dl}{dt} = v \quad (d)$$

$$Sp(l + l_1) = f_{axp} - \frac{\theta}{2} \varphi m v^2 \quad (e)$$

其中

$$l_1 = l_0(1 - \alpha\Delta) \quad (1-63)$$

三、解法过程

1. 第一时期

在第一时期解法过程中,取 ψ 为自变量。由(b)、(c)两式,消去 pdt 项,考虑到 $dz = d\psi$ 则有

$$dv = \frac{SI_k}{\varphi m} d\psi$$

积分上式得

$$v = \frac{SI_k}{\varphi m} \psi \quad (1-64)$$

由(c)、(d)两式可以得到

$$Spdl = \varphi mvdv$$

上式与(e)式相比得

$$\frac{dl}{l + l_1} = \frac{\varphi mvdv}{f\omega(\psi - \frac{\theta\varphi m}{2f\omega}v^2)}$$

将(1-64)式代入,并令

$$B = \frac{S^2 I_k^2}{f\omega\varphi m} \quad (1-65)$$

则有

$$\frac{dl}{l + l_1} = B \frac{d\psi}{1 - \frac{B\theta}{2}\psi}$$

积分上式整理后可得到

$$l = l_1 \left[\frac{1}{(1 - \frac{B\theta}{2}\psi)^{\frac{2}{\theta}}} - 1 \right] \quad (1-66)$$

参量 B 是一个无量纲数,称为装填参量。对于指数燃速公式的情况,装填参量应写成

$$B = \frac{S^2 \delta_1^2}{f\omega\varphi m u_1^2} (f\Delta)^{2(1-n)} \quad (1-65a)$$

将(1-64)、(1-66)式代入(e)式整理后可得

$$p = \frac{f\omega}{Sl_1} \psi (1 - \frac{B\theta}{2}\psi)^{1+\frac{2}{\theta}} \quad (1-67)$$

若令

$$p_1 = \frac{f\omega}{Sl_1} = \frac{f\omega}{V_0 - \alpha\omega}$$

则有

$$p = p_1 (\psi - \frac{B\theta}{2}\psi^2) (1 - \frac{B\theta}{2}\psi)^{\frac{2}{\theta}} \quad (1-67a)$$

(1-64)、(1-66)、(1-67)三式给出了第一时期参量 v 、 l 、 p 随 ψ 的变化规律的关系式。如果三式中消去 ψ ,并令

$$y = \frac{l}{l_1}$$

则可求得 v, p 与 y 的关系式

$$v = \frac{2f\omega}{\theta SI_K} \left(1 - \frac{1}{(1+y)^{\frac{\theta}{2}}} \right) \quad (1-68)$$

$$p = p_1 \frac{2}{B\theta} \left(1 - \frac{1}{(1+y)^{\frac{\theta}{2}}} \right) \frac{1}{(1+y)^{\frac{\theta}{2}+1}} \quad (1-69)$$

最大膛压点的位置与数值应是第一时期解的重要结果。利用(1-69)式对 l 微分,并令 $\frac{dp}{dl} = 0$ 可得

$$1 + \frac{l_m}{l_1} = \left(\frac{1 + \frac{\theta}{2}}{1 + \frac{\theta}{2}} \right)^{\frac{\theta}{2}} \quad (1-70)$$

$$p_m = \frac{p_1}{B} \left(\frac{1 + \frac{\theta}{2}}{1 + \frac{\theta}{2}} \right)^{\frac{2+\theta}{\theta}} \frac{1}{1 + \frac{\theta}{2}} \quad (1-71)$$

上式中可以看出,最大膛压值仅与 p_1, B, θ 三个参数有关。

令 $\psi=1$,则可得燃烧结束点速度、行程和膛压值,它们分别为

$$v_k = \frac{SI_k}{\varphi m} \quad (1-72)$$

$$l_k = l_1 \left[\frac{1}{\left(1 - \frac{B\theta}{2} \right)^{\frac{2}{\theta}}} - 1 \right] \quad (1-73)$$

$$p_k = p_1 \left(1 - \frac{B\theta}{2} \right)^{1+\frac{2}{\theta}} \quad (1-74)$$

这里用下角标 k 来标志燃烧结束点的参考量值。

2. 第二时期

第二时期是火药燃气继续绝热膨胀、推动弹丸作功的时期。从基本方程式出发,不难推得这时期弹丸速度随行程变化的关系式

$$v = v_j \sqrt{1 - \left(\frac{l_1 + l_k}{l_1 + l} \right)^\theta \left(1 - \frac{B\theta}{2} \right)} \quad (1-75)$$

其中 v_j 为(1-46)式定义的弹丸极限速度。而压力关系式为

$$p = \frac{f\omega}{S} \frac{1 - \left(\frac{v}{v_j} \right)^2}{l + l_1} \quad (1-76)$$

利用(1-75)、(1-76)式,还可以求得膛口点的弹丸速度和膛内压力值,即行程 l 等于弹丸全行程长 l_x 时的数值。

§ 1.9 内弹道设计

1.9.1 火炮—弹药系统设计的一般过程

1. 提出战术技术要求

武器系统的战术技术指标一般有如下方面的内容:完成战斗任务所需的最大射程或射高;弹丸摧毁目标所需的炸药量,或在一定距离内击穿某种装甲目标所需的弹丸比动能;它的行军状态中的机动性、射击精度要求及射速等。

2. 外弹道设计

由战术技术要求可以确定火炮的口径和弹丸的质量。外弹道设计的内容主要有两个方面:一是选择合适的弹形;另一个就是根据外弹道算出满足最大射程的弹丸膛口速度。

3. 内弹道设计

内弹道设计的任务是根据武器的战术技术要求和外弹道设计方案提供的枪炮口径、弹丸质量及膛口速度等起始数据,选定适当的最大膛压,确定出符合武器性能要求的最优枪炮内膛结构和装填条件。

4. 其它部件设计

根据内弹道设计确定的方案,计算出参数变化规律的曲线,进一步设计炮架系统和弹药系统。

81tech

5. 样品炮实验、完善

由以上的步骤可见,内弹道设计是整个武器设计的重要环节。这个过程不仅包括方案的计算,还有方案的优化选择工作。

1.9.2 方案评判标准介绍

1. 火药能量利用效率评价标准

除了(1-47)、(1-48)式介绍的弹道效率和有效弹道效率外,内弹道学中还有一个描述装药利用效率的示性数,即装药利用系数 η_w ,它被定义为膛口动能与装药量的比值

$$\eta_w = \frac{\frac{1}{2}mv_g^2}{w} \quad (1-77)$$

2. 炮膛工作容积利用效率的评价标准

炮膛工作容积利用效率的评价标准是示压效率,它是沿压力—行程曲线对弹丸全行程的积分值与最大压力和弹丸全行程乘积的比值,即

$$\eta_g = \frac{\int_0^{l_g} p dl}{p_m l_g} \quad (1-78)$$

这个量也称为充满系数或炮膛工作容积利用系数。

3. 火药相对燃烧结束点位置

相对燃烧结束点位置 η_k ,是火药燃烧结束点位置 l_k 与弹丸全行程 l_g 的比值,即

$$\eta_k = \frac{l_k}{l_g} \quad (1-79)$$

4. 膛口压力

膛口压力是弹丸射出膛口瞬间膛内火药燃气的平均压力,它的大小直接影响膛口冲击波场的强度,所以也是评价火炮性能的一个重要标准。

5. 身管寿命

身管寿命是指身管在丧失要求的弹道性能之前,所能发射的正装药炮弹的累计数目。影响身管寿命的因素有最大膛压、装药量和弹丸相对行程长,通常已总结成一些经验公式供武器评判之用。

1.9.3 基本关系式

由(1-75)式可以推得膛口速度公式为

$$v_g^2 = v_j^2 \left[1 - \left(\frac{l_1 + l_k}{l_1 + l_g} \right)^\theta \left(1 - \frac{B\theta}{2} \right) \right] \quad (1-80)$$

引入无量纲的相对量

$$\Lambda_k = \frac{l_k}{l_o} \quad (1-81)$$

$$\Lambda_g = \frac{l_g}{l_o} \quad (1-82)$$

它们分别被称为燃烧结束点的相对行程及弹丸相对全行程长。(1-80)式可表达为

$$\left(\frac{v_g}{v_j} \right)^2 = 1 - \left(\frac{1 - \alpha\Delta + \Lambda_k}{1 - \alpha\Delta + \Lambda_g} \right) \left(1 - \frac{B\theta}{2} \right)$$

左端可进一步表达为

$$\left(\frac{v_g}{v_j} \right)^2 = \varphi \frac{\frac{1}{2} m v_g^2}{\frac{f\omega}{\theta}} = \varphi \gamma_g$$

所以有

$$(1 - \alpha\Delta + \Lambda_g)(1 - \varphi\gamma_g)^{\frac{1}{\theta}} = (1 - \alpha\Delta + \Lambda_k)(1 - \frac{B\theta}{2})$$

$$\Lambda_g = \frac{(1 - \alpha\Delta + \Lambda_k)(1 - \frac{B\theta}{2})}{(1 - \varphi\gamma_g)^{\frac{1}{\theta}}} + \alpha\Delta - 1 \quad (1-83)$$

在火药性质 \hat{p}_p 、 f 、 α 、 θ 等参量选定后, Λ_k 、 B 都只是 p_m 与 Δ 的函数,而 $\varphi\gamma_g$ 仅仅与 $\frac{\omega}{m}$ 、 v_g 有关,因此有

$$\Lambda_g = f(p_m, \Delta, \frac{\omega}{m}, v_g) \quad (1-83a)$$

在弹道设计时,膛口速度 v_g 与最大膛压 p_m 是选定的,此时

$$\Lambda_g = f(\Delta, \frac{\omega}{m}) \quad (1-84)$$

这就是说,在已知口径、弹丸质量、膛口速度和火药性质一定并选定最大膛压的条件下,在指

定属于装填条件的装填密度 Δ 和相对装药质量 $\frac{\omega}{m}$ 两个量后,可以计算出属于膛内构造诸元之一的弹丸相对全行程 Δ_s ,又由一些简单的几何关系继而可算药室容积,弹丸全行程等量。所以,(1-84)式表示了在给定的初速和最大膛压的情况下,构造诸元和装填条件之间的函数关系,这是内弹道设计的基本方程。

1.9.4 内弹道设计的一般步骤

1. 确定指标参量

在进行弹道论证时,根据武器的战术技术指标确定武器和弹丸口径、弹丸质量,经外弹道论证得到所需的膛口速度,并以这些参量为依据,选择最大膛压。

2. 选定方案参量

如前所述,一组装填密度和相对装药量值代表了一种内弹道方案。为了进行优选比较,必须根据理论和经验,列选很多组方案。

3. 计算炮膛结构诸元

根据内弹道理论中建立的基本关系式,可以计算炮膛结构诸元,这些诸元包括药室容积、炮膛截面积、药室容积缩径长、弹丸全行程、药室实际长、炮膛长度和炮身全长。

4. 求装填条件

在选定火药和药形的情况下,可以求得装填条件诸参量,内容有装药量、火药的厚度等。在工程实际中还应考虑装药结构的设计。

5. 弹道评判标准的计算

81tech

根据计算结果进行比较,就可以选出符合战术技术要求的最佳内弹道方案。

参考文献

- [1] 华东工学院 103 教研室. 内弹道学. 北京:国防工业出版社,1978.
- [2] Corner J. Theory of Interior Ballistics of Guns. Wiley, New York, 1950. (中译本:内弹道学,鲍延钰等译,国防工业出版社,1958.)
- [3] Baer P G and Frankle J M. The Simulation of Interior Ballistic Performance of Guns by Digital Computer Program. BRL Report No. 1183. ,USA ARDC,Ballistic Research Laboratories,Aberdeen Proving Ground ,MD. December, 1962.
- [4] 金志明,袁亚雄.内弹道气动力原理.北京:国防工业出版社,1983.
- [5] 宋明.膛内压力波的理论及实验研究:[博士论文].南京:华东工学院,1988.
- [6] Krier H and Summerfield M. Interior Ballistics of Guns. AIAA,1979.
- [7] 中华人民共和国国家军用标准 GJB 371-87,弹道学术语及符号.1988.

第二章 内弹道零维模型计算编码

内弹道解法是内弹道理论的核心,这个过程可以概括为:针对具体的物理对象提出简化假设,在此基础上列出能描述膛内主要特征的方程组,然后通过模型的计算,达到认识并控制射击过程的目的。在电子计算机采用之前,传统的解法有经验的解法、近似的分析解法、表解法和图解法。这些方法都有其局限性,它们或者受到严格的使用范围的限制,或者伴随着繁重的计算工作量而耗费大量的时间。电子计算机编码的出现及其应用,不仅代替了繁重的内弹道工作,而且改变了传统的研究方法。使人们能应用更精确的数学模型,深入地研究射击过程,在弹道学中不断地开拓新的领域。

本章结合零维模型的计算,介绍使用电子计算机求解内弹道问题的基本常识和一般过程。

§ 2.1 无量纲化的内弹道方程组

在 § 1.7 中,已经介绍了内弹道零维数学模型。为了使计算具有更大的代表性和实用性,这里采用多孔火药的形状函数式,并用指数式描述火药燃速规律。这样,方程组形式如下

$$\left. \begin{aligned} \phi &= \begin{cases} \chi z(1 + \lambda z + \mu z^2) & (z < 1) \\ \chi_s \frac{z}{z_s}(1 + \lambda_s \frac{z}{z_s}) & (1 \leq z < z_s) \\ 1 & (z \geq z_s) \end{cases} \\ \frac{dz}{dt} &= \begin{cases} \frac{u_1}{\delta_1} p^n & (z < z_s) \\ 0 & (z \geq z_s) \end{cases} \\ v &= \frac{dl}{dt} \\ Sp &= \varphi m \frac{dv}{dt} \\ Sp(l + l_s) &= f\omega\phi + \frac{\theta}{2}\varphi mv^2 \end{aligned} \right\} \quad (2-1)$$

其中

$$l_\phi = l_0 \left[1 - \frac{\Delta}{\hat{\rho}_p} - \Delta \left(\alpha - \frac{1}{\hat{\rho}_p} \right) \phi \right]; \Delta = \frac{\omega}{V_0}$$

$$l_0 = \frac{V_0}{S}; \chi_s = \frac{\phi_s - \xi_s}{\xi_s - \xi_s^2}; \lambda_s = \frac{1 - \chi_s}{\chi_s}$$

而

$$\phi_s = \chi(1 + \lambda + \mu); z_s = \frac{\delta_1 + \rho}{\delta_1}; \xi_s = \frac{\delta_1}{\delta_1 + \rho} = \frac{1}{z_s}$$

ρ 为多孔火药燃烧分裂时截面内的相当内切圆半径,对七孔火药可取

$$\rho = 0.2956 \left(\frac{d}{2} + \delta_1 \right)$$

引入相对变量

$$\bar{l} = \frac{l}{l_0}; \bar{t} = \frac{v_j}{l_0} t; \bar{p} = \frac{p}{f\Delta}; \bar{v} = \frac{v}{v_j}$$

其中 $v_j = \sqrt{\frac{2f\omega}{\theta\varphi m}}$ 。则方程组(2-1)可表达成无量纲变量的形式

$$\left. \begin{aligned} \phi &= \begin{cases} \chi z(1 + \lambda z + \mu z^2) & (z < 1) \\ \chi_i \frac{z}{z_k} (1 + \lambda_i \frac{z}{z_k}) & (1 \leq z < z_k) \\ 1 & (z \geq z_k) \end{cases} \\ \frac{dz}{dt} &= \begin{cases} \sqrt{\frac{\theta}{2B}} \bar{p} & (z < z_k) \\ 0 & (z \geq z_k) \end{cases} \\ \frac{d\bar{l}}{d\bar{t}} &= \bar{v} \\ \frac{d\bar{v}}{d\bar{t}} &= \frac{\theta}{2} \bar{p} \\ \bar{p}(\bar{l} + \bar{l}_\phi) &= \phi - \bar{v}^2 \end{aligned} \right\} \quad (2-2)$$

其中

$$\bar{l}_\phi = 1 - \frac{\Delta}{\rho_p} - \Delta \left(\alpha - \frac{1}{\rho_p} \right) \phi$$

$$B = \frac{S^2 \delta_1^2}{f \omega \varphi m u^2} (f \Delta)^{2(1-n)}$$

这是本章的计算中将要采用的方程组。

§ 2.2 龙格—库塔法在解内弹道方程中的应用

2.2.1 微分方程数值解的基本思想和途径

当采用指数形式的燃速公式时,微分方程是非线性的。这一类的微分方程绝大部分不能给出解析解,而内弹道的实际应用中往往也只需要满足一定精度的近似解。数值解法是寻求这种近似解的一种主要手段。

这里以微分方程的初值问题

$$\left. \begin{aligned} y' &= f(x, y) \\ y(x_0) &= \eta \end{aligned} \right\} \quad (2-3)$$

为例,来说明建立数值方法的基本思想。

设(2-3)式的解 $y(x)$ 是在它的存在区间上的连续函数。数值解就是要在解存在的区间内,给出若干个离散点 x_0, x_1, \dots, x_n , 算出对应的 $y(x)$ 的近似值 y_0, y_1, \dots, y_n , 其中 $x_{k+1} - x_k = h$ 称为步长。

将连续性问题(2-3)式通过一定的方法化为在给定的 $n+1$ 个点上的近似的差分方程(代数方程)的初值问题,这个过程称为离散化。离散化的方法比较多,常用的有数值积分法,化导数为差商的方法,台劳(Taylor)展式法等。这里以数值积分法为例说明离散化的过程。

微分方程 $y' = f(x, y)$ 在区间 $[x_k, x_{k+1}]$ 上积分后可得

$$y(x_{k+1}) = y(x_k) + \int_{x_k}^{x_{k+1}} f(x, y(x)) dx$$

所以初值问题(2-3)可近似表达为

$$\left. \begin{aligned} y_{k+1} &= y_k + \int_{x_k}^{x_{k+1}} f(x, y(x)) dx \\ y_0 &= \eta \end{aligned} \right\} \quad (2-4)$$

若采用矩形公式为近似积分表达式,即

$$\int_{x_k}^{x_{k+1}} f(x, y(x)) dx = hf(x_k, y_k)$$

则初值问题(2-3)式可化为

$$\left. \begin{aligned} y_{k+1} &= y_k + hf(x_k, y_k) \\ y_0 &= \eta \end{aligned} \right\} \quad (2-5)$$

这是欧拉(Euler)折线法公式。采用化导数为差商的方法和台劳展式法也可求得类似的公式。

2.2.2 欧拉折线法的误差和改进欧拉折线法

一、欧拉折线法的离散误差

81tech

微分方程的解 $y(x_k)$ 与用数值方法求得的解的近似值 y_k 之间的差值称为离散误差,即

$$e_k = y_k - y(x_k)$$

这个误差是方法本身带来的,也称为截断误差。用台劳公式可以得到

$$y_{k+1} = y_k + hf_k + O(h^2)$$

可见,欧拉折线法公式的离散误差为 h^2 数量级,通常称这一类的方法具有一阶精度。以此类推,离散误差为 $h^{(n+1)}$ 数量级的方法被认为具有 n 阶精度。

二、改进欧拉法

若对积分式 $\int_{x_k}^{x_{k+1}} f(x, y(x)) dx$ 采用梯形公式,则由

$$y_{k+1} = y_k + \frac{h}{2}(f_k + f_{k+1})$$

可得改进欧拉法又称为预报校正法。这个方法先进行预报计算

$$\tilde{y}_{k+1} = y_k + hf_k$$

再进行校正计算

$$y_{k+1} = y_k + \frac{h}{2}(f_k + f_{k+1})$$

其中 $f_{k+1} = f(x_{k+1}, \tilde{y}_{k+1})$ 。上述方法写成整体公式的形式为

$$\left. \begin{aligned} y_{k+1} &= y_k + \frac{h}{2}(K_1 + K_2) \\ K_1 &= f(x_k, y_k) \\ K_2 &= f(x_k + h, y_k + K_1 h) \end{aligned} \right\} \quad (2-6)$$

这个方法的误差量级为 h^3 , 它是二阶精度的。可见, 采用了改进欧拉法提高了精度。

2.2.3 龙格—库塔法

上面的分析可见, 改进欧拉法是用斜率与步长 h 乘积的线性组合取代 hf , 使精度得到提高。由此可以想到, 若用更多点的斜率与步长 h 乘积的线性组合取代 hf , 则可进一步提高 y_{k+1} 的精度。如用四个点的公式

$$y_{k+1} = y_k + (\alpha K_1 + \beta K_2 + \gamma K_3 + \delta K_4)h$$

其中

$$K_i = f_i \quad (i = 1, 2, 3, 4)$$

在取 $\alpha = \delta = \frac{1}{6}, \beta = \gamma = \frac{1}{3}$ 时, 便可得到经典的龙格—库塔(Runge—Kutta)公式为

$$\left. \begin{aligned} y_{k+1} &= y_k + \frac{h}{6}(K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4) \\ K_1 &= f(x_k, y_k) \\ K_2 &= f(x_k + \frac{h}{2}, y_k + \frac{hK_1}{2}) \\ K_3 &= f(x_k + \frac{h}{2}, y_k + \frac{hK_2}{2}) \\ K_4 &= f(x_k + h, y_k + hK_3) \end{aligned} \right\} \quad (2-7)$$

这个公式是四阶精度的, 因此称为四阶龙格—库塔公式。

对于一阶微分方程组

$$\begin{cases} \frac{dy_i}{dx} = f_i(x, y_1, y_2, \dots, y_n) & i = 1, 2, \dots, n \\ y_i(x_0) = y_{i0} \end{cases}$$

龙格—库塔公式可写成

$$\left. \begin{aligned} y_{ik+1} &= y_{ik} + \frac{h}{6}(K_{i1} + 2K_{i2} + 2K_{i3} + K_{i4}) \\ K_{i1} &= f_i(x_k, y_{1k}, \dots, y_{nk}) \\ K_{i2} &= f_i(x_k + \frac{h}{2}, y_{1k} + \frac{hK_{11}}{2}, \dots, y_{nk} + \frac{hK_{n1}}{2}) \\ K_{i3} &= f_i(x_k + \frac{h}{2}, y_{1k} + \frac{hK_{12}}{2}, \dots, y_{nk} + \frac{hK_{n2}}{2}) \\ K_{i4} &= f_i(x_k + h, y_{1k} + hK_{13}, \dots, y_{nk} + hK_{n3}) \end{aligned} \right\} \quad (2-8)$$

式中 $i = 1, 2, \dots, n$ 。(2-8)式将被应用到弹道方程系的数值方法中去。

应当说明的是, 求解微分方程系的数值方法不止龙格—库塔法一种, 例如还有亚当姆斯(Adams)法、米兰(Milne)法等。与同样四阶精度的亚当姆斯法相比, 龙格—库塔法虽然运算工作量较大, 但是它在计算 y_{ik+1} 值时, 只用到 y_{ik} , 而不直接依赖于 y_{ik-1}, y_{ik-2} 等。也就是说, 在初值 y_{i0} 确定后, 就可以依次计算 y_{i1}, y_{i2}, \dots 直至整个过程结束, 不存在计算起步的问题。另外, 这种方法没有规定后一步的步长与前一步步长必须满足的某种关系, 可以任意改变计算步长。这两个特点尤其适宜于内弹道循环中有多个特殊点计算的要求。因此, 目前见到的内弹道零维模型编码中普遍采用这种方法。

§ 2.3 特殊点的计算

内弹道曲线中的最大膛压点、火药燃烧分裂点、燃烧结束点、炮口点都被称为特殊点。在这些特殊点中,燃烧分裂点和燃烧结束点的计算精度会影响此后曲线上的其它点的值,而最大膛压点和炮口点的计算虽然不影响其它点,但它是解法的主要结果参数,也要求它尽可能地与理论值相接近。本节将介绍这些特殊点计算的处理方法。

2.3.1 最大压力点值的计算

最大压力点的计算可分为两步。第一步是寻求包括最大压力点的单峰区间,在递推进行的弹道曲线计算过程中,逐点比较前、后两点的压力大小,一旦压力变化从上升变为下降,取满足 $\bar{p}_i > \bar{p}_{i-1}, \bar{p}_i > \bar{p}_{i+1}$ 的 i 点为中心,两倍步长的区域即 $[\bar{t}_{i-1}, \bar{t}_{i+1}]$ 为最大压力点的搜索区间。

第二步是将最大压力位置精确化,搜索的方法也很多,通常的优选方法如爬山法、黄金分割法等均可采用。这里介绍比较可靠实用的黄金分割法,它的基本思想是通过合理地选择计算点,使用较少的函数计算工作量来缩小含有极值区间的长度,直到极值点的存在范围达到允许误差之内。

在区间的收缩方法上,使用了单峰区间消去原理,由两个函数值比较消去无极值区间。在比较点的位置选择上,此方法把第一个点选在离起点 0.382 区间长的地方,第二点选在它的对称位置即 0.618 区间长位置。这种设置方法,能够在每次舍去无极值区间后,保留点始终在新区间的 0.618 或 0.382 长度处,这样,仅需在其对称位置上再作一次计算即可继续进行比较。

在得到最大压力区间的起点 $[\bar{t}_{i-1}, \bar{t}_{i+1}]$ 后,计算步骤如下:

- (1) 在长度为 $2h$ 的区间中取 0.382、0.618 处的比较点 \bar{t}_1, \bar{t}_2 , 计算 \bar{p}_1, \bar{p}_2 值。
- (2) 比较两点压力值,若 $\bar{p}_1 > \bar{p}_2$, 则最大压力在 $[\bar{t}_{i-1}, \bar{t}_2]$ 内, 将 \bar{t}_1 冲入 \bar{t}_2 , \bar{p}_1 冲入 \bar{p}_2 , 补充 0.382 新区间长为 \bar{t}_1 , 计算对应的 \bar{p}_1 值后继续比较; 若 $\bar{p}_1 < \bar{p}_2$, 则最大压力在 $[\bar{t}_1, \bar{t}_{i+1}]$ 区间内, 将 \bar{t}_2 冲入 \bar{t}_1 , \bar{p}_2 冲入 \bar{p}_1 , 补充 0.618 新区间长处为 \bar{t}_2 点, 计算 \bar{p}_2 值后继续比较。
- (3) 精度判别, 决定重复上述步骤还是结束计算。

2.3.2 其它特殊点的计算

从理论上讲,燃烧分裂点、燃烧结束点、炮口点的计算,可由 $y_a(\bar{t}) = y_a$ 的条件解出相应的时间 \bar{t}_a , 然后调整步长,由特殊点前的弹道诸元算出特殊点的诸元,这种方法涉及到一个非线性方程的求解问题,运算的工作量较大。这里采用另一种方法,就是直接采用特殊点的特征量作为内弹道方程的自变量,从简单的算术运算求得特殊点的计算步长,从而求得各量值。

以炮口点计算为例,将行程作为自变量, (2-2) 式中的微分方程可变为

$$\left. \begin{aligned} \frac{dz}{d\bar{t}} &= \sqrt{\frac{\theta}{2B} \frac{\bar{p}''}{\bar{v}}} \\ \frac{d\bar{v}}{d\bar{t}} &= \frac{\theta}{2\bar{v}\bar{p}} \\ \frac{d\bar{t}}{d\bar{t}} &= \frac{1}{\bar{v}} \end{aligned} \right\} \quad (2-9)$$

计算步骤为

(1) 求炮口点区间: 当 $l_{i+1} > \bar{l}_g$ 时, 取 i 点诸元为炮口点计算的初值。

(2) 炮口点计算: 取步长 $\Delta \bar{l} = \bar{l}_g - \bar{l}_i$, 使用方程组(2-9), 运用龙格—库塔法直接求出炮口点诸元。

使用上述方法求解特殊点, 要在整个计算过程中使用不同的自变量, 计算火药燃烧特征点时用相对已燃厚度 z 作自变量, 炮口点诸元计算时则用相对行程 \bar{l} 为自变量。为了简化程序, 只要将右端函数

$$K_i = f_i(K_l, K_v, K_i, K_z)$$

乘一系数, 即变成

$$K_i = \frac{1}{K_u} f_i(K_l, K_v, K_i, K_z)$$

便可。这样, 自变量与方程组的改变, 不会给程序的编制带来太多的麻烦。

§ 2.4 框图及源程序

2.4.1 框 图

一、主程序框图

主程序框图见图 2-1 所示。

二、龙格—库塔法子程序框图

81tech

龙格—库塔法子程序框图见图 2-2 所示。

三、黄金分割法求最大压力点值程序段框图

黄金分割法求最大压力点值程序段的框图见图 2-3 所示。

2.4.2 源程序

源程序用 Fortran 语言编写而成, 程序如下:

```
C   THIS PROGRAM IS FOR CALCULATING INTERIOR BALLISTICS CYCLE
C   OF SINGLE CHARGE
      DIMENSION PM(6),Y1(6),Y2(6)
      COMMON/VV/XH,ZK,TH,B,XN,XHI,XLA,XMU,XHS,XLS,C1,C2,
1 CT,XL0,VLI CP,TT,IR,E,JJ
      COMMON/AA/Y(6),YW(6)
      OPEN(1,FILE='C,Y.DAT',STATUS='OLD')
      READ(1,*)ROP,OM,F,TH,AL,A,XN,DT1,D0,XHI,XLA,XMU,XHS,
1 XLS,XM,S,V0,XIG,FI,P0
      CLOSE(1)
      WRITE(*,2)
2   FORMAT(' ENTER THE STEP OF CALCULATION')
      READ(*,*) TT
```

```

IB=1
IX=1
IY=1
IR=1
JJ=0
DT=OM/V0
XL0=V0/S
XL1=XLG/XL0
RO=0.2956*(0.5*D0+DT1)
ZK=(DT1+RO)/DT1
CP=F*DT
SDA=S*DT1/A
FDT=CP*(2*(1-XN))
B=SDA*SDA/F/OM/FI/XM*FDT
VLI=SQRT(2*F*OM/TH/FI/XM)
C1=1-DT/ROP
C2=DT*(AL-1/ROP)
CT=XL0/VLI
Y(1)=0.0
Y(3)=0.0
Y(4)=0.0
Y(6)=P0/CP
Y(5)=(1/DT-1/ROP)/(F/P0-AL-1/ROP)
Y(2)=0.5*(SQRT(1+4*XLA*Y(5)/XHT)-1)/XLA
OPEN(2,FILE='R.DAT',STATUS='NEW')
WRITE(2,3)
3  FORMAT(20X,'INTERIOR BALLISTIC SOLUTION')
   WRITE(2,4)ROP,OM,F,TH,AL,A,XN,DT1,D0,XHI,XLA,XMU,XHS,
1XLS,XM,S,V0,XLG,FI,P0
4  FORMAT(1X,4HROP=,F6.1,5X,3HOM=,F4.2,8X,2HF=,F8.1,5X,
13HTH=,F4.2,8X,3HAL=,F5.3/1X,2HA=,F11.10,2X,2HN=,F4.2,
19X,4HDT1=,F6.4,5X,3HD0=,F6.14,6X,3HHI=,F6.4/1X,3HLA=,
F6.4,6X,3HMU=,F7.4,5X,3IHS=,F6.4,6X,3HLS=,F6.4,6X,2HM=,
1F3.1/1X,2HS=,F8.7,5X,3HV0=,F8.7,4X,3HLG=,F5.2,7X,3HFI=,
1F6.4,2X,3HP0=,F10.1)
   WRITE(2,5)TT
5  FORMAT(1X,'THE LENGTH OF STEP IS',F7.6)
   WRITE(2,7)
7  FORMAT(6X,'T'           Z           L           V           PSI

```

```
1          P')
  CALL PR
  DO 8 I=1,6
    PM(I)=Y(I)
8  CONTINUE
  XH=TT
10 CALL RK
  JJ=JJ+1
  IF (IB.EQ.1) GOTO 15
  GOTO 50
15 IF(Y(6)-PM(6)) 40,20,20
20 DO 30 I=1,6
  PM(I)=YW(I)
30 CONTINUE
  GOTO 50
40 IB=2
C
50 IF(Y(2).GE.1.0.AND.IX.EQ.1) GOTO 60
  GOTO 70
60 IX=2
  E=1.0
  IR=2
  CALL SP
C
70 IF (Y(2).GE.ZK.AND.IY.EQ.1) GOTO 80
  GOTO 90
80 IY=2
  IR=2
  E=ZK
  CALL SP
90 IF (JJ.EQ.10) CALL PR
  IF (Y(3).LT.XL1) GOTO 10
  E=XL1
  IR=3
  CALL SP
C
  DO 100 I=1,6
    Y(I)=PM(I)
100 CONTINUE
```

```
      XHA=2 * XH
      XH=0.382 * XHA
      CALL RK
      XH=0.236 * XHA
      CALL RK
      DO 110 I=1,6
      Y1(I)=YW(I)
      Y2(I)=Y(1)
110  CONTINUE
120  ER=(Y1(6)-Y2(6))/Y1(6)
      IF (ABS(ER).LT.0.001) GOTO 180
      XHA=0.618 * XHA
      IF (ER.GT.0.0) GOTO 150
      DO 130 I=1,6
      Y(I)=Y1(I)
      Y1(I)=Y2(I)
130  CONTINUE
      XH=0.618 * XHA
      CALL RK
      DO 140 I=1,6
      Y2(I)=Y(I)
140  CONTINUE
      GOTO 120
150  DO 160 I=1,6
      Y2(I)=Y1(I)
160  CONTINUE
      XH=0.382 * XHA
      CALL RK
      DO 170 I=1,6
      Y1(I)=Y(I)
170  CONTINUE
      GOTO 120
180  WRITE (2,190)
190  FORMAT (1X,'M')
      CALL PR
      CLOSE(2)
      END
C
      SUBROUTINE SP
```

81tech

```

COMMON/VV/XH,ZK,TH,B,XN,XHI,XLA,XMU,XHS,XLS,C1,C2,
1CT,XL0,VLI,CP,TT,IR,E,JJ
COMMON/AA/Y(6),YW(6)
DO 200 I=1,6
Y(I)=YW(I)
200 CONTINUE
XH=E-Y(IR)
CALL RK
CALL PR
XH=TT
IR=1
RETURN
END

```

C

```

SUBROUTINE RK
DIMENSION YK(4),U(5),YM(6)
COMMON/VV/XH,ZK,TH,B,XN,XHI,XLA,XMU,XHS,XLS,C1,C2,
1CT,XL0,XLI,CP,TT,R,E,JJ
COMMON/AA/Y(6),YW(6)
U(1)=0.5 * XH
U(2)=0.5 * XH
U(3)=XH
U(4)=XH
U(5)=0.5 * XH
DO 310 I=1,6
YW(I)=Y(I)
YM(I)=Y(I)
310 CONTINUE
DO 400 J=1,4
YK(1)=1.0
IF (Y(2)-ZK) 320,330,330
320 YK(2)=SQRT(0.5 * TH/B) * YM(6) * * XN
GOTO 335
330 YK(2)=0.0
335 YK(3)=YM(4)
YK(4)=0.5 * YM(6) * TH
CS=1/YK(IR)
DO 340 I=1,4
W=CS * YK(I)

```

```

        YM(I)=U(J)*W+YW(I)
        Y(I)=U(J+1)*W/3.0+Y(I)
        IF (J.EQ.4)   YM(I)=Y(I)
340  CONTINUE
        Z=YM(2)
        IF(Z.GE.1.0)  GOTO 350
        Y(5)=XHI*Z*(1+Z*(XLA+Z*XMU))
        GOTO 370
350  IF (Z.GE.ZK)    GOTO 360
        Y(5)=XHS*Z/ZK*(1+XLS*Z/ZK)
        GOTO 370
360  Y(5)=1.00000
370  XLP=C1-C2*Y(5)
        Y(6)=(Y(5)-YM(4)*YM(4))/(YM(3)+XLP)
400  CONTINUE
        RETURN
        END

C
        SUBROUTINE PR
        COMMON/VV/XH,ZK,TH,B,XN,XHI,XLA,XMU,XHS,XLS,C1,C2,
        1CT,XL0,VL1,CP,TT,TR,E,JJ
        COMMON/AA/Y(6),YW(6)
        T=CT*Y(1)
        XL=XL0*Y(3)
        V=VL1*Y(4)
        P=CP*Y(6)
        WRITE(2,500)T,Y(2),XL,V,Y(5),P
500  FORMAT(1X,F8.7,4X,F7.5,5X,F7.3,5X,F7.2,4X,F7.5,5X,F11.1)
        JJ=0
        RETURN
        END
    
```

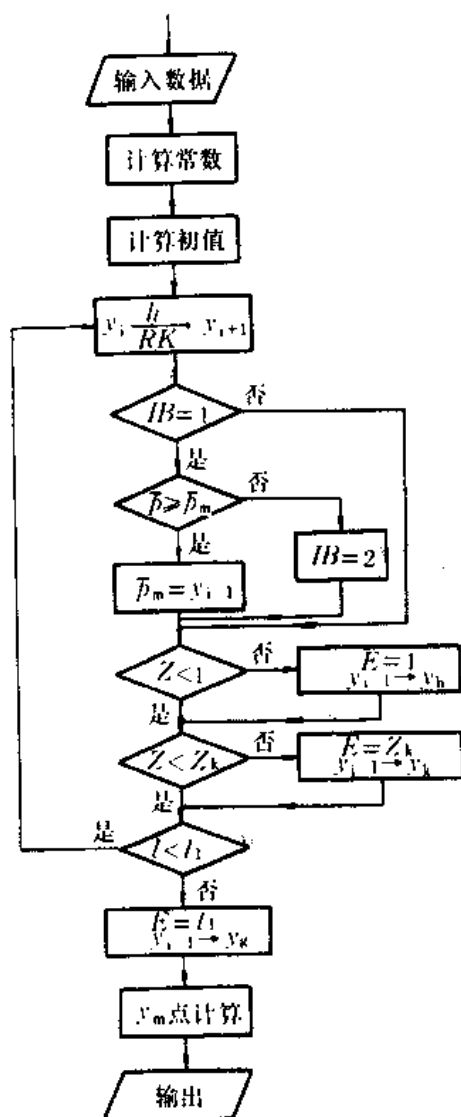


图 2-1 主程序框图

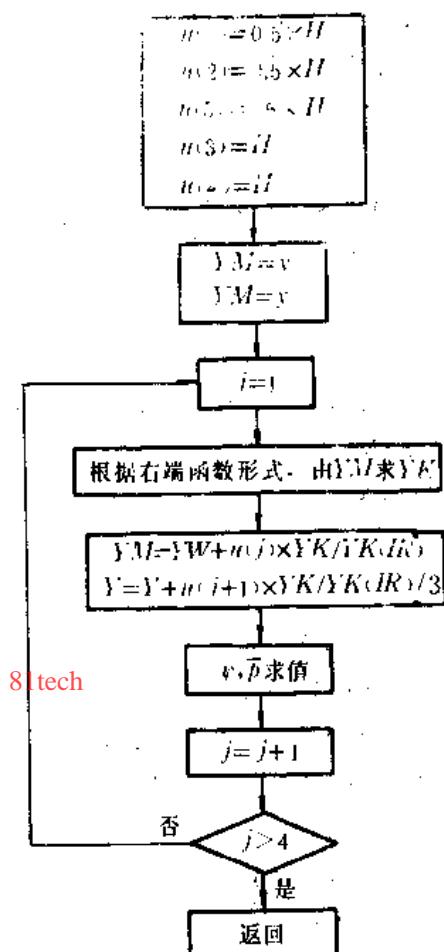


图 2-2 龙格—库塔法子程序框图

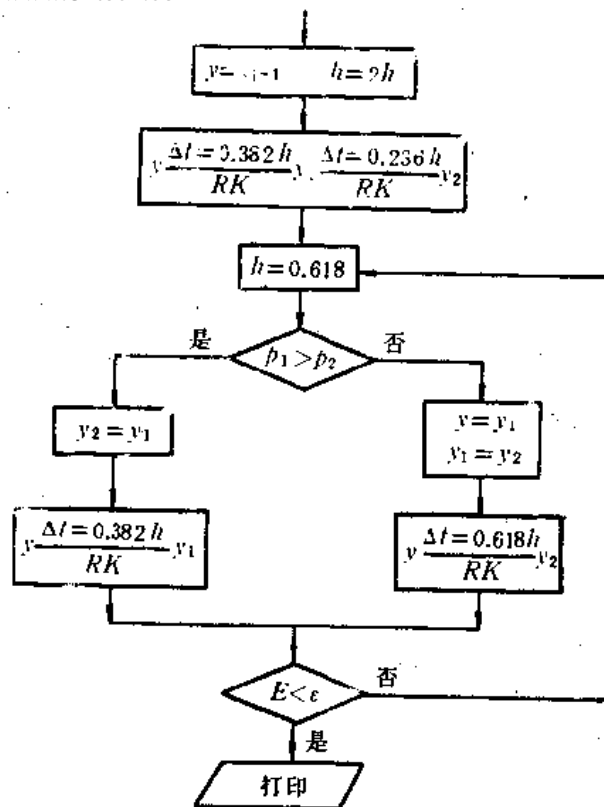


图 2-3 黄金分割法求最大压力点值程序段框图

§ 2.5 例题计算

利用完成的电子计算机编码,对 76mm 加农炮进行内弹道解法计算,输入的原始数据如表 2.1 所列。

表 2.1 76mm 加农炮原始数据一览表

符号	数值	单位	符号	数值	单位
$\hat{\rho}_p$	1600	kg/m ³	λ	0.2207	
ω	1.13	kg	μ	-0.0243	
f	931000	J/kg	χ_r	1.7609	
θ	0.25		λ_s	-0.4321	
α	0.001	m ³ /kg	m	6.2	kg
\bar{u}_1	1.86×10^{-8}	m/(sP _a ^{0.5})	S	0.004693	m ²
n	0.83		V_0	0.001515	m ³
δ_1	0.0005	m	lg	2.687	m
d	0.0005	m	φ	1.206	
x	0.7145		p_0	3×10^6	P _a

计算结果整理成 $p-t$ 、 $p-l$ 、 $v-t$ 、 $v-l$ 曲线如图 2-4、图 2-5、图 2-6、图 2-7 所示。以特殊点值与实验所测结果比较来看吻合较好,说明程序是可用的。

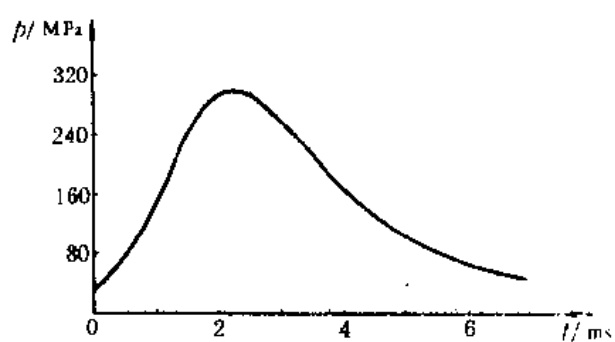


图 2-4 预测的 76mm 加农炮 $p-t$ 曲线

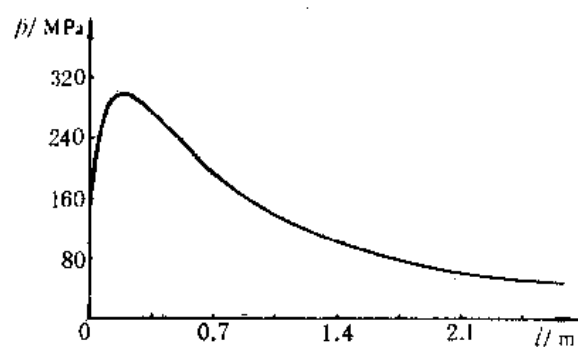


图 2-5 预测的 76mm 加农炮 $p-t$ 曲线

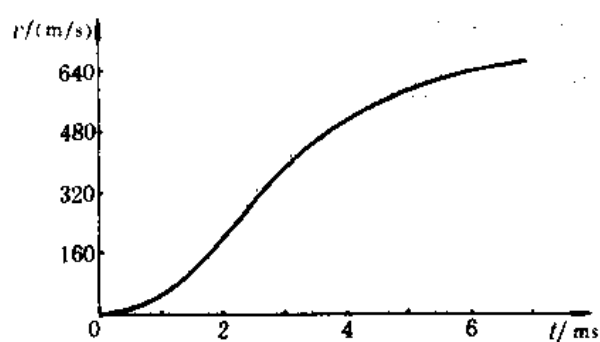


图 2-6 预测的 76mm 加农炮 $v-t$ 曲线

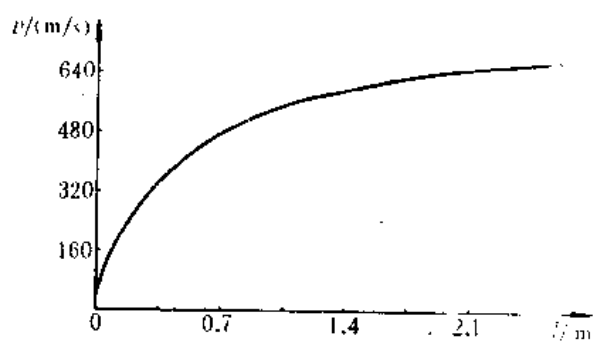


图 2-7 预测的 76mm 加农炮 $v-t$ 曲线

参考文献

- [1] 华东工学院 103 室. 内弹道学. 北京: 国防工业出版社, 1978.
- [2] 谭浩强, 田淑清. Fortran 语言. 北京: 清华大学出版社, 1981.

第三章 内弹道气动力模型的近似解

§ 3.1 引言

经典内弹道学是建立在热力学平衡态基础上的,求解火药气体在膛内的平均参数随时间变化的规律。在弹道测试中就压力而言,测得的是膛内某一特定位置的压力值,理论和实验结果对比,要求知道膛内平均压力 and 不同位置的 pressure 关系。对于弹丸和引信的研究设计者,关心的是弹底压力;对于火炮及后坐机构的研究设计者,要求知道的是膛底压力,所以理论研究和实际应用都要求确定膛内弹后空间火药气体压力的分布规律。研究发射弹丸过程中的次要功,需要知道火药燃烧气体及未燃完的火药颗粒运动的动能,这就要求确定膛内弹后空间火药气体的速度分布规律。内弹道均相流和两相流气动力数学模型可以解决这些问题,比起经典弹道来说,它更加细致地反应出膛内射击过程,特别是可以计算出膛内压力波对射击过程的影响以及可能出现的反常压力现象。但是由于内弹道气动力模型无法获得解析解,必须借助于电子计算机用数值方法求解,这就需要编制复杂的计算程序,需要花费大量的时间和精力,在实际应用方面受到很大的限制。所以在内弹道的实际应用中,常常采用简化的近似解法。

通过实验和计算发现,对于膛压和初速不太高的中等威力火炮,弹后空间的压力、密度和温度梯度是不太大的。膛内正在燃烧的药粒,由于在燃烧面的法线方向不断产生新的气体,使药粒产生彼此排斥的作用而发生流化现象,因此,可以近似地认为药粒均匀地散布在火药气体之中。由此假设气相和固相的速度相等,把两相流问题简化为均相流问题。如果不考虑药室断面和炮膛断面的差异及气体的粘滞性,则连续方程和运动方程可以写成如下的形式

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) = 0 \quad (3-1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (3-2)$$

式中 ρ 是包括气体和正在燃烧药粒的混合密度, u 是混合流的流速, p 是压力。

以上两个方程有三个未知量 u 、 p 、 ρ , 因此要计算弹后空间的压力分布, 必须提出假设以补充缺少的一个方程。最常用的简化假设有: (a) 比例膨胀假设; (b) 拉格朗日 (Lagrange) 假设; (c) 毕杜克 (Pidduk) 极限解。通过这些假设, 可以确定弹后空间的密度变化规律, 或速度变化规律, 从而求解出压力分布规律。以下分别讨论在这些假设下的内弹道气动力问题近似解。并结合实验数据及内弹道气动力模型的数值解结果进行分析和讨论。

§ 3.2 比例膨胀假设

在火药燃烧阶段, 膛内介质是由火药气体和正在燃烧的火药颗粒组成的两相混合流体。若任一单元混合流体的气体密度为 ρ_g , 混合流体的密度为 ρ , 将两者比值

$$\epsilon = \frac{\rho_g}{\rho} \quad (3-3)$$

称为该单元混合流体中气体的相对质量。很显然,在火药未燃之前, $\epsilon=0$;火药燃完后, $\epsilon=1$ 。

火药燃烧产生高温高压气体,火药气体膨胀推动弹丸运动,而弹丸的运动又加速了火药气体膨胀,因此气体膨胀的规律与气流各参量的变化有着密切的关系。为了能得到弹后空间压力分布的近似解,必须对气体膨胀的规律作出假设。常用的比例膨胀假设为:在膛内全部流动过程中,弹后空间任一单元混合流的相对膨胀及气体相对质量等于整个弹后空间混合流的相对膨胀及气体的相对质量。

若任一单元气流的体积为 ΔV_x ,如图3-1所示,在 dt 时间内单元气流体积变化为 $d\Delta V_x$ 。弹后空间总体积为 V ,在 dt 时间内总体积的变化为 dV 。膛内全部火药气体的质量为 j ,混合流体的质量为 ω 。于是比例膨胀假设用数学关系式表示为

$$\frac{d\Delta V_x}{\Delta V_x} = \frac{dV}{V} \quad (3-4)$$

$$\epsilon = \frac{\rho_g}{\rho} = \frac{j}{\omega} \quad (3-5)$$

因为 j 和 ω 仅是时间的函数,那么气体的相对质量 ϵ 也仅是时间的函数,则有

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial x} = 0 \quad (3-6)$$

上式表示气体相对质量沿弹后空间是均匀分布。

如果在弹后空间任取一体积 V_n ,它由有限个单元体积所组成,如图3-2所示,即

$$V_n = \sum_{i=1}^n \Delta V_i$$

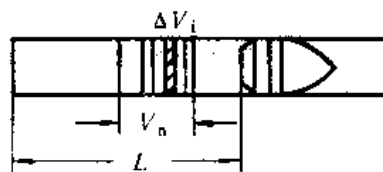
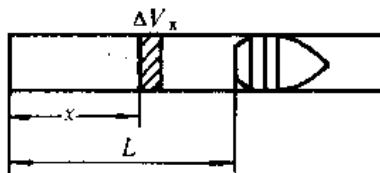


图3-1 比例膨胀假设示意图 图3-2 比例膨胀推论示意图

由(3-4)式,对于每一个单元体积有

$$\frac{d\Delta V_1}{\Delta V_1} = \frac{d\Delta V_2}{\Delta V_2} = \dots = \frac{d\Delta V_n}{\Delta V_n} = \frac{dV}{V}$$

根据等比定理,上式可表示为

$$\frac{d\Delta V_1 + d\Delta V_2 + \dots + d\Delta V_n}{\Delta V_1 + \Delta V_2 + \dots + \Delta V_n} = \frac{dV}{V}$$

或

$$\frac{\sum_{i=1}^n d\Delta V_i}{\sum_{i=1}^n \Delta V_i} = \frac{dV}{V}$$

因为

$$\sum_{i=1}^n d\Delta V_i = dV_n$$

$$\sum_{i=1}^n \Delta V_i = V_n$$

由此可得

$$\frac{dV_n}{V_n} = \frac{dV}{V} \quad (3-7)$$

上式表示任一部分混合气流体积的相对膨胀等于整个弹后空间混合气流的相对膨胀。由(3-7)式,可以写出

$$\frac{dV_1}{V_1} = \frac{dV_2}{V_2}$$

因此,由比例膨胀假设得出,弹后空间混合气流任何给定部分体积的相对膨胀,在膛内流动的全部时间内都是相同的。对(3-7)式积分,得到

$$\ln V_n - \ln V = \ln C$$

或

$$\frac{V_n}{V} = C \quad (3-8)$$

式中 C 是与时间无关的常数。上式表明,弹丸在膛内运动的全部时间内,任一给定部分混合气流的体积与膛内整个气流体积之比不变。这是比例膨胀假设的一个很重要的推论。

若在弹后空间任取两个单元体积 ΔV_1 和 ΔV_2 , 分别包含有混合气体的质量为 $\Delta \omega_1$ 和 $\Delta \omega_2$ 。由(3-4)式,则有

$$\frac{d\Delta V_1}{\Delta V_1} = \frac{d\Delta V_2}{\Delta V_2} = \frac{dV}{V} \quad (3-9)$$

因为 $\Delta V_1 = \frac{\Delta \omega_1}{\rho_1}$, $d\Delta V_1 = -\frac{d\rho_1}{\rho_1^2} \Delta \omega_1$, $\Delta V_2 = \frac{\Delta \omega_2}{\rho_2}$, $d\Delta V_2 = -\frac{d\rho_2}{\rho_2^2} \Delta \omega_2$ 。式中 ρ_1 和 ρ_2 分别为混合气体的密度。代入(3-9)式,可得

$$\frac{d\rho_1}{\rho_1} = \frac{d\rho_2}{\rho_2} \quad (3-10)$$

该式表明,任意两个单元体积内的混合气体密度的相对变化都相等。因此,任意两个单元体积内混合气体密度相对变化率也应相等,令它们等于仅与时间有关的函数 $-K$,即

$$\frac{1}{\rho_1} \frac{d\rho_1}{dt} = \frac{1}{\rho_2} \frac{d\rho_2}{dt} = -K$$

由于单元是任意取的,显然 K 与空间坐标 x 是无关的。

由连续方程(3-1)式

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} = -\frac{\partial u}{\partial x}$$

与上式相比较,可得

$$\frac{\partial u}{\partial x} = K$$

积分上式,有

$$u = Kx + \varphi(t) \quad (3-11)$$

式中 $\varphi(t)$ 是与时间有关的积分常数, 它由边值条件来决定。对(3-11)式微分, 则有

$$\frac{du}{dt} = K \frac{dx}{dt} + x \frac{dK}{dt} + \varphi'(t)$$

注意到 $\frac{dx}{dt} = u$ 则

$$\frac{du}{dt} = K(Kx + \varphi(t)) + x \frac{dK}{dt} + \varphi'(t)$$

即

$$\frac{du}{dt} = K_0 x + K\varphi(t) + \varphi'(t) \quad (3-12)$$

式中 $K_0 = K^2 + \frac{dK}{dt}$ 。

从(3-11)和(3-12)式得出, 在比例膨胀的假设下, 气流速度和加速度沿身管轴线方向呈线性规律的分布。

§ 3.3 不考虑后坐情况下弹后空间的压力分布

仍然假设忽略药室和炮膛断面的差异, 把身管内膛当作后封闭的圆柱形管道。由于不考虑后坐, 则膛底流速为零, 而弹底的流速等于弹丸速度, 如图 3-3 所示。

很显然, 有

$$x = 0, \quad u = 0$$

$$x = l, \quad u = v$$

这里 v 为弹丸运动速度, 代入(3-11)式, 得

$$\varphi(t) = 0, \quad K = \frac{v}{L}$$

所以

$$u = zv \quad (3-13)$$

式中

$$z = \frac{x}{L} \quad (3-14)$$

z 是所研究单元混合流体的相对坐标。若 A 代表炮膛断面积, 则

$$V = AL$$

这样(3-14)式可以写为

$$z = \frac{V_x}{V}$$

由(3-8)式可以看出, 单元混合流体的相对坐标 z 与时间无关, 即

$$\frac{dz}{dt} = 0$$

因此, 加速度为

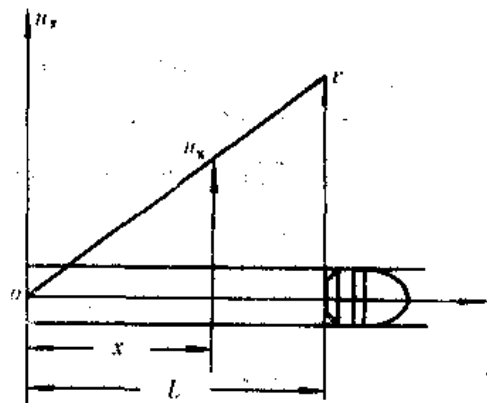


图 3-3 弹后空间速度分布

$$\frac{du}{dt} = z \frac{dv}{dt} \quad (3-15)$$

将弹丸运动方程

$$\frac{dv}{dt} = \frac{A}{\varphi_1 m} p_b$$

代入(3-15)式,则得

$$\frac{du}{dt} = \frac{A}{\varphi_1 m} p_b z \quad (3-16)$$

式中 p_b 代表弹底压力。

求出气流加速度以后,就可以求解弹后空间的压力分布。由(3-3)式,则有

$$\rho = \frac{\rho_g}{\epsilon}$$

再由气流运动方程(3-2)式,得

$$\frac{\partial p}{\partial x} = - \frac{\rho_g}{\epsilon} \frac{du}{dt}$$

由状态方程

$$\rho_g = \frac{p}{RT}$$

和(3-16)式,可得

$$\frac{\partial p}{\partial x} = - p \frac{A}{\varphi_1 m} \frac{p_b}{\epsilon RT} z$$

或

$$\frac{1}{p} \frac{\partial p}{\partial x} = - \frac{AL}{\varphi_1 m} \frac{p_b}{\epsilon RT} z$$

积分上式,考虑到 T 随空间的分布比较均匀,积分时取平均值作为常数,可得

$$\ln p = - \frac{1}{2} \frac{AL}{\varphi_1 m} \frac{p_b}{\epsilon RT} z^2 + f(t) \quad (3-17)$$

式中 $f(t)$ 是与时间有关的积分常数,可由边界条件来确定。当 $x=0$ 时, p 应等于膛底压力,即 $p=p_b$, 因而有

$$f(t) = \ln p_b$$

代入(3-17)式,得到

$$\ln \frac{p}{p_b} = - \frac{1}{2} \frac{AL}{\varphi_1 m} \frac{p_b}{\epsilon RT} z^2$$

令

$$\Phi = \frac{1}{2} \frac{AL}{\varphi_1 m} \frac{p_b}{\epsilon RT} \quad (3-18)$$

所以有

$$p = p_b e^{-\Phi^2} \quad (3-19)$$

(3-19)式即为弹后空间压力分布公式,它是一条指数平方衰减曲线,如图 3-4 所示。

将状态方程式及气体相对质量(3-3)式代入(3-18)式,并注意到 $AL=V$, 则

$$\Phi = \frac{1}{2} \frac{V\rho}{\varphi_1 m} \frac{p_b}{p}$$

因为 $V\rho=\omega$, 并令 $\zeta_b = \frac{p_b}{p}$, 于是参量 Φ 有以下形式

$$\Phi = \frac{1}{2} \frac{\omega}{\rho_1 m} \zeta_b \quad (3-20)$$

把参量 Φ 称为压力衰减因子。由上式看出: 当相对装药质量 ω/m 增加时, 压力衰减因子将增大, 则膛内压力分布的下降也加快。相对装药量的增大, 意味着在其它条件相同时, 弹丸运动速度加快, 使弹后空间的气体加速膨胀, 所以压力分布更迅速的衰减。

(3-19)式表示弹丸运动到某一位置时, 弹后空间不同断面上的压力分布。但在内弹道计算中, 只有压力分布公式还是不够的。在能量方程、状态方程及燃速方程中都包含压力这个变量, 这些方程中的压力不能用某个断面上的压力, 而应该用弹后空间的平均压力。平均压力可以通过火药气体总内能公式得到明确的含义, 火药气体总内能为

$$E = \frac{\bar{p}V}{k-1}$$

或

$$\bar{p} = (k-1) \frac{E}{V} \quad (3-21)$$

在弹后空间某瞬间的火药气体总内能可以由膛内各单元气流的内能之和求得, 即

$$E = \int_0^L e_x dj \quad (3-22)$$

式中 e_x ——任取单元气流内火药气体比内能;

dj ——单元气体的质量。

对单元气体来说, 下列各式应成立, 即

$$e_x = \frac{pv_x}{k-1}$$

$$dj = \frac{A dx}{v_x}$$

式中 A 是炮膛断面积, v_x 是比容。

由(3-22)式得

$$E = \frac{A}{k-1} \int_0^L p dx \quad (3-23)$$

将(3-23)式代入(3-21)式, 由于 $V=AL$, 得平均压力为

$$\bar{p} = \frac{1}{L} \int_0^L p dx \quad (3-24)$$

从上式看出, 平均压力是弹后空间压力分布的积分平均值。

将(3-19)式代入(3-24)式, 得

$$\bar{p} = \int_0^L \frac{p_t}{L} e^{-\alpha x^2} dx = p_t I_1 \quad (3-25)$$

式中

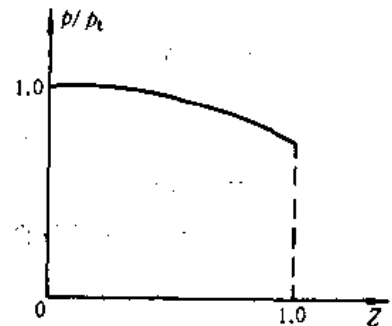


图 3-4 压力分布曲线

$$I_1 = \int_0^1 e^{-\Phi z^2} dz \quad (3-26)$$

积分 I_1 可以通过概率积分求得, 它的积分形式为

$$F(x) = \frac{2}{\sqrt{\Phi}} \int_0^x e^{-y^2} dy$$

如令 $y = \sqrt{\Phi} z$, 则有

$$I_1 = \frac{1}{\sqrt{\Phi}} \int_0^{\sqrt{\Phi}} e^{-y^2} dy$$

与此相应的概率积分有如下形式

$$F(\sqrt{\Phi}) = \frac{2}{\sqrt{\Phi}} \int_0^{\sqrt{\Phi}} e^{-y^2} dy$$

因此有

$$I_1 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{\Phi}} F(\sqrt{\Phi}) \quad (3-27)$$

式中 $F(\sqrt{\Phi})$ 可以由专门概率积分表查出。只要给出一系列 Φ 值, 就可以计算出以 Φ 为参数的积分 I_1 的值。表 3-1 给出 $\Phi \sim I_1$ 之间关系的数值表。

表 3-1 Φ 与 I_1 数值关系表

Φ	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.00	1.000	0.997	0.994	0.990	0.987	0.984	0.980	0.977	0.974	0.971
0.10	0.968	0.964	0.960	0.956	0.954	0.952	0.949	0.946	0.943	0.939
0.20	0.936	0.934	0.931	0.928	0.924	0.921	0.918	0.915	0.911	0.908
0.30	0.906	0.903	0.900	0.897	0.895	0.893	0.890	0.888	0.885	0.883
0.40	0.880	0.877	0.875	0.872	0.870	0.868	0.865	0.862	0.859	0.856
0.50	0.853	0.851	0.849	0.847	0.845	0.843	0.840	0.838	0.836	0.834
0.60	0.832	0.829	0.826	0.824	0.822	0.820	0.817	0.814	0.812	0.810
0.70	0.808	0.806	0.804	0.802	0.799	0.797	0.795	0.793	0.791	0.789
0.80	0.787	0.785	0.783	0.781	0.779	0.777	0.775	0.773	0.771	0.769
0.90	0.767	0.765	0.763	0.761	0.759	0.757	0.755	0.753	0.751	0.749
1.00	0.747	—	—	—	—	—	—	—	—	—

有了积分值 I_1 , 可以求出弹底压力和平均压力、膛底压力和平均压力的关系。由 (3-19) 及 (3-25) 式, 得

$$\zeta = \frac{p}{p} = \frac{e^{-\Phi z^2}}{I_1} \quad (3-28)$$

ζ 是弹后空间任意截面上的相对压力。当 $z=1$ 时, 即是弹底条件, 由上式可得

$$\zeta_b = \frac{p_b}{p} = \frac{e^{-\Phi}}{I_1} \quad (3-29)$$

式中 ζ_b 是弹底相对压力。

当 $z=0$ 时,即是膛底条件,类似有

$$\zeta_r = \frac{p_r}{p} = \frac{1}{I_1} \quad (3-30)$$

由(3-29)和(3-30)式,可得膛底压力和弹底压力之比,即

$$\zeta_{rb} = \frac{p_r}{p_b} = e^\Phi \quad (3-31)$$

表 3-2 和 3-3 给出了以参数 Φ 为函数的 ζ_b 和 ζ_r 的数值表。

表 3-2 Φ 与 ζ_b 数值关系表

Φ	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.00	1.000	0.993	0.986	0.979	0.972	0.966	0.960	0.954	0.948	0.942
0.10	0.936	0.930	0.924	0.918	0.912	0.905	0.898	0.892	0.886	0.880
0.20	0.874	0.868	0.862	0.856	0.851	0.846	0.841	0.836	0.830	0.824
0.30	0.818	0.813	0.807	0.801	0.795	0.789	0.784	0.778	0.772	0.767
0.40	0.762	0.757	0.751	0.746	0.740	0.735	0.730	0.725	0.720	0.714
0.50	0.709	0.705	0.700	0.695	0.690	0.685	0.680	0.675	0.670	0.665
0.60	0.660	0.655	0.651	0.647	0.642	0.637	0.633	0.629	0.624	0.619
0.70	0.615	0.610	0.605	0.601	0.597	0.593	0.588	0.584	0.580	0.574
0.80	0.570	0.566	0.562	0.558	0.554	0.550	0.546	0.542	0.538	0.534
0.90	0.530	0.526	0.522	0.518	0.514	0.510	0.506	0.503	0.500	0.497
1.00	0.494	—	—	—	—	—	—	—	—	—

表 3-3 Φ 与 ζ_r 数值关系表

Φ	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.00	1.000	1.003	1.006	1.010	1.013	1.016	1.020	1.023	1.026	1.030
0.10	1.033	1.037	1.040	1.044	1.047	1.050	1.053	1.057	1.060	1.064
0.20	1.067	1.071	1.074	1.077	1.081	1.084	1.087	1.091	1.094	1.098
0.30	1.101	1.105	1.108	1.112	1.115	1.118	1.121	1.125	1.128	1.132
0.40	1.135	1.138	1.142	1.145	1.148	1.152	1.155	1.159	1.162	1.165
0.50	1.169	1.172	1.175	1.179	1.182	1.186	1.189	1.193	1.196	1.199
0.60	1.202	1.206	1.209	1.213	1.216	1.220	1.223	1.226	1.230	1.233
0.70	1.236	1.240	1.243	1.246	1.250	1.254	1.257	1.261	1.264	1.267
0.80	1.271	1.274	1.278	1.281	1.285	1.288	1.291	1.295	1.298	1.301
0.90	1.305	1.309	1.312	1.315	1.318	1.322	1.325	1.329	1.332	1.335
1.00	1.339	—	—	—	—	—	—	—	—	—

当计算弹底和膛底相对压力时,都必须知道参数 Φ 的数值,但从(3-20)式的 Φ 值表达式中看出, Φ 本身又包含 ζ_b , 因此必须进行逐次逼近。即先给出一个 ζ_b 的预计值,由(3-20)式求出 Φ 的第一次近似值;根据第一次近似值,由表 3-2 查出第一次近似的 ζ_b ,再由(3-20)式求出第二次 Φ 的近似值。若前后两次计算的 Φ 值很接近时,再由最后得到的 Φ 值查表 3-3 求

得 ζ_r 。

为了工程计算方便,还给出了以 $\omega/\varphi_1 m$ 为参数的 Φ 、 ζ_b 、 ζ_r 、 ζ_{rb} 函数表 3-4。当武器的装填条件给定后, $\omega/\varphi_1 m$ 即可算出,由表 3-4 查出各个相对压力值。

表 3-4 以 $\frac{\omega}{\varphi_1 m}$ 为参量的 Φ 、 ζ_b 、 ζ_r 及 ζ_{rb} 数值表

$\frac{\omega}{\varphi_1 m}$	Φ	ζ_b	ζ_r	$\zeta_{rb} = \frac{\zeta_r}{\zeta_b}$	$\frac{\omega}{\varphi_1 m}$	Φ	ζ_b	ζ_r	$\zeta_{rb} = \frac{\zeta_r}{\zeta_b}$
0.05	0.024	0.985	1.008	1.023	0.95	0.370	0.779	1.124	1.445
0.10	0.048	0.968	1.016	1.049	1.0	0.385	0.770	1.130	1.468
0.15	0.071	0.953	1.024	1.074	1.1	0.415	0.754	1.140	1.516
0.20	0.094	0.938	1.032	1.099	1.2	0.443	0.738	1.150	1.560
0.25	0.115	0.925	1.039	1.123	1.3	0.470	0.722	1.159	1.604
0.30	0.137	0.912	1.046	1.147	1.4	0.497	0.709	1.168	1.647
0.35	0.157	0.899	1.052	1.170	1.5	0.522	0.696	1.176	1.690
0.40	0.177	0.888	1.059	1.194	1.6	0.546	0.684	1.184	1.733
0.45	0.197	0.877	1.066	1.217	1.7	0.570	0.672	1.192	1.775
0.50	0.216	0.865	1.073	1.240	1.8	0.590	0.661	1.200	1.817
0.55	0.234	0.854	1.079	1.263	1.9	0.617	0.650	1.207	1.859
0.60	0.253	0.844	1.085	1.286	2.0	0.640	0.640	1.215	1.900
0.65	0.271	0.834	1.091	1.309	2.1	0.661	0.630	1.223	1.941
0.70	0.289	0.824	1.097	1.331	2.2	0.682	0.620	1.230	1.982
0.75	0.306	0.815	1.103	1.354	2.3	0.703	0.611	1.237	2.025
0.80	0.322	0.806	1.108	1.377	2.4	0.723	0.602	1.244	2.068
0.85	0.338	0.796	1.114	1.400	2.5	0.742	0.594	1.251	2.110
0.90	0.354	0.787	1.119	1.422					

§ 3-4 拉格朗日假设下的弹后空间压力分布

拉格朗日假设认为:在膛内射击过程中,弹后空间的混合气体的密度 ρ 是均匀分布的,即

$$\frac{\partial \rho}{\partial x} = 0 \quad (3-32)$$

或

$$\rho = \rho(t) \quad (3-32')$$

在此条件下,由连续方程同样可以推出弹后空间的流速是线性分布的。根据(3-1)式,有

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} = 0$$

由(3-32)式,得

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial t} = - \frac{\partial u}{\partial x}$$

上式的等式左边与 x 无关,因此积分后为

$$u = K_1 x + K_2$$

式中 K_1 和 K_2 是 t 的函数,可由边界条件来确定。即当 $x=0$ 时 $u=0$,所以

$$K_2 = 0$$

当 $x=L$ 时 $u=v$,所以

$$K_1 = \frac{v}{L}$$

式中 v 是弹丸运动速度,于是速度分布可由下述公式来表示

$$u = \frac{x}{L}v = zv$$

很显然,该式与比例膨胀假设下所得到的(3-13)式是一致的。

再根据运动方程(3-2)式

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho \frac{du}{dt}$$

(3-16)式弹丸运动方程代入,则

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{A\rho}{\varphi_1 m} p_b z$$

或

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\frac{AL\rho}{\varphi_1 m} p_b z$$

因为 $AL=V, V\rho=\omega$,于是

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\frac{\omega}{\varphi_1 m} p_b z$$

对上式积分,可得

$$p = -\frac{1}{2} \frac{\omega}{\varphi_1 m} p_b z^2 + \varphi(t)$$

$\varphi(t)$ 是时间 t 的任意函数,当 $z=1$ 时,即弹底处 $p=p_b$,因而有

$$\varphi(t) = p_b + \frac{\omega}{2\varphi_1 m} p_b$$

代入上式,则

$$p = p_b \left[1 + \frac{\omega}{2\varphi_1 m} (1 - z^2) \right] \quad (3-33)$$

由上式看出,弹后空间的压力分布是抛物线分布。

根据平均压力的定义,平均压力表示为

$$\bar{p} = \frac{1}{L} \int_0^L p dx = \int_0^1 p dz$$

由此可得

$$\bar{p} = p_b \left(1 + \frac{\omega}{3\varphi_1 m} \right)$$

或

$$\zeta_b = \frac{p_b}{\bar{p}} = \frac{1}{1 + \frac{\omega}{3\varphi_1 m}} \quad (3-34)$$

由(3-33)式,令 $z=0$, 即膛底条件, 则

$$\zeta_b = \frac{p_t}{p_b} = 1 + \frac{\omega}{2\varphi_1 m} \quad (3-35)$$

再根据(3-34)和(3-35)式, 可得

$$\zeta_t = \frac{p_t}{p} = (1 + \frac{\omega}{2\varphi_1 m}) \zeta_b \quad (3-36)$$

§ 3.5 毕杜克极限解

在近似求解膛内压力分布方面, 毕杜克曾经做了很多深入的研究工作。他求出了在弹丸运动的最后阶段对各种可能的解都比较接近的极限解。在求解过程中, 仍然假设气固两相的速度相等, 并且均匀的混合。不考虑火药的燃烧, 热力学过程符合绝热过程, 即

$$p(\frac{1}{\rho} - \alpha)^k = C \quad (3-37)$$

式中 C 为适用于全流场的常数。

采用拉格朗日坐标, 如图 3-5 所示。在起始瞬间, 弹丸的坐标为 b 。因为是一维流动, 所以只需要一个拉格朗日变数 a 。任取一无穷小的气体单元, 起始坐标为 a , 而 t 瞬间该单元运动到 x 处, 弹底的坐标为 $y(t)$ 。这时 a 处的气体单元内密度为 $\rho(a, t)$, 它是坐标 a 和时间 t 的函数。设 $p(a, t)$ 为该单元内气体的压力, k 为绝热指数, α 为余容。在拉格朗日坐标下的气动力基本方程为连续方程

$$\rho(a, t) \frac{\partial x}{\partial a} = \rho(a, 0) \quad (3-38)$$

运动方程

$$\rho(a, t) \frac{\partial^2 x(a, t)}{\partial t^2} = - \frac{\partial p(a, t)}{\partial x} \quad (3-39)$$

若以 M 代表弹丸的虚拟质量, $M = \varphi_1 m$, 则弹丸运动方程为

$$M \frac{d^2 y}{dt^2} = A p(y, t) \quad (3-40)$$

式中 $p(y, t)$ 表示弹底压力, A 是炮膛断面积。

积分(3-39)式, 则

$$\begin{aligned} \int_0^b -dp(a, t) &= \int_0^y \rho(a, t) \frac{\partial^2 x(a, t)}{\partial t^2} da \\ p(0, t) - p(y, t) &= \int_0^y \rho(a, t) \frac{\partial^2 x(a, t)}{\partial t^2} da \end{aligned}$$

于是可得

$$\frac{p(0, t)}{p(y, t)} = 1 + \frac{A}{M} \int_0^y \rho(a, t) \frac{\partial^2 x(a, t)}{\partial t^2} \left(\frac{dy}{dt} \right)^{-1} da$$

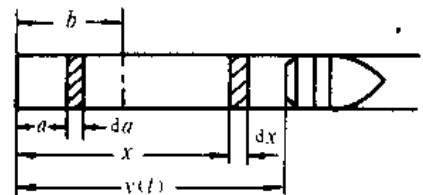


图 3-5 拉格朗日坐标示意图

$$= 1 + \frac{A}{M} \int_0^b \rho(a, 0) \frac{\partial^2 x(a, t)}{\partial t^2} \left(\frac{d^2 y}{d t^2} \right)^{-1} da \quad (3-41)$$

式中 $p(0, t)$ 代表膛底压力。要求出膛底压力和弹底压力的压力比, 必须求出等式右边的积分, 但是求该积分是很困难的。下面先设法求出膛内的密度分布, 然后再求出压力分布。

由(3-37)和(3-38)式, 将运动方程(3-39)写为以下的形式

$$\rho(a, 0) \frac{\partial^2 x(a, t)}{\partial t^2} = -C \frac{\partial}{\partial a} \left[\frac{1}{\rho(a, t)} - \alpha \right]^{-k} \quad (3-42)$$

采用下述的坐标变换

$$z = x - \int_0^a \alpha \rho(a, 0) da \quad (3-43)$$

新变量 z 用来代替 x , 由(3-38)式, 则有

$$\frac{\partial z}{\partial a} = \frac{\partial x}{\partial a} - \alpha \rho(a, 0) = \rho(a, 0) \left[\frac{1}{\rho(a, t)} - \alpha \right] \quad (3-44)$$

在(3-42)式中引入新变量 z 。由(3-43)式有

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 z}{\partial t^2}$$

另外由(3-44)式, 得

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial a} \left[\frac{1}{\rho(a, t)} - \alpha \right]^{-k} &= \frac{\partial}{\partial a} \left[\frac{\partial z}{\partial a} \frac{1}{\rho(a, 0)} \right]^{-k} \\ &= -k \left[\frac{\partial z}{\partial a} \frac{1}{\rho(a, 0)} \right]^{-(k+1)} \left[\frac{\partial^2 z}{\partial a^2} \frac{1}{\rho(a, 0)} - \frac{1}{\rho^2(a, 0)} \frac{\partial z}{\partial a} \frac{d \rho(a, 0)}{d a} \right] \end{aligned}$$

把上式代入(3-42)式, 则得

$$\frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = kC \left[\rho(a, 0)^{k-1} \left(\frac{\partial z}{\partial a} \right)^{-(k+1)} \right] \left[\frac{\partial^2 z}{\partial a^2} - \frac{1}{\rho(a, 0)} \frac{d \rho(a, 0)}{d a} \frac{\partial z}{\partial a} \right] \quad (3-45)$$

上式是关于 z 的二阶非线性偏微分方程, 对这类偏微分方程, 可以用分离变量的方法给出以下形式的解

$$z = f(z_0) \varphi(t) \quad (3-46)$$

式中 $z_0 = (z)_{t=0}$, 并且取 $\varphi(0) = 1$ 。现在求以下条件的特解。假定(3-46)式中, $t=0$, 而 $f(z_0) = z_0$, 因此有

$$z = z_0 \varphi(t) \quad (3-47)$$

由(3-47)式, 可以导出以下关系

$$\frac{\partial z}{\partial a} = \frac{d z_0}{d a} \varphi(t) = [1 - \alpha \rho(a, 0)] \varphi(t) \quad (3-48)$$

代入(3-44)式, 则有

$$\frac{1}{\rho(a, t)} - \alpha = \left[\frac{1}{\rho(a, 0)} - \alpha \right] \varphi(t) \quad (3-49)$$

由(3-48)式, 可得

$$\frac{\partial^2 z}{\partial a^2} = -\alpha \frac{\partial \rho(a, 0)}{\partial a} \varphi(t) \quad (3-50)$$

在(3-45)式中代入(3-47), (3-48)及(3-50)式, 并注意到

$$\frac{\partial \rho(a, 0)}{\partial a} = \frac{d \rho(a, 0)}{d a} = \frac{d \rho(z_0, 0)}{d z_0} \frac{d z_0}{d a}$$

则可求得

$$\varphi^k \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = -kC[1 - \alpha\rho(z_0, 0)]^{-k} [\rho(z_0, 0)]^{k-2} \frac{1}{z_0} \frac{d\rho(z_0, 0)}{dz_0} \quad (3-51)$$

上式左边与 z_0 无关, 而右边则与时间 t 无关, 从而完成了分离变量的工作。很显然, (3-51) 式两边应等于某个与 z_0, t 无关的常量, 用 B 来表示, 即

$$\varphi^k \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = B \quad (3-52)$$

$$-kC[1 - \alpha\rho(z_0, 0)]^{-k} [\rho(z_0, 0)]^{k-2} \frac{1}{z_0} \frac{d\rho(z_0, 0)}{dz_0} = B \quad (3-53)$$

目的在于求出膛内的密度分布规律, 从而求出压力分布的规律, 以下着重讨论 (3-53) 式。对上式进行积分, 则有

$$-\int_{\rho(0,0)}^{\rho(z_0,0)} [1 - \alpha\rho(z_0, 0)]^{-k} [\rho(z_0, 0)]^{k-2} d\rho(z_0, 0) = \int_0^{z_0} \frac{Bz_0}{kC} dz_0 \quad (3-54)$$

等式左边的积分为

$$\begin{aligned} & \int_{\rho(0,0)}^{\rho(z_0,0)} [1 - \alpha\rho(z_0, 0)]^{-k} [\rho(z_0, 0)]^{k-2} d\rho(z_0, 0) \\ &= -\int_{\rho(0,0)}^{\rho(z_0,0)} \left[\frac{1}{\rho(z_0, 0)} - \alpha \right]^{-k} d\left[\frac{1}{\rho(z_0, 0)} - \alpha \right] \\ &= \frac{1}{k-1} \left\{ \left[\frac{1}{\rho(z_0, 0)} - \alpha \right]^{-k+1} - \left[\frac{1}{\rho(0,0)} - \alpha \right]^{-k+1} \right\} \end{aligned}$$

于是 (3-54) 式积分的结果为

$$\frac{1}{\rho(z_0, 0)} - \alpha = \left[\frac{1}{\rho(0,0)} - \alpha \right] \left[1 - \frac{B(k-1)z_0^2}{2kC} \left(\frac{1}{\rho(0,0)} - \alpha \right)^{k-1} \right]^{-\frac{1}{k-1}} \quad (3-55)$$

运用弹底条件 $a=b$, 由 (3-43) 式, 可得

$$z_0 = b - \frac{\alpha\omega}{A}$$

式中 ω 为装药质量, 即

$$\omega = \int_0^a \rho(a, 0) A da$$

令

$$\Omega = \frac{B(k-1)}{2kC} \left[\frac{1}{\rho(0,0)} - \alpha \right]^{k-1} \left(b - \frac{\alpha\omega}{A} \right)^2 \quad (3-56)$$

将 Ω 代入 (3-55) 式, 并考虑到 (3-49) 式的关系, 则

$$\frac{1}{\rho(z_0, t)} - \alpha = \left[\frac{1}{\rho(0,0)} - \alpha \right] \varphi(t) \left[1 - \Omega \left(\frac{z_0}{b - \frac{\alpha\omega}{A}} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{k-1}} \quad (3-57)$$

若在上式中令 $t=0$, 则得到起始时刻的密度分布

$$\frac{1}{\rho(z_0, 0)} - \alpha = \left[\frac{1}{\rho(0,0)} - \alpha \right] \left[1 - \Omega \left(\frac{z_0}{b - \frac{\alpha\omega}{A}} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{k-1}} \quad (3-58)$$

很容易看出, 当 $z_0=0$ 时表示为膛底密度; 当 $z_0=b-\alpha\omega/A$ 时则表示为弹底密度。即

$$\frac{1}{\rho(b, 0)} - \alpha = \left[\frac{1}{\rho(0,0)} - \alpha \right] (1 - \Omega)^{-\frac{1}{k-1}}$$

在起始瞬间从膛底到弹底方向上,密度是减小的,这与火炮的实际装填情况有差别。但随着弹丸的运动,密度由膛底到弹底应是减小的,更实际的解应该与毕杜克的极限解相接近。

由(3-37)和(3-57)式,可以得到

$$p(z_0, t) = C \left[\frac{1}{\rho(0,0)} - \alpha \right]^{-k} \varphi(t)^{-k} \left[1 - \Omega \left(\frac{z_0}{b - \frac{\alpha\omega}{A}} \right)^2 \right]^{\frac{k}{k-1}} \quad (3-59)$$

上式表示膛内任意瞬间的压力分布。温度分布也可以由状态方程

$$p \left(\frac{1}{\rho} - \alpha \right) = RT \quad (3-60)$$

来确定。(3-57)和(3-59)式代入(3-60)式得

$$RT(z_0, t) = C \left[\frac{1}{\rho(0,0)} - \alpha \right]^{1-k} \varphi(t)^{-k} \left[1 - \Omega \left(\frac{z_0}{b - \frac{\alpha\omega}{A}} \right)^2 \right] \quad (3-61)$$

再将(3-37)式代入(3-60)式,得到

$$RT = C \left(\frac{1}{\rho} - \alpha \right)^{1-k}$$

所以

$$RT(0,0) = C \left(\frac{1}{\rho(0,0)} - \alpha \right)^{1-k}$$

这样得到

$$RT(z_0, t) = RT(0,0) \varphi(t)^{1-k} \left[1 - \Omega \left(\frac{z_0}{b - \frac{\alpha\omega}{A}} \right)^2 \right] \quad (3-62)$$

根据(3-43)和(3-47)式,任何气体单元的坐标可以由下式来确定

$$x(a, t) = a + z_0 [\varphi(t) - 1] \quad (3-63)$$

于是,这些单元气体的速度应等于

$$\frac{\partial x(a, t)}{\partial t} = z_0 \frac{d\varphi}{dt} \quad (3-64)$$

对于 Ω 和 $[\rho(0,0)^{-1} - \alpha]$ 这两个变量,可以通过弹丸运动方程和质量守恒方程来确定。因为弹底在膛内任意瞬间的坐标 $y(t)$ 应等于 $x(b, t)$,因此从(3-63)和(3-52)式,得到

$$M \frac{d^2 y}{dt^2} = M \frac{d^2 x(b, t)}{dt^2} = M z_0 \left|_{a=b} \frac{d^2 \varphi(t)}{dt^2} = M \left(b - \frac{\alpha\omega}{A} \right) B \varphi^{-k}$$

由(3-59)式,在弹底的条件下,可得

$$Ap(b, t) = AC \left[\frac{1}{\rho(0,0)} - \alpha \right]^{-k} (1 - \Omega)^{\frac{k}{k-1}} \varphi(t)^{-k}$$

注意,在拉格朗日坐标下压力为 $p(a, t)$,在欧拉坐标下压力应是另一个函数形式,但仍用函数符号 $p(x, t)$ 。在新的 z, z_0 坐标下也都用这同一符号,读者不难区分。上式左边本应为 $Ap(b - \frac{\alpha\omega}{A}, t)$,但它表示弹底压力,故用符号 $Ap(b, t)$ 。于是弹丸运动方程(3-40)式可以写成以下形式

$$M(b - \frac{\alpha\omega}{A})B = AC \left[\frac{1}{\rho(0,0)} - \alpha \right]^{-k} (1 - \Omega)^{\frac{k}{k-1}} \quad (3-65)$$

根据质量守恒原理,弹后空间火药气体的质量应等于装药量 ω 。并由(3-43)式得

$$dz_0 = da[1 - \alpha\rho(a,0)]$$

则有

$$\begin{aligned} \omega &= A \int_0^{z_0} \rho(a,0) da \\ &= A \int_0^{b - \frac{\alpha\omega}{A}} \frac{\rho(a,0)}{1 - \alpha\rho(a,0)} dz_0 \\ &= A \left[\frac{1}{\rho(0,0)} - \alpha \right]^{-1} \int_0^{b - \frac{\alpha\omega}{A}} \left[1 - \Omega \left(\frac{z_0}{b - \frac{\alpha\omega}{A}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{k-1}} dz_0 \end{aligned}$$

或

$$\omega = A \left(b - \frac{\alpha\omega}{A} \right) \left[\frac{1}{\rho(0,0)} - \alpha \right]^{-1} \int_0^1 (1 - \Omega \xi^2)^{\frac{1}{k-1}} d\xi \quad (3-66)$$

式中 $\xi = \frac{z_0}{b - \frac{\alpha\omega}{A}}$ 。由(3-65)和(3-56)式消去 B , 则得

$$\begin{aligned} M \left(b - \frac{\alpha\omega}{A} \right) \frac{\Omega}{\frac{k-1}{2kC} \left[\frac{1}{\rho(0,0)} - \alpha \right]^{k-1} \left(b - \frac{\alpha\omega}{A} \right)^2} \\ = AC \left[\frac{1}{\rho(0,0)} - \alpha \right]^{-k} (1 - \Omega)^{\frac{k}{k-1}} \end{aligned}$$

整理后有

$$\left[\frac{1}{\rho(0,0)} - \alpha \right]^{-1} = \frac{M\Omega}{\frac{(k-1)A}{2k} (1 - \Omega)^{\frac{k}{k-1}} \left(b - \frac{\alpha\omega}{A} \right)} \quad (3-67)$$

将(3-67)代入(3-66)式,可得

$$\int_0^1 (1 - \Omega \xi^2)^{\frac{1}{k-1}} d\xi = \frac{(k-1)\omega(1 - \Omega)^{\frac{k}{k-1}}}{2kM\Omega} \quad (3-68)$$

上式可以通过 k 及 ω/M 来确定 Ω 。由(3-67)式,则有

$$\frac{1}{\rho(0,0)} - \alpha = \frac{A(k-1)}{2k} \left(b - \frac{\alpha\omega}{A} \right) \frac{(1 - \Omega)^{\frac{k}{k-1}}}{M\Omega} \quad (3-69)$$

根据(3-68)式,可以写成 $\Omega = f(\omega/M, k)$ 的函数关系。因为在实用上常常遇到 ω/M 的比值,因此将 Ω 这个函数可以按 ω/M 的幂级数展开。设有如下形式的幂级数

$$\Omega = \frac{k-1}{2k} \frac{\omega}{M} \left[a_1 + a_2 \frac{\omega}{M} + a_3 \left(\frac{\omega}{M} \right)^2 + \dots \right] \quad (3-70)$$

式中 $a_1, a_2, a_3 \dots$ 是待定系数。将(3-68)式两边用台劳级数展开,并将(3-70)式代入级数,只保留 ω/M 的平方项。由等式两边同次项系数相等的原则,可确定出(3-70)式中的待定系数,即

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = \frac{1}{6k} - \frac{1}{2}$$

$$a_3 = \frac{1}{180k^2} - \frac{1}{10k} + \frac{1}{4}$$

从而有

$$\Omega = \frac{(k-1)\omega}{2kM} \left[1 + \left(\frac{1}{6k} - \frac{1}{2} \right) \frac{\omega}{M} + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{10k} + \frac{1}{180k^2} \right) \left(\frac{\omega}{M} \right)^2 + \dots \right] \quad (3-71)$$

将(3-69)式中的 $(1-\Omega)^{\frac{k}{k-1}}$ 展开为级数形式,并只取前三项。然后将(3-71)式代入,整理后可得到

$$\frac{1}{\rho(0,0)} - \alpha = \left(\frac{Ab}{\omega} - \alpha \right) \left[1 - \frac{1}{6k} \frac{\omega}{M} + \left(\frac{1}{45k^2} + \frac{7}{120k} \right) \left(\frac{\omega}{M} \right)^2 + \dots \right] \quad (3-72)$$

根据(3-59)式,令 $z_0=0$,即得到膛底压力

$$p_t = C \left[\frac{1}{\rho(0,0)} - \alpha \right]^{-k} \varphi(t)^{-k} \quad (3-73)$$

当 $z_0=b-\alpha\omega/A$ 时,即得到弹底压力为

$$p_b = C \left[\frac{1}{\rho(0,0)} - \alpha \right]^{-k} \varphi(t)^{-k} (1-\Omega)^{\frac{k}{k-1}} \quad (3-74)$$

于是任意时间的弹底压力与膛底压力的压力比为

$$\frac{p_b}{p_t} = (1-\Omega)^{\frac{k}{k-1}} \quad (3-75)$$

用同样的方法将上式展开为级数,并将(3-71)式代入,则有

$$\frac{p_b}{p_t} = 1 - \frac{\omega}{2M} + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{24k} \right) \left(\frac{\omega}{M} \right)^2 - \left(\frac{1}{8} + \frac{13}{240k} + \frac{1}{360k^2} \right) \left(\frac{\omega}{M} \right)^3 + \dots \quad (3-76)$$

或

$$\frac{p_t}{p_b} = 1 + \frac{1}{2} \frac{\omega}{M} - \frac{1}{24k} \left(\frac{\omega}{M} \right)^2 + \left(\frac{1}{80k} + \frac{1}{360k^2} \right) \left(\frac{\omega}{M} \right)^3 + \dots \quad (3-77)$$

若近取前两项,则有

$$\frac{p_t}{p_b} = 1 + \frac{1}{2} \frac{\omega}{M} = 1 + \frac{1}{2} \frac{\omega}{\varphi_1 m}$$

这个结果与拉格朗日假设下所获得的结果是一致的。

下面再来求平均压力。炮膛内火药气体的平均压力可以根据不同的定义来计算。以下按气体质量求平均压力,即

$$\bar{p} = \frac{A}{\omega} \int_0^y p(x,t) \rho(x,t) dx$$

将(3-59)式代入,并以 $\rho(a,0)da$ 代替 $\rho(x,t)dx$,则

$$\begin{aligned} \bar{p} &= \frac{AC}{\omega} \left[\frac{1}{\rho(0,0)} - \alpha \right]^{-k} \varphi(t)^{-k} \int_0^b (1-\Omega\xi^2)^{\frac{k}{k-1}} \rho(a,0) da \\ &= \frac{AC}{\omega} \left[\frac{1}{\rho(0,0)} - \alpha \right]^{-k} \varphi(t)^{-k} \int_0^{b-\frac{\omega}{A}} (1-\Omega\xi^2)^{\frac{k}{k-1}} \frac{\rho(a,0)}{1-\alpha\rho(a,0)} dz_0 \end{aligned}$$

由膛底压力公式(3-73)式,则

$$\frac{\bar{p}}{p_i} = \frac{A}{\omega} \int_0^{1-\frac{\omega}{A}} (1 - \Omega \zeta^2)^{\frac{k}{k-1}} \frac{\rho(a, 0)}{1 - a\rho(a, 0)} dz_0$$

根据(3-58)式,上式可以改写为

$$\frac{\bar{p}}{p_i} = \frac{A \left(b - \frac{a\omega}{A} \right) \left[\frac{1}{\rho(0,0)} - a \right]^{-1}}{\omega} \int_0^1 (1 - \Omega \zeta^2)^{\frac{k+1}{k-1}} d\zeta$$

再将(3-66)式代入,消去 ω ,则得

$$\frac{\bar{p}}{p_i} = \frac{\int_0^1 (1 - \Omega \zeta^2)^{\frac{k+1}{k-1}} d\zeta}{\int_0^1 (1 - \Omega \zeta^2)^{\frac{1}{k-1}} d\zeta} = \frac{I(k+1)}{I(1)} \quad (3-78)$$

式中 $I(n) = \int_0^1 (1 - \Omega \zeta^2)^{\frac{n}{k-1}} d\zeta$ 。按 $\frac{\omega}{M}$ 的比值将积分 $I(k+1)$ 和 $I(1)$ 展成级数,则得到

$$\frac{\bar{p}}{p_i} = 1 - \frac{\omega}{6M} + \frac{30k^2 + 13k - 12}{360k^2} \left(\frac{\omega}{M} \right)^2 + \dots \quad (3-79)$$

若取前两项,即

$$\frac{\bar{p}}{p_i} = 1 - \frac{1}{6} \frac{\omega}{M} = 1 - \frac{1}{6} \frac{\omega}{\varphi_{1m}}$$

很显然,上述结论与拉格朗日假设所求得的结果也是一致的。

关于压力比,毕杜克和肯特(Kent)令 $\epsilon' = \frac{\omega}{\varphi_{1m}}$,还给出了以下形式的结果

$$p_0 = p_i (1 - a_0)^{-\frac{1}{\epsilon'-1}} \quad (3-80)$$

$$\bar{p} = p_i \left(1 + \frac{\epsilon'}{\delta} \right) \quad (3-81)$$

式中 δ 称为毕杜克—肯特常数,由下式表示

$$\frac{1}{\delta} = \frac{1}{2\eta + 3} \left[\frac{1}{a_0} - \frac{2(\eta + 1)}{\epsilon'} \right] \quad (3-82)$$

其中 a_0 为毕杜克—肯特解的特征参数,对照(3-80)和(3-75)式知, a_0 与 Ω 相对应,并且

$$\eta = \frac{1}{k-1}$$

文蒂和克拉维茨以新变量 θ, β, c_1 来表示 $\frac{1}{\delta}$,表达式为

$$\frac{1}{\delta} = \frac{1}{2\eta + 3} \left[1 + \theta \eta \frac{1 + c_1 \beta \eta}{1 + c_1 \eta} \right] \quad (3-83)$$

并以 ϵ' 和 η 为变量编制了求 $\frac{1}{\delta}$ 的表。表 3-5 是以 ϵ' 为自变量求 β 的数值表,表 3-6 为以 ϵ' 为自变量求 β 的数值表,而表 3-7 是以 ϵ' 和 η 为自变量求 c_1 的数值表。查表求得 θ, β, c_1 以后,代入(3-83)式即可求得 $\frac{1}{\delta}$ 。

表 3-5 毕杜克—肯特解表 $\theta-\epsilon'$ 表

ϵ'	θ	ϵ'	θ	ϵ'	θ	ϵ'	θ
0.00	0.6667	0.50	0.6082	1.0	0.5621	2.0	0.4929
0.05	0.6601	0.55	0.6031	1.1	0.5540	2.1	0.4872
0.10	0.6537	0.60	0.5981	1.2	0.5462	2.2	0.4816
0.15	0.6475	0.65	0.5933	1.3	0.5387	2.3	0.4763
0.20	0.6414	0.70	0.5885	1.4	0.5314	2.4	0.4710
0.25	0.6355	0.75	0.5839	1.5	0.5244	2.5	0.4660
0.30	0.6298	0.80	0.5793	1.6	0.5177	2.6	0.4610
0.35	0.6242	0.85	0.5749	1.7	0.5112	2.7	0.4562
0.40	0.6187	0.90	0.5705	1.8	0.5049	2.8	0.4516
0.45	0.6134	0.95	0.5663	1.9	0.4988	2.9	0.4470

表 3-6 毕杜克—肯特解表 $\beta-\epsilon'$ 表

ϵ'	β	ϵ'	β	ϵ'	β
0.0	1.0000	1.0	1.0691	2.0	1.1364
0.1	1.0067	1.1	1.0760	2.1	1.1430
0.2	1.0136	1.2	1.0829	2.2	1.1494
0.3	1.0205	1.3	1.0897	2.3	1.1559
0.4	1.0274	1.4	1.0965	2.4	1.1623
0.5	1.0344	1.5	1.1033	2.5	1.1686
0.6	1.0413	1.6	1.1100	2.6	1.1749
0.7	1.0483	1.7	1.1167	2.7	1.1812
0.8	1.0553	1.8	1.1233	2.8	1.1874
0.9	1.0622	1.9	1.1299	2.9	1.1936

表 3-7 毕杜克—肯特解表 $c_1-\epsilon', \eta$ 表

ϵ'	η					
	1/2	1	2	3	4	5
0.0	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
0.2	1.016	1.016	1.016	1.016	1.016	1.016
0.4	1.029	1.029	1.029	1.029	1.029	1.030
0.6	1.038	1.039	1.039	1.039	1.039	1.039
0.8	1.045	1.046	1.046	1.047	1.047	1.047
1.0	1.051	1.051	1.052	1.052	1.053	1.053
2.0	1.059	1.061	1.063	1.064	1.065	1.065
3.0	1.053	1.057	1.061	1.063	1.064	1.065

§ 3.6 有气流流出情况下膛内压力分布

以上几节讨论了后封闭圆柱炮膛内的压力分布。但对于无后坐炮来说,由于炮尾装有了平衡后坐的尾喷管,在射击过程中,有大量的气体从炮尾部流出。这时左边界条件随着气体流出而不断地发生变化,药室后端面的气体流速不等于零。而由于气体同时向两端流动,在炮膛中间某一个断面上必然存在流速为零的滞止点,是这类火炮压力分布的一个特点。

设射击某瞬间,弹丸位置距药室后端面的距离为 L , O 点表示滞止点, L_0 是以药室后端面为原点的滞止点位置,如图 3-6 所示。 u 是混合物的流动速度, v 是弹丸运动速度, v_{zh} 是药室后端面处的流速。由密度均匀分布的假设,则下式流速公式成立,即

$$u = K_1 x + K_2$$

式中 K_1 和 K_2 是时间 t 的函数,它由边界条件来确定。当 $x=0$ 时 $u = -v_{zh}$, 所以

$$K_2 = -v_{zh}$$

当 $x=L$ 时 $u=v$, 所以

$$K_1 = \frac{1}{L}(v + v_{zh})$$

得到以下的速度分布公式为

$$u = \frac{1}{L}(v + v_{zh})x - v_{zh}$$

或

$$u = vz + (z - 1)v_{zh} \quad (3-84)$$

由上式看出,在有气体流出的情况下,弹后空间流速的分布仍然是线性的。它的加速度为

$$\frac{du}{dt} = z \frac{dv}{dt} + (z - 1) \frac{dv_{zh}}{dt} \quad (3-85)$$

令 $H = \frac{v_{zh}}{v}$, 把 H 称为速度比。由图 3-6 很容易得到以下关系

$$\frac{L_0}{L} = \frac{H}{1 + H} \quad (3-86)$$

如果不考虑药室断面和炮膛断面的差异,则

$$\frac{L_0 A}{LA} = \frac{V_0}{V} = \frac{H}{1 + H}$$

式中 A 是炮膛断面积, V 是相应于弹丸位置在 L 处的体积, V_0 是相应 L_0 的体积。由比例膨胀推论(3-8)式, V/V_0 应与时间无关,显然 H 也应与时间无关。所以(3-85)式可以写成

$$\frac{du}{dt} = z \frac{dv}{dt} + (z - 1)H \frac{dv}{dt}$$

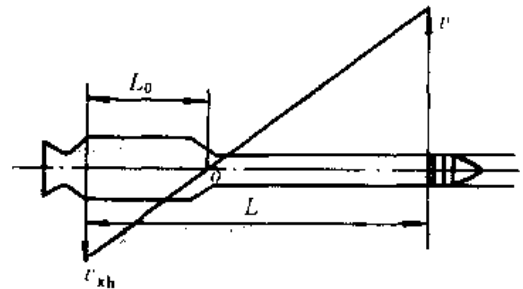


图 3-6 无后坐炮膛内速度分布图

将弹丸运动方程代入上式,可得

$$\frac{du}{dt} = \frac{A}{\varphi_1 m} p_b z + (z-1)H \frac{A}{\varphi_1 m} p_b$$

考虑到有气体流出,设在该瞬间的总流量为 y , 则混合物的平均密度为

$$\rho = \frac{\omega - y}{AL}$$

由运动方程,则有

$$\frac{\partial p}{\partial x} = - \frac{\omega - y}{AL} \cdot \frac{A}{\varphi_1 m} p_b (z + (z-1)H)$$

用变量 z 代替等式左边的 x , 上式变为

$$\frac{\partial p}{\partial z} = - \frac{\omega - y}{\varphi_1 m} p_b (1+H)z + \frac{\omega - y}{\varphi_1 m} p_b H$$

对上式积分,得

$$p = - \frac{1}{2} \frac{\omega - y}{\varphi_1 m} p_b (1+H)z^2 + \frac{\omega - y}{\varphi_1 m} p_b H z + \phi(t)$$

其中 $\phi(t)$ 是时间 t 的任意函数。当 $z=1$ 时, 即弹底处 $p=p_b$, 所以

$$\phi(t) = p_b + \frac{\omega - y}{2\varphi_1 m} p_b (1+H) - \frac{\omega - y}{\varphi_1 m} p_b H$$

代入上式, 则可得到以下的压力分布公式

$$p = p_b \left[1 + \frac{\omega - y}{2\varphi_1 m} (1+H)(1-z^2) - \frac{\omega - y}{\varphi_1 m} H(1-z) \right] \quad (3-87)$$

由上式看出, 在有气体流出的情况下, 膛内任意瞬间的压力分布的规律仍然是抛物线分布。若 $H=0, y=0$, 则上式转化为一般火炮的压力分布公式, 即

$$p = p_b \left[1 + \frac{\omega}{2\varphi_1 m} (1-z^2) \right]$$

由(3-87)式, 当 $x=0$ 时, 即表示药室后端处的压力 p_{sh} , 则有

$$p_{sh} = p_b \left[1 + \frac{\omega - y}{2\varphi_1 m} (1-H) \right] \quad (3-88)$$

当 $x=L$ 时, 表示弹底压力 p_b 。

由(3-86)式, 滞止点位置则可表示为

$$L_0 = \frac{H}{1+H} L$$

若已知速度比 H 及弹丸的行程 L , 根据上式可求出滞止点的位置 L_0 。若 $z=L_0/L$, 即表示滞止点处的压力 p_0 , 由(3-87)式可得

$$p_0 = p_b \left[1 + \frac{\omega - y}{2\varphi_1 m} \left(\frac{1}{1+H} \right) \right] \quad (3-89)$$

根据平均压力的定义, 则有

$$\bar{p} = \frac{1}{L} \int_0^L p dx = p_b \left[1 + \frac{\omega - y}{3\varphi_1 m} \left(1 - \frac{H}{2} \right) \right] \quad (3-90)$$

由(3-88)、(3-89)和(3-90)式分别给出了药室后端面压力 p_{sh} , 滞止点压力 p_0 及平均压力 \bar{p} 与弹底压力 p_b 的关系。这些关系除了取决于比值 $(\omega-y)/m$ 以外, 还取决于速度比 H 。现在着重讨论一下速度比 H 对压力分布的影响:

(1) 当 $H=0$ 时,退化为一般火炮的压力分布公式,这时滞止点压力和药室后端面压力都相当于膛底压力。

(2) 当 $H=1$ 时,即弹丸运动速度等于气流通过药室后端面的速度,膛内压力分布曲线对称于滞止点位置, $p_{zh}=p_b$ 。

(3) 当 H 单调增加时, p_{zh} 、 p_0 及 \bar{p} 都减小。由(3-89)式,当 $H \rightarrow \infty$ 时, $p_0 = p_b$, 即滞止点在弹底位置。由(3-86)式同样可以得出这个结论,因为 $\lim_{H \rightarrow \infty} \frac{H}{1+H} = 1$, 则

$$L_0 = L$$

但 H 又不能无限的增大,它受到了(3-88)式的限制,否则 p_{zh} 可能出现负值,失去物理意义。为了保证 $p_{zh} > 0$, 则

$$1 + \frac{\omega - y}{2\varphi m}(1 - H) > 0$$

因此

$$H < \frac{2\varphi m}{\omega - y} + 1$$

(4) 在任何一个速度比 $H > 0$ 的情况下,滞止点压力 p_0 总是最大的。

要计算无后坐炮膛内压力分布和滞止点位置 L_0 , 关键问题是如何求出速度比 H , 下面进一步讨论速度比的确定方法。设药室后端面面积为 A_{zh} , 流速为 v_{zh} , 则通过该断面的流量为

$$G = A_{zh} \rho v_{zh} \quad (3-91)$$

再根据火药气体均匀分布的假定,在任一瞬间火药气体的密度为

$$\rho = \frac{\omega - y}{(V_0 + Al)} \quad (3-92)$$

式中 l 是弹丸的实际行程, V_0 是药室容积。

流量计算公式为

$$G = C_A v_j A_* \frac{p}{f \sqrt{\tau}} \quad (3-93)$$

式中 $v_j = \sqrt{\frac{2f\omega}{\theta\varphi m}}$, $C_A = \varphi_2 \sqrt{\frac{\theta\varphi m}{2\omega}} \Gamma$, $\Gamma = \sqrt{k} \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{2(k-1)}}$ 。这里 A_* 为喷管临界截面。若已知射击过程中的 p 和 $\tau = T/T_1$ 的变化规律, 即可由(3-93)式计算流量的变化规律, 再由(3-91)式得

$$v_{zh} = \frac{G(V_0 + Al)}{A_{zh}(\omega - y)} \quad (3-94)$$

由相应的弹丸运动速度 v , 则可求出速度比 H 。由此可见, 要计算速度比, 必须解无后坐炮的弹道方程, 求得 $p \sim l$, $v \sim l$, $y \sim l$ 及 $\tau \sim l$ 的函数关系, 才能通过(3-94)式计算出 v_{zh} 。所以, 计算无后坐炮的压力分布必须和弹道解同时进行。

下面以 65—82mm 无后坐炮为例, 计算得到速度比 H 和滞止点位置的变化规律, 如图 3-7 和图 3-8 所示。

从图 3-7 可以看出, 在喷口打开瞬间, 滞止点大约在弹底部位, 但当弹丸开始运动以后, 滞止点很快向药室方向移动, 而后又向身管方向移动。这种变化规律可以这样来解释: 在打开喷口的瞬间, 弹丸的速度比较小, 而这时通过药室后端面的流速要比弹丸速度大得多, 这时速

度比 H 最大,所以滞止点很接近于弹底。但随着弹丸速度逐渐的增加,由图 3-6 看出,速度比很快的减小,显然滞止点应向药室方向移动。然而由于火药气体不断地生成,膛压很快地升高,气流速度也随之增加,速度比也在增大,所以滞止点逆转为向身管方向移动。在射击的后一阶段,这时火药燃烧已经结束,膛压很快下降, H 也在缓慢减小,但滞止点位置除了受 H 的影响之外,还依赖于弹丸的行程 L 。由 L_0 和 L 的关系可以看出, L_0 正比于 L ,这时 H 虽然在减小,但弹丸行程 L 在不断地增加,所以滞止点继续向炮口方向移动。

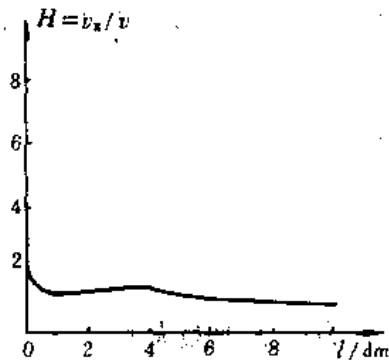
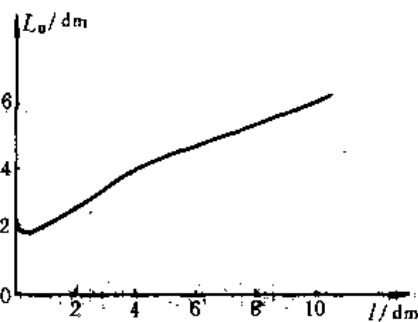


图 3-7 速度比变化规律

图 3-8 滞止点位置随 l 的变化

§ 3.7 考虑膛内面积变化的膛内压力换算关系

前面几节是在膛内面积不变的条件下讨论弹后空间压力分布的规律,而真实膛内面积沿炮膛轴向是变化的,以下介绍用隔离体受力分析的方法推导膛底压力 p_i 、弹底压力 p_b 以及平均压力 \bar{p} 三者之间的换算关系。真实膛内面积变化如图 3-9 所示,药室部分面积为 A_0 ,经过斜肩部分(坡膛)过渡到身管部分面积 A_1 ,由于坡膛很短,可以近似地认为膛内面积变化呈图 3-10 所示的突变形式,面积为 A_0 的部分长 L_0 ,从突变处到弹底位置的长为 L_1 ,下面在这种简化下,假设膛内混合流体密度均匀分布,进行推导。考虑膛内面积变化的一维气体连续方程为

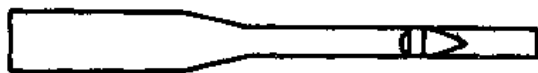


图 3-9 膛内面积真实变化图

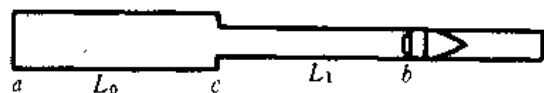


图 3-10 膛内面积近似变化图

$$\frac{\partial A p}{\partial t} + \frac{\partial A \rho u}{\partial x} = 0 \quad (3-95)$$

如果面积变化已知,在密度均匀分布的假设下可推得速度分布关系式。以 a 标记膛底, c 标记面积突变处, b 标记弹底。

对于 $a \rightarrow c$ 段,膛内面积不变化,容易推得膛内速度线性分布,设 v_0 为面积突变处气流速

度的左极限,则 $a \rightarrow c$ 段速度分布为

$$u = \frac{x}{L_0} v_0^- \quad (3-96)$$

对于 c 点截面,即面积突变处,在密度均匀分布的假设下,有连续方程

$$v_0^- A_0 = v_0^+ A_1$$

其中 v_0^+ 为面积突变处气流速度的右极限

$$v_0^- = \frac{A_1}{A_0} v_0^+ \quad (3-97)$$

对于 $c \rightarrow b$ 段,面积也是不变化的,速度亦为线性分布,设为

$$u = a_1 x + a_2$$

a_1, a_2 是时间 t 的函数,由边界条件

$$\begin{aligned} x = L_0, & \quad u = v_0^+ \\ x = L_0 + L_1, & \quad u = v \end{aligned}$$

这里 v 仍表示弹丸运动速度,得

$$u = \frac{v - v_0^+}{L_1} (x - L_0) + v_0^+ \quad (3-98)$$

由此可见,膛内气流速度为分段线性分布,且在面积突变处,速度间断,如图 3-11 所示。

速度分布函数已求出,但函数中 v_0^-, v_0^+ 是未知的,应与弹丸运动速度有一个关系,为求这个关系,设膛内面积变化函数为 $A(x)$,则从膛底到某位置 x 处的体积为 $\int_0^x A(x) dx$,弹后空间总体积为 $\int_0^L A(x) dx$ (L 为以膛底为坐标原点弹底的位置),所以膛内密度为

$$\rho = \frac{\omega}{\int_0^L A(x) dx}$$

式中 ω 为装药量,由密度在整个弹后空间不变的假设,得膛底到某位置 x 的质量为

$$m_x = \frac{\omega \int_0^x A(x) dx}{\int_0^L A(x) dx}$$

dt 时刻以后膛底到 x 位置的平均密度为

$$\rho_x = \frac{\omega \frac{\int_0^x A(x) dx}{\int_0^L A(x) dx} - \frac{\omega}{\int_0^L A(x) dx} \int_0^x u A(x) dt}{\int_0^x A(x) dx}$$

dt 时刻以后整个弹后空间的平均密度为

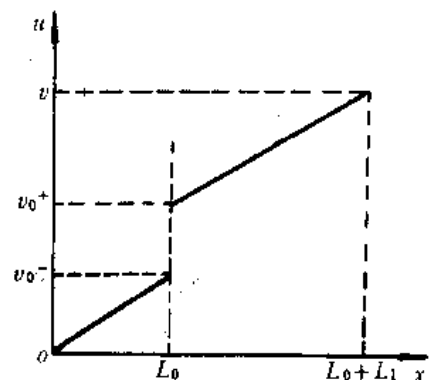


图 3-11 考虑面积变化的膛内气流速度分布

$$\rho_L = \frac{\omega - \int_0^L \frac{\omega}{A(x)} v A(L) dx}{\int_0^L A(x) dx}$$

由密度均匀分布假设, 令 $\rho_x = \rho_L$, 得

$$u = \frac{\int_0^x A(x) dx}{\int_0^L A(x) dx} \frac{A(L)}{A(x)} v \quad (3-99)$$

这是膛内速度分布的普遍关系式。对于目前考虑的对象, 令 $x=L_0$ 得

$$v_0^- = \frac{A_1 L_0}{A_0 L_0 + A_1 L_1} v \quad (3-100)$$

再由(3-97)式得

$$v_0^+ = \frac{A_0 L_c}{A_0 L_0 + A_1 L_1} v \quad (3-101)$$

将(3-100)式代入(3-96)式得

$$u = \frac{A_1 x}{A_0 L_0 + A_1 L_1} v \quad (3-102)$$

所以

$$\frac{du}{dt} = \frac{A_1 uv}{A_0 L_0 + A_1 L_1} + \frac{A_1 x}{A_0 L_0 + A_1 L_1} \frac{dv}{dt} - \frac{A_1^2 x v^2}{(A_0 L_0 + A_1 L_1)^2}$$

将(3-102)式代入上式得

$$\frac{du}{dt} = \frac{A_1 x}{A_0 L_0 + A_1 L_1} \frac{dv}{dt} \quad (3-103)$$

这是 $a \rightarrow c$ 段的膛内气流加速度分布。对于 $c \rightarrow b$ 段, 同样可得到加速度分布函数, 将(3-101)式代入(3-98)式得

$$u = \frac{A_1 vx}{A_0 L_0 + A_1 L_1} + \frac{(A_0 - A_1) L_0 v}{A_0 L_0 + A_1 L_1} \quad (3-104)$$

对上式求导, 得到

$$\frac{du}{dt} = \frac{A_1 x + (A_0 - A_1) L_0}{A_0 L_0 + A_1 L_1} \frac{dv}{dt} \quad (3-105)$$

由此可见, 两个区段加速度亦服从线性分布规律。

取图 3-9 中 $a \rightarrow c$ 的气流为隔离体, 受力为 $p_i A_0 - p_0 A_0$, 这段气流的质量为 $\theta_0 \omega$, 其中

$$\theta_0 = \frac{A_0 L_0}{A_0 L_0 + A_1 L_1}$$

由(3-103)式, $a \rightarrow c$ 段气流的平均加速度为

$$\bar{a}_{ac} = \frac{1}{2} \frac{A_1 L_0}{A_0 L_0 + A_1 L_1} \frac{dv}{dt} = \frac{1}{2} \frac{A_1}{A_0} \theta_0 \frac{dv}{dt}$$

由牛顿第二定律得

$$\frac{1}{2} \frac{A_1}{A_0} \theta_0^2 \omega \frac{dv}{dt} = (p_i - p_0) A_0$$

由弹丸运动方程

$$\frac{dv}{dt} = \frac{A_1 p_b}{\varphi_1 m} \quad (3-106)$$

得

$$p_t - p_b = \theta_0^2 \frac{\epsilon'}{2} \left(\frac{A_1}{A_0}\right)^2 p_b \quad (3-107)$$

这里 $\epsilon' = \frac{\omega}{\varphi_1 m}$ 。

取图 3-9 中, $c \rightarrow b$ 段的气流为隔离体, 受力 $p_0 A_1 - p_b A_1$, 这段气流质量为 $(1 - \theta_0)\omega$, c 处气流的加速度由 (3-105) 式知为

$$a_c = \frac{A_0 L_0}{A_0 L_0 + A_1 L_1} \frac{dv}{dt} = \theta_0 \frac{dv}{dt}$$

而 b 处气流的加速度为 $a_b = \frac{dv}{dt}$ 。所以 $c \rightarrow b$ 段气流的平均加速度为

$$a_{cb} = (1 + \theta_0) \frac{1}{2} \frac{dv}{dt}$$

再由牛顿第二定律得

$$(p_0 - p_b) A_1 = (1 - \theta_0) \omega \frac{1 + \theta_0}{2} \frac{dv}{dt}$$

所以

$$p_0 - p_b = \frac{1 - \theta_0^2}{2} \epsilon' p_b \quad (3-108)$$

上式运用了弹丸运动方程 (3-106) 式, 由 (3-107) 和 (3-108) 两式解得

$$p_0 = \left[1 + \frac{\epsilon'}{2} (1 - \theta_0^2)\right] p_b \quad (3-109)$$

$$p_t = \left\{1 + \frac{\epsilon'}{2} \left[1 - \left(1 - \frac{A_1^2}{A_0^2}\right) \theta_0^2\right]\right\} p_b \quad (3-110)$$

(3-109) 式代入 (3-110) 式得

$$p_t = p_b \frac{1 + \frac{\epsilon'}{2} \left[1 - \left(1 - \frac{A_1^2}{A_0^2}\right) \theta_0^2\right]}{1 + \frac{\epsilon'}{2} (1 - \theta_0^2)} \approx \left[1 + \frac{\epsilon'}{2} \left(\frac{A_1}{A_0}\right)^2 \theta_0^2\right] p_0 \quad (3-111)$$

以上三式表示膛内三个特殊点压力之间的关系。

考虑膛内面积变化的压力平均值应为

$$\bar{p} = \frac{1}{V} \int_0^L p_x A dx$$

就这里讨论的问题有

$$\begin{aligned} \bar{p} &= \frac{1}{A_0 L_0 + A_1 L_1} \left[A_0 \int_0^{L_0} p_x dx + A_1 \int_{L_0}^{L_0+L_1} p_x dx \right] \\ &= \frac{1}{A_0 L_0 + A_1 L_1} (A_0 L_0 \bar{p}_1 + A_1 L_1 \bar{p}_2) = \theta_0 \bar{p}_1 + (1 - \theta_0) \bar{p}_2 \end{aligned} \quad (3-112)$$

其中 \bar{p}_1 、 \bar{p}_2 分别为两个区段的平均压力, 即

$$\bar{p}_1 = \frac{1}{L_0} \int_0^{L_0} p_x dx$$

$$\bar{p}_2 = \frac{1}{L_1} \int_{L_0}^{L_0+L_1} p_x dx$$

设药室部分缩径长为 L'_0 , 即 $A_1 L'_0 = A_0 L_0$ 。这样

$$p_0 = \left\{ 1 + \frac{\epsilon'}{2} \left[1 - \left(\frac{L'_0}{L} \right)^2 \right] \right\} p_b$$

这里 $L = L'_0 + L_1$ 。此处 p_0 就是将药室当作与身管等截面的缩径药室拉格朗日问题的压力分布

$$p'_x = \left\{ 1 + \frac{\epsilon'}{2} \left[1 - \left(\frac{x}{L} \right)^2 \right] \right\} p_b \quad (3-113)$$

在 $x = L'_0$ 时的值。可取

$$\bar{p}_1 = \frac{1}{L'_0} \int_0^{L'_0} p'_x dx \quad (3-114)$$

$$\bar{p}_2 = \frac{1}{L - L'_0} \int_{L'_0}^L p'_x dx \quad (3-115)$$

得

$$\bar{p}_1 = p_b \left\{ 1 + \frac{\epsilon'}{2} \left[1 - \frac{1}{3} \left(\frac{L'_0}{L} \right)^2 \right] \right\} = p_b \left[1 + \frac{\epsilon'}{2} \left(1 - \frac{\theta_0^2}{3} \right) \right]$$

这里利用了

$$\theta_0 = \frac{A_0 L_0}{A_0 L_0 + A_1 L_1} = \frac{L'_0}{L'_0 + L_1} = \frac{L'_0}{L}$$

由等面积下的 p_i, p_b 的关系式, 有

$$\bar{p}_1 = p_i \frac{1 + \frac{\epsilon'}{2} \left(1 - \frac{\theta_0^2}{3} \right)}{1 + \frac{\epsilon'}{2}} \approx p_i \left(1 - \frac{\epsilon'}{6} \theta_0^2 \right) \quad (3-116)$$

将(3-113)式代入(3-115)式, 得

$$\begin{aligned} \bar{p}_2 &= p_b \left\{ 1 + \frac{\epsilon'}{2} \left[1 - \frac{1}{3} \frac{L^2 + LL'_0 + L'^2_0}{L^2} \right] \right\} = p_b \left\{ 1 + \frac{\epsilon'}{2} \left[1 - \frac{1}{3} (1 + \theta_0 + \theta_0^2) \right] \right\} \\ &= p_b \left[1 + \frac{\epsilon'}{3} \left(1 - \frac{\theta_0}{2} - \frac{\theta_0^2}{2} \right) \right] \end{aligned} \quad (3-117)$$

将(3-116)和(3-117)式代入(3-112)式得

$$\bar{p} = \theta_0 p_i \left(1 - \frac{\epsilon' \theta_0^2}{6} \right) + (1 - \theta_0) p_b \left[1 + \frac{\epsilon'}{3} \left(1 - \frac{\theta_0}{2} - \frac{\theta_0^2}{2} \right) \right]$$

将(3-110)式代入上式整理的

$$\bar{p} = p_b \left\{ 1 + \frac{\epsilon'}{3} \left[1 - \frac{3\theta_0^3}{2} \left(1 - \frac{A_1^2}{A_0^2} \right) \right] \right\} \quad (3-118)$$

再将(3-110)式代入上式得

$$\bar{p} = \frac{1 + \frac{\epsilon'}{3} \left[1 - \frac{3}{2} \theta_0^3 \left(1 - \frac{A_1^2}{A_0^2} \right) \right]}{1 + \frac{\epsilon'}{2} \left[1 - \theta_0^2 \left(1 - \frac{A_1^2}{A_0^2} \right) \right]} p_i$$

化简得

$$\bar{p} = p_i \left\{ 1 - \frac{\varepsilon'}{6} \left[1 - 3(\theta_0^2 - \theta_0^3) \left(1 - \frac{A_1^2}{A_0^2} \right) \right] \right\} \quad (3-119)$$

(3-118)式和(3-119)式分别是考虑膛内面积变化条件下的平均压力与弹底压力和膛底压力之间的关系。

从以上的推导可以看出:

(1) 推得的膛底压力 p_i , 弹底压力 p_b 和平均压力 \bar{p} 三者之间的关系式(3-110), (3-118), (3-119)三式在 $A_1 = A_0$ 时, 分别为

$$p_i = p_b \left(1 + \frac{\varepsilon'}{2} \right), \quad p = p_b \left(1 + \frac{\varepsilon'}{3} \right), \quad \bar{p} = p_i \left(1 - \frac{\varepsilon'}{6} \right)$$

这就是等截面拉格朗日问题的结果, 说明目前研究的问题包含了等截面问题。

(2) 在三个关系式(3-110), (3-118), (3-119)式中令 $\theta_0 = 0$, 也回到等截面拉格朗日问题的结果, 因为 $\theta_0 = 0, L_0 = 0$ 就是等截面问题。

(3) 考虑膛内面积变化, 膛内压力换算与等截面情况是有差别的, 特别是弹道循环初期, 这种差别是很大的。以 $\theta_0 = \frac{2}{3}, \frac{A_0}{A_1} = 2$ 为例, 可得

$$\bar{p} = \left(1 - \frac{\varepsilon'}{9} \right) p_i$$

(4) 弹道循环后期随着 L_1 的增大, θ_0 变得很小, 考虑与不考虑膛内面积任意变化差别不大。

(5) 由(3-99)式知, 膛内面积任意变化, 均可推导获得速度分布函数, 膛内面积间断, 速度分布亦间断, 但压力分布是连续的。

§ 3.8 分析与讨论

本章讨论了几种具有代表性的内弹道气动力问题的近似解, 亦即比例膨胀假设下的近似解; 拉格朗日假设下的近似解; 以及毕杜克极限。这些解虽然各自采用不同的假设, 但它们几乎得到相同的结果。比例膨胀假设的实质是, 规定了在弹丸运动过程中弹后空间混合气流膨胀的规律。认为弹后任一个单元气流的相对膨胀等于弹后空间整个气流的相对膨胀; 从而气体相对密度 $\varepsilon = \rho_g / \rho$ 为均匀分布。拉格朗日假设是规定了弹后空间混合气流密度为均匀分布, 即 $\partial \rho / \partial x = 0$ 。这两个假设均可以推出弹后空间气流速度的线性分布的规律, 但比例膨胀假设对混合气流密度没有作出限制, 在推导压力分布时可以反映出热力学参数变化对压力分布的影响, 而拉格朗日假设反映不出这种影响, 所以它们得到的压力分布结果是不同的, 前者是指数衰减压力分布规律, 后者是抛物线分布规律。拉格朗日假设把密度始终看作均匀分布, 这与实际情况不符合, 毕杜克解实际上应用了弹丸开始运动之前膛内气体密度不均匀的假定, 这也是没有根据的, 但是可以设想, 实际解与弹丸运动最后阶段的解相差是很小的。由于膛内流动过程十分复杂, 可以认为各种假设具有同等程度的近似性质, 因而在同等程度上是可以接受的。准确到 $\varepsilon' = \frac{\omega}{\varphi m}$ 一次项的毕杜克解和比例膨胀近似解都与拉格朗日近似解一致, 故可以说, 拉格朗日解是毕杜克极限解和比例膨胀近似解的一级近似。

以下作一个比较, 来说明比例膨胀近似解和拉格朗日近似解两者的接近程度。在密度均匀

分布的假设下所得到的压力比为

$$\frac{p_t}{p_b} = 1 + \frac{1}{2} \frac{\omega}{\varphi_1 m}, \quad \frac{\bar{p}}{p_b} = 1 + \frac{1}{3} \frac{\omega}{\varphi_1 m}$$

根据表 3-4 计算不同的 $\omega/\varphi_1 m$ 值所得到的 p_t/p_b 和 \bar{p}/p_b , 并用上两式的形式表示其结果, 即

$$\frac{p_t}{p_b} = 1 + \lambda_1 \frac{\omega}{\varphi_1 m}, \quad \frac{\bar{p}}{p_b} = 1 + \lambda_2 \frac{\omega}{\varphi_1 m}$$

计算结果如表 3-8 所示。

表 3-8 $\frac{\omega}{\varphi_1 m}$ 与 λ_1 和 λ_2 的函数关系

$\frac{\omega}{\varphi_1 m}$	λ_1	λ_2	$\frac{\omega}{\varphi_1 m}$	λ_1	λ_2
0.1	0.493	0.320	1.5	0.458	0.287
0.5	0.485	0.315	2.0	0.451	0.279
1.0	0.471	0.300	2.5	0.442	0.272

将表 3-8 中的 λ_1 和 λ_2 数值与 $1/2$ 和 $1/3$ 相比较即可看出: 当相对装药量 ω/m 较小时, 两种假设下的结果区别不大。当相对装药量增大时, 差别就比较大, 并对内弹道基本问题将发生很大的影响。这主要是当 ω/m 增大时, 弹丸的运动速度加快, 使得弹后的气流加速膨胀不能简单地服从某种规律。应该指出: 当 $\omega/m > 1$ 以后, 膛内压力波的传递和反射对弹后空间的压力分布将产生显著影响, 三种近似解都不可能反应出膛内的实际情况, 所以近似解只适用于 ω/m 较小的情况。当 $\omega/m > 1$ 时, 应该采用两相流 ^{81tech} 气动模型进行求解。

将(3-19)展开为幂级数

$$p = p_t(1 - \Phi z^2 + \frac{1}{2} \Phi^2 z^4 - \frac{1}{6} \Phi^3 z^6 + \dots)$$

对于一般火炮的装填条件来说, $\varphi_1 = 1.03 \sim 1.05$, $\omega/m < 0.5$, 因此 Φ 值通常小于 0.25, 而 $0 \ll z \ll 1$ 。对于上述的级数, 可只取前两项, 即

$$p = p_t(1 - \Phi z^2) \quad (3-120)$$

当 $z=1$ 时, 即为弹底条件。再根据状态方程 $p_b = \rho_b RT$, 式中 ρ_b 是弹底处火药气体密度, 参量 Φ 为

$$\Phi = \frac{\omega}{2\varphi_1 m}$$

则

$$\frac{p_b}{p_t} = 1 - \frac{1}{2} \frac{\omega}{\varphi_1 m}$$

或

$$\frac{p_t}{p_b} = 1 + \frac{1}{2} \frac{\omega}{\varphi_1 m}$$

上式与(3-35)式是一致的。同理, 由(3-26)式

$$I_1 = \int_0^1 e^{-\Phi z^2} dz \approx \int_0^1 (1 - \Phi z^2) dz = 1 - \frac{1}{3} \Phi$$

则由(3-25)式得

$$\frac{p}{p_0} = 1 - \frac{1}{6} \frac{\omega}{\varphi_1 m} \approx \frac{1 + \frac{1}{3} \frac{\omega}{\varphi_1 m}}{1 + \frac{1}{2} \frac{\omega}{\varphi_1 m}}$$

很显然,上式与(3-36)式是一致的。这就证明了拉格朗日假设可以看作比例膨胀假设的一级近似。

实际上,密度均匀分布假设必然满足比例膨胀假设。换句话说,密度均匀分布是比例膨胀假设的充分条件。其证明对于等面积问题很简单,若取某个单元体积 ΔV ,它包含有气体质量 $\Delta \omega$, V 是某瞬间弹后空间体积,其总质量为 ω 。则根据密度均匀分布假设,有

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta \omega}{\omega}$$

由于 $\Delta \omega$, ω 是物质体积对应的质量,不随时间而变化,对上式微分后则有

$$\frac{V d\Delta V - \Delta V dV}{V^2} = 0$$

因此可得

$$\frac{d\Delta V}{\Delta V} = \frac{dV}{V}$$

上式即是比例膨胀假设的数学表达式。

事实上,上述结论无论膛内面积函数如何均成立,以下证明之。仍设面积变化函数为 $A(x)$,则膛底到任意位置 x 的体积为 $V_x = \int_0^x A(x) dx$,弹后空间总体积为 $V_L = \int_0^L A(x) dx$,两者体积的相对变化分别为

$$\frac{dV_x}{V_x} = \frac{d \int_0^x A(x) dx}{\int_0^x A(x) dx} = \frac{A(x) u dt}{\int_0^x A(x) dx}$$

和

$$\frac{dV_L}{V_L} = \frac{d \int_0^L A(x) dx}{\int_0^L A(x) dx} = \frac{A(L) v dt}{\int_0^L A(x) dx}$$

由(3-99)式知

$$\frac{dV_x}{V_x} = \frac{dV_L}{V_L}$$

上式亦为比例膨胀假设的数学表达式。从密度均匀分布推导得到了比例膨胀假设,说明前者是后者的充分条件,后者是前者的必要条件。

三种近似解均得到膛底压力和弹底压力之比仅取决于 ω/m 的结论,并在整个射击过程中保持为常数。然而内弹道气动力问题的精确解结果表明, p_i/p_0 是变化的,并呈波动形式,实验结果也证明了精确解的这个结论。

实验方法是同时测出膛底和弹底的 $p \sim t$ 曲线,然后求出不同瞬间的 p_i/p_0 的比值。图 3-12 是 76mm 加农炮药室和弹底实测压力曲线。图 3-13 是 p_i/p_0 与时间关系的实验曲线。

若次要功计算系数 φ_1 取实验的符合值,由实验测得 $\varphi_1 = 1.11$ 。76mm 加农炮的装药量 $\omega = 1.13\text{kg}$, $m = 6.20\text{kg}$,则拉格朗日解

$$\frac{p_i}{p_b} = 1 + \frac{\omega}{2\varphi_1 m} = 1.1$$

从实验结果看出,开始阶段实验值比理论值小,后来实验值超过理论值。但实验值的平均结果却又非常接近于理论值的 $1 + \omega/2\varphi_1 m$ 。因此,近似解反映了实验值的平均结果。用精确解的计算表明,当 ω/m 比值不太大时, p_i/p_b 虽然以波动的形式变化,但其平均值也趋近于近似解的结果。近似解与实际结果之间产生这种差异,是因为在研究中忽略了火药逐渐燃烧这个因素;其次,由于火药燃烧不断地加入新生成的气体以及弹丸运动而产生的气体膨胀,在膛内出现复杂的压力波系,它必然要影响膛底和弹底的压力变化规律。另外,点火过程也可能使药床局部密实,局部密实的火药床点火后,产生大振幅的局部压力急升,严重时发生膛炸现象。涉及到火药燃烧的内弹道两相流理论可以解释并在定量上计算这些复杂现象,这是以后几章讨论的内容。

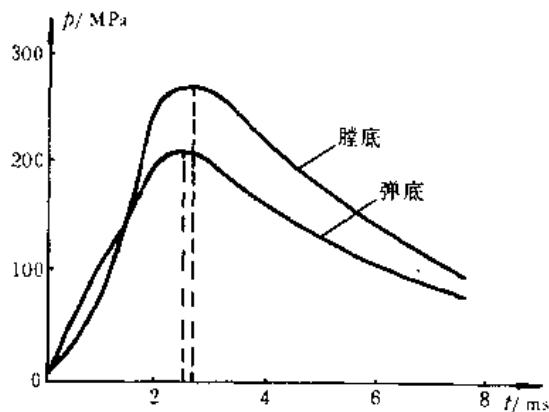
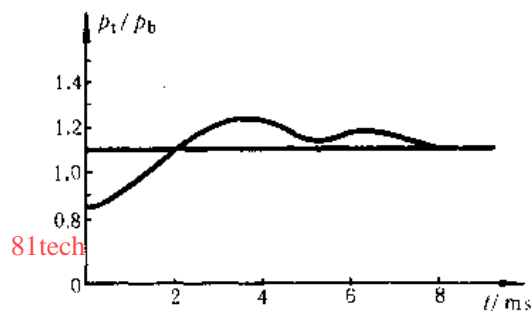


图 3-12 膛底和弹底实测压力曲线

图 3-13 p_i/p_b 实验处理曲线

参考文献

- [1] Corner J. Theory of Interior Ballistics of Guns. Wiley, New York, 1950. (中译本: 鲍廷钰等译. 内弹道学. 国防工业出版社, 1958.)
- [2] Мамонтов М. А. Некоторые Случаи Течения Газа. Оборонгиз, 1951. (中译本: 王新涛等译. 气流的某些问题. 国防工业出版社, 1960.)
- [3] Ветехтин С. А. Газодинамические Основы Внутренней Баллистики. Оборонгиз, 1957. (中译本: 谢庚译. 内弹道学的气体动力原理. 北京: 国防工业出版社, 1965)
- [4] Серебряков М. Е. Внутренняя Баллистика Ствольных Систем и Пороховых Ракет. Оборонгиз, 1962. (中译本: 谢庚译. 身管武器和火药火箭内弹道学. 北京: 国防工业出版社, 1975)
- [5] 美国陆军工程设计手册. 火炮内弹道学. 北京: 国防工业出版社, 1975.
- [6] 金志明, 袁亚雄. 内弹道气动力原理. 北京: 国防工业出版社, 1983.
- [7] 华东工学院. 内弹道学. 北京: 国防工业出版社, 1983.
- [8] 夏皮罗 А. Н. 可压缩流的动力学. 陆志芳等译. 北京: 科学出版社, 1977.
- [9] 金志明. 无后坐力炮的拉格朗日问题及其解. 华东工学院学报, 1981.
- [10] 宋明. 经典内弹道学方程的气体动力学推导. 弹道学报, 1990(1).
- [11] 宋明. 考虑膛内弹后空间截面积变化的膛内压力换算关系. 弹道学报, 1990(2).
- [12] 邱文坚, 陈建中. 应用弹道方法对拉格朗日问题的研究及其应用. 兵工学报, 1987(2).

第四章 内弹道准两相流体力学模型

§ 4.1 引言

在第一章中,比较详细地阐述了经典内弹道学的研究内容及在武器系统中的具体应用。它是一种集总参数模型(Lumped parameter model),描述了内弹道参数在弹后空间平均值的变化规律。这种模型只有在膛压和初速不太高、装填密度不太大的情况下才能比较好地符合膛内实际射击过程,否则就会产生明显的偏差。特别是高性能的火炮,由于火药气体和正在燃烧药粒的高速流动,气相和颗粒相的相互作用,各种波系在膛内的传播,都将显著地影响膛内的射击现象。显然,经典内弹道理论已不能描述这种复杂的流动现象,因此必须按照流体力学的观点来研究膛内的射击过程。这就是内弹道学中的一个著名的拉格朗日问题。

18 世纪末(1798 年),拉格朗日第一次提出内弹道流体力学模型,即在一个等截面的身管中,火药瞬时燃完,并且不考虑弹丸与膛壁间的摩擦及热散失条件下内弹道基本问题。随后,洛夫(Love)、毕杜克和康纳等内弹道学者先后对这一经典的拉格朗日问题进行了近似解的研究。最有意义的研究成果是得出了膛底压力 p_i 和弹底压力 p_b 的比值为波动变化的结果。对膛内的射击现象有了新的认识,为内弹道研究提出一条新途径。由于数学上的困难,拉格朗日本人对自己的模型进行了简化,提出了膛内气体密度均匀分布的假设,即

$$\frac{\partial \rho}{\partial x} = 0$$

式中 ρ 为气体密度, x 为炮膛轴向坐标。在此假设下,膛底和弹底压力之比有以下关系:

$$\frac{p_i}{p_b} = 1 + \frac{\omega}{2\varphi_1 m}$$

式中 ω 表示装药质量, m 是弹丸质量, φ_1 是阻力系数。上式是经典内弹道学中的一个重要公式,它表示了膛底和弹底压力之比仅是与相对装药 ω/m 有关的常数。

拉格朗日的内弹道数学模型是由偏微分方程和代数方程所组成,要获得数值解是相当复杂的,当时在实际应用方面受到了很大的限制。可是在本世纪 60 年代初期,特别在最近的十几年中,无论在内弹道实验手段或电子计算机的技术方面都有了很大的发展,为进一步开展拉格朗日问题的研究提供了条件。由原来只考虑单相气体流动发展为火药气体和正在燃烧火药颗粒两相混合流动,并且更加细致地研究了两相之间的动量、质量和能量的输运现象以及相互作用的规律,对拉格朗日问题的实际应用开拓了新的前景。

§ 4.2 内弹道准两相流体力学模型

内弹道准两相流体力学模型是一种将气体和固相看成独立流动的近似模型。它虽然计及到火药气体和正在燃烧的火药颗粒的两相流动,但忽略两相之间的质量、动量和能量的输运。这样使研究的问题得到简化,也为第五章讨论两相流模型打下基础。为了讨论问题方便,先阐明以下几个概念。

4.2.1 密度、已燃相对质量和物质导数

1. 密度

这里考虑的气—固两相流动,因此必须引入气相、固相和混合相的密度概念。假设火药燃气和正在燃烧的火药颗粒在一个变截面管道中流动,并取图 4—1 所示的控制体,其体积为 δV , 断面积为 A 。在 δV 中包含有混合相质量为 Δm , 其中有气相质量 Δm_g 和固相质量 Δm_s , 则混合相密度为

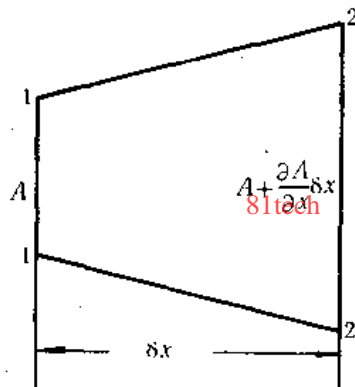


图4-1 控制体

$$\rho = \lim_{\delta V \rightarrow \delta V'} \frac{\Delta m}{\delta V} = \lim_{\delta V \rightarrow \delta V'} \frac{\Delta m_g}{\delta V} + \lim_{\delta V \rightarrow \delta V'} \frac{\Delta m_s}{\delta V} = \rho_g + \rho_s \quad (4-1)$$

式中 ρ_g 和 ρ_s 分别为气相和固相的体密度, $\delta V'$ 是连续介质的最小体积。该式表示混合相体密度等于气相和固相体密度之和。若有 n 种组元, 则混合相体密度为

$$\rho = \sum_{(n)} \rho^{(n)} \quad (4-2)$$

式中 $\rho^{(n)}$ 是 n 种组元的分密度。

若 $\hat{\rho}_g$ 和 $\hat{\rho}_s$ 分别表示为物质占据本身体积的气相和固相的物质密度, φ 代表空隙率, 即气相所占的单位宏观体积的百分数, 则体密度和物质密度之间的关系为

$$\rho_g = \varphi \hat{\rho}_g, \quad \rho_s = (1 - \varphi) \hat{\rho}_s \quad (4-3)$$

2. 已燃相对质量 ψ

在经典内弹道学中, 根据几何燃烧定律的假设, ψ 可定义为

$$\psi = \frac{\omega_{YR}}{\omega} = \frac{nV}{nV_1} = \frac{V}{V_1} \quad (4-4)$$

式中 ω 表示初始装药质量, ω_{YR} 是某瞬间已燃烧去的装药质量, V 是一颗火药已燃去的体积, V_1

是一颗火药的初始体积, n 是药粒数。上述的 ψ 定义, 表示膛内任一瞬间弹后空间装药已燃相对质量的平均值。然而从两相流体力学的观点来看, 弹道参量不仅是时间的函数, 也是空间的函数。由于点火时间的不一致性, 以及压力场对燃烧的影响, 使 ψ 值沿炮膛形成不均匀分布。因此, 对 ψ 的理解, 只能是对任意一颗火药而言, 并且是时间和空间的函数。考虑到图 4-1 的控制体, 若两相之间无相对滑移, 则 ψ 可定义为

$$\psi = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta m_g}{\Delta m} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta m_g / \delta V}{\Delta m / \delta V}$$

或

$$\psi = \frac{\rho_g}{\rho_r + \rho_g} = \frac{\rho_g}{\rho} \quad (4-5)$$

3. 物质导数的关系式

在研究一维非定常流动过程中, 当采用欧拉坐标时, 流动参量 y 的物质导数可表示为

$$\frac{dy}{dt} = \frac{\partial y}{\partial t} + u \frac{\partial y}{\partial x}$$

式中 $y(x, t)$ 是表示任一流体参量, 如流速 u , 压力 p 等。

如果 $A(x)$ 表示身管的横截面积, 考虑位于 $(x, x + \Delta x)$ 微元体积中混合物流动时, 经常遇到 $y(x, t)A(x)\delta x$ 形式的物质导数, 即

$$\begin{aligned} \frac{d(Ay\delta x)}{dt} &= A\delta x \frac{dy}{dt} + y \frac{d(A\delta x)}{dt} \\ &= A\delta x \left[\frac{dy}{dt} + y \frac{d(A\delta x)/dt}{A\delta x} \right] \end{aligned}$$

根据散度定义, 有

$$\text{div} \vec{u} = \frac{d(A\delta x)}{dt} \frac{1}{A\delta x}$$

由于

$$\begin{aligned} \frac{d(A\delta x)}{dt} &= A \frac{d(\delta x)}{dt} + \delta x \frac{dA}{dt} \\ &= A \delta \left(\frac{dx}{dt} \right) + \delta x \frac{dA}{dt} = A\delta u + \delta x \frac{dA}{dt} \end{aligned}$$

于是准一维条件下的散度为

$$\text{div} \vec{u} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{A} \frac{dA}{dt}$$

将散度公式代入上式, 则有

$$\frac{d}{dt}(Ay\delta x) = \delta x \left[\frac{\partial}{\partial t}(Ay) + \frac{\partial}{\partial x}(Ayu) \right] \quad (4-6)$$

4.2.2 基本假设

由于射击过程是一个极其复杂的物理化学的变化过程, 膛内的流动现象实际上是一个多维的、非定常的、有化学反应的两相流体力学问题。有些现象的物理本质至今仍然不甚清楚, 所以在建立数学模型时, 还要作出一些简化假设。在一个复杂的变化过程中, 首先应确定影响射击过程的主要现象, 其中有一些现象用经验方法来处理, 而某一些次要因素则给予忽略, 然后

通过实验方法进行修正。在这些假设的基础上,给出一个理想化的物理模型。有了物理模型,我们就可以利用数学工具建立起数学模型。这些假设有:

(1) 一维流动假设。虽然由药室过度到弹丸行程部的截面积有所变化,但膛内气流在绝大部分时间内都是在等截面管道中流动。在开始的点火阶段,流动虽然存在径向分量,但随着弹丸的运动,气流很快地发展为一维流动,径向分量可以忽略,所以一维流动假设基本上反映膛内流动的实际情况。因此,膛内的各个流动分量参数均是位置 x 和时间 t 的函数,如 $u(x, t)$, $\rho(x, t)$ 和 $p(x, t)$ 等。

(2) 当涉及到热力学过程时,仍然当作平衡态处理,不考虑火药气体的离解现象。并认为生成物的组分保持不变,火药力 f , 火药气体余容 α 以及比热比 k 均作为常数。

(3) 不考虑气—固两相之间的动量和能量输运。两相间的速度比 β 用经验关系来表示,即

$$\beta(x, t) = \frac{u_g}{u_s} = C_1 \psi^{C_2} \quad (4-7)$$

式中 u_g 和 u_s 分别表示气相和固相的流速; $0 < C_1 \leq 1$, $C_2 \geq 0$; ψ 是已燃相对质量,且 $0 \leq \psi \leq 1$ 。当 C_2 值增大时,固相运动速度小。若 $C_2 > 10$, 这相当于在整个燃烧过程中药粒停留在药室中不动。若 $C_2 = 0$, $C_1 = 1$, 则 $\beta = 1$, 这表示气相和固相以同一速度运动。这种流动状态称为均相流。

(4) 在微元体积中,火药燃烧服从几何燃烧定律和实验的燃烧速度定律。所有药粒虽然假设同时点燃,但每个药粒各自在所处位置的压强下进行燃烧。由于弹后空间存在压强分布,虽然假设各个药粒形状尺寸严格一致,但并不是所有药粒同时燃尽。不同药粒的燃烧结束位置将分布在某一个区域内。

(5) 膛内火药气体的状态变化服从诺贝尔—阿贝尔方程。

(6) 弹丸的运动阻力和火药气体的热损失通过阻力系数 φ_1 , 火药力 f 或比热比 k 来修正,不作直接计算。

(7) 由于粘性项与惯性项之比以及热传导项与总能量项之比分别为雷诺(Reynolds)数 Re 和贝克莱特(Peclet)数 Pe 的倒数。并有

$$Pe = Re \cdot Pr$$

式中 Pr 为普朗特数(Prandtl)数。对于膛内的实际流动过程,雷诺数通常在 $10^5 \sim 10^7$ 之间变化,而火药气体的普朗特数大约在 $0.72 \sim 0.8$ 之间。由此可见,粘性效应和热传导效应可以忽略不计。

4.2.3 欧拉坐标下的内弹道平衡方程

取如图4-2所示的微元控制体, u_g 和 u_s 分别代表气相和固相的流速, ρ_g 和 ρ_s 分别代表气相和固相的密度, p 为压强, A 表示管道的断面积。以下建立质量守恒、动量守恒和能量守恒的微分方程。

1. 质量守恒——连续方程

如图4-2所示,从控制面1-1单位时间流入的质量为

$$\rho_g u_g A + \rho_s u_s A$$

从控制面积2-2单位时间流出的质量为

$$\begin{aligned}
& (\rho_g + \frac{\partial \rho_g}{\partial x} \delta x)(u_g + \frac{\partial u_g}{\partial x} \delta x)(A + \frac{\partial A}{\partial x} \delta x) \\
& + (\rho_r + \frac{\partial \rho_r}{\partial x} \delta x)(u_r + \frac{\partial u_r}{\partial x} \delta x)(A + \frac{\partial A}{\partial x} \delta x) \\
& \approx \rho_g u_g A + \rho_r u_r A + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_g u_g A) \delta x + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_r u_r A) \delta x
\end{aligned}$$

流入流出的净增量为

$$- \frac{\partial}{\partial x} [A(\rho_g u_g + \rho_r u_r)] \delta x$$

单位时间内控制体内质量的改变为

$$\frac{\partial}{\partial t} [A(\rho_g + \rho_r) \delta x] = \delta x \frac{\partial}{\partial t} [A(\rho_g + \rho_r)]$$

根据质量守恒,则有

$$\delta x \frac{\partial}{\partial t} [A(\rho_g + \rho_r)] = - \frac{\partial}{\partial x} [A(\rho_g u_g + \rho_r u_r)] \delta x$$

或

$$\frac{\partial}{\partial t} [A(\rho_g + \rho_r)] + \frac{\partial}{\partial x} [A(\rho_g u_g + \rho_r u_r)] = 0$$

令 ζ 为固相密度和混合相密度之比值,即

$$\rho_r = \zeta \rho$$

由于

$$\rho = \rho_g + \rho_r$$

则

$$\rho_g = (1 - \zeta) \rho$$

对于均相流动而言,则有

$$\psi = 1 - \zeta \quad \text{或} \quad \zeta = 1 - \psi$$

考虑到(4-7)式,连续方程可写为以下形式

$$\frac{\partial}{\partial t} (A\rho) + \frac{\partial}{\partial x} \{A\rho u_g [1 - (1 - \beta)\zeta]\} = 0 \quad (4-8)$$

上式表示混合相的连续方程。对于两相流动还需分别求出气相和固相的连续方程。若取微元体内固相火药作为研究对象,则微元体内火药由于燃烧而减少的质量应等于燃烧而生成的气体质量。在 dt 时间内,微元火药燃去 $d\psi$,这时气体生成质量为

$$\rho A \delta x d\psi = \frac{\rho_r}{\zeta} A \delta x d\psi$$

由质量守恒,则有

$$- \frac{d}{dt} (\rho_r A \delta x) = \frac{\rho_r}{\zeta} A \delta x \frac{d\psi}{dt}$$

根据(4-6)式将物质导数展开,则得

$$\frac{\partial}{\partial t} (A\rho_r) + \frac{\partial}{\partial x} (A\rho_r u_r) = - \frac{\rho_r A}{\zeta} \left(\frac{\partial \psi}{\partial t} + u_r \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) \quad (4-9)$$

同理,对气相来说也存在以下的质量守恒方程

$$\frac{\partial}{\partial t} (A\rho_g) + \frac{\partial}{\partial x} (A\rho_g u_g) = \frac{\rho_r A}{\zeta} \left(\frac{\partial \psi}{\partial t} + u_r \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) \quad (4-10)$$

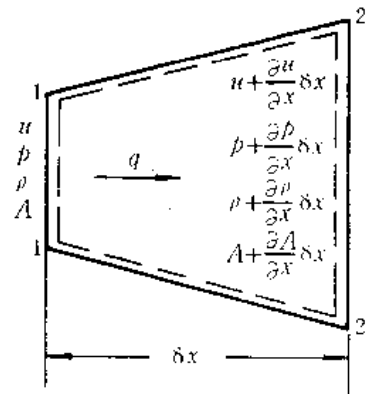


图4.2 微元控制体

由(4-9)和(4-10)式合并可得

$$\frac{\partial}{\partial t}(A\rho_g + A\rho_r) + \frac{\partial}{\partial x}(A\rho_g u_g + A\rho_r u_r) = 0$$

上式推导结果与控制体方法的推导结果是一致的。必须指出,(4-8),(4-9)和(4-10)式表示的连续方程,其中只有两个方程是独立的。

2. 动量方程——欧拉方程

根据动量守恒定理,作用于系统上外力之和等于该系统的动量变化率。取图4-2控制体内混合质量作为研究对象,作用于该混合质量上的外力有

(1)作用于控制体两端面上的力差

$$pA - (p + \frac{\partial p}{\partial x}\delta x)(A + \frac{dA}{dx}\delta x) = -\frac{\partial}{\partial x}(pA)\delta x$$

(2)作用于控制体侧面上的力

$$p \frac{dA}{dx}\delta x$$

当忽略摩擦力和体积力时,则作用于混合质量上的外力之和为

$$-\frac{\partial}{\partial x}(pA)\delta x + p \frac{dA}{dx}\delta x = -A \frac{\partial p}{\partial x}\delta x$$

控制体内混合质量动量变化率为

$$\frac{d}{dt}(A\rho_g u_g \delta x + A\rho_r u_r \delta x) = \left\{ \frac{\partial}{\partial t}[A(\rho_g u_g + \rho_r u_r)] + \frac{\partial}{\partial x}[A(\rho_g u_g^2 + \rho_r u_r^2)] \right\} \delta x$$

由动量定理,整理后可得

81tech

$$\frac{\partial}{\partial t}[A(\rho_g u_g + \rho_r u_r)] + \frac{\partial}{\partial x}[A(\rho_g u_g^2 + \rho_r u_r^2)] = -A \frac{\partial p}{\partial x}$$

或

$$\frac{\partial}{\partial t}\{A\rho u_g[1 - (1 - \beta)\zeta]\} + \frac{\partial}{\partial x}\{A\rho u_g^2[1 - (1 - \beta^2)\zeta]\} = -A \frac{\partial p}{\partial x} \quad (4-11)$$

3. 能量守恒——能量方程

能量守恒方程是热力学第一定律在流体力学中的具体应用。由热力学第一定律,则有

$$dE = \delta Q - \delta L + \delta Q_{\text{燃}}$$

式中 E 代表总能量, Q 和 L 分别代表热量和功, $Q_{\text{燃}}$ 表示火药燃烧释放出的能量。根据假设 $\delta Q = 0$, 即忽略与外界的热交换, 把射击过程当作绝热过程。对上式各项分别除以 dt , 改变为速率方程

$$\frac{dE}{dt} = \delta \dot{Q}_{\text{燃}} - \delta \dot{L} \quad (a)$$

dE/dt 表示沿流体质点 E 随时间的变化率, 它实际上是物质导数。

在微元体内气相和固相的总能量为

$$E = A\rho_g(e_g + \frac{u_g^2}{2})\delta x + A\rho_r(e_r + \frac{u_r^2}{2})\delta x$$

式中 e_g 和 e_r 分别代表气相和固相的内能。则

$$\frac{dE}{dt} = \left\{ \frac{\partial}{\partial t}[A\rho_g(e_g + \frac{u_g^2}{2}) + A\rho_r(e_r + \frac{u_r^2}{2})] \right\}$$

$$+ \frac{\partial}{\partial x} [A\rho_g u_g (e_g + \frac{u_g^2}{2}) + A\rho_r u_r (e_r + \frac{u_r^2}{2})] \delta x \quad (b)$$

在忽略体积力和摩擦力以后,作用在混合气体上的外力仅是压力。而计及压力做功时,还注意到固相和气相所占的面积 A_r 和 A_g 。由于固相的火药颗粒在气体中的位置是随机的,所以其体积浓度和面积浓度是一致的。根据空隙率的定义,则有

$$\frac{A_r}{A} = 1 - \varphi$$

于是

$$\frac{\rho_r}{\rho_r} = 1 - \varphi = \frac{A_r}{A}$$

$$A_r = \frac{\rho_r}{\rho_r} A = \frac{\zeta \rho}{\rho_r} A$$

$$A_r = A(1 - \frac{\rho_r}{\rho_r}) = A(1 - \frac{\zeta \rho}{\rho_r})$$

则压力功可写成以下形式

$$\delta \dot{W} = - \frac{\partial}{\partial x} \{ p A [\frac{\rho_r}{\rho_r} u_r + (1 - \frac{\rho_r}{\rho_r}) u_g] \} \delta x \quad (c)$$

设 q 为单位时间单位质量火药燃烧放出的能量。单位质量火药的潜能为

$$E_r = \frac{f}{k-1}$$

式中 f 为火药力, k 为比热比,并把它视为常数。若在 dt 时间内微元体火药燃烧掉 $d\psi$, 则有

$$q = E_r \frac{d\psi}{dt}$$

因此,火药燃烧的能量释放速率为

$$\delta \dot{Q}_m = \rho A \delta x q = \frac{\rho_r}{\zeta} A q \delta x \quad (d)$$

将(b),(c)和(d)式代入(a)式,则能量方程为

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} [A\rho_g (e_g + \frac{u_g^2}{2}) + A\rho_r (e_r + \frac{u_r^2}{2})] + \frac{\partial}{\partial x} [A\rho_g u_g (e_g + \frac{u_g^2}{2}) + A\rho_r u_r (e_r + \frac{u_r^2}{2})] \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \{ p A [\frac{\rho_r}{\rho_r} u_r + (1 - \frac{\rho_r}{\rho_r}) u_g] \} = \frac{A\rho_r}{\zeta} q \end{aligned}$$

或

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} (A\rho e_m) + \frac{\partial}{\partial x} \{ A\rho u_r [e_m - \zeta(1-\beta)(e_r + \frac{1}{2}\beta^2 u_r^2)] \} \\ & + \frac{\partial}{\partial x} (p A u_g \rho_n) = \frac{A f \zeta}{k-1} \left(\frac{\partial \psi}{\partial t} + \beta u_g \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) \end{aligned} \quad (4-12)$$

式中

$$e_m = (1 - \zeta)(e_g + \frac{u_g^2}{2}) + \zeta(e_r + \frac{1}{2}\beta^2 u_r^2)$$

$$\rho_n = 1 - (1 - \beta) \frac{\zeta}{\rho_r} \rho$$

$$\rho = \rho_g + \rho_r$$

4.2.4 辅助方程

以上根据质量、动量和能量守恒,得到一组内弹道平衡方程。但是对内弹道的基本问题来说,仅有这组平衡方程是不封闭的。因此还要根据射击过程的物理和化学现象给出一组辅助方程。它们包括状态、形状函数和燃速方程。

1. 状态方程

考虑到膛内的火药燃气处在高温高压的状态,所以采用计及余容影响的诺贝尔—阿贝尔状态方程,即

$$p(1 - a\rho_g - \frac{\rho_g}{\rho_s}) = \rho_g RT \quad (4-13)$$

或

$$p\left[\frac{1}{\rho} - a(1 - \xi) - \frac{\xi}{\rho_s}\right] = (1 - \xi)\tau f \quad (4-14)$$

式中 $\tau = T/T_1$, $f = RT_1$, a 是余容, R 是火药气体常数, T_1 是火药定容燃烧温度。

2. 形状函数

根据第一章的几何燃烧定律,可以得到如下的形状函数表达式

$$\psi = \chi z(1 + \lambda z + \mu z^2) \quad (4-14A)$$

$$\sigma = 1 + 2\lambda z + 3\mu z^2 \quad (4-14B)$$

式中 χ, λ 和 μ 是火药形状特征量。它们是决定于火药的几何形状和尺寸的常数,可以根据第一章中所给出的有关公式进行计算。

81tech

3. 燃速方程

采用以下的指数燃速公式

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\bar{u}_1}{\delta_1} p^n \quad (4-15)$$

式中 \bar{u}_1 是燃烧速度系数, n 是燃速指数, δ_1 是火药厚度的一半。

假定火药气体的内能 e_g 仅取决于火药气体的温度 T 。另外,由于假设火药颗粒是不可压缩的,因此火药固相的内能 e_s 完全可以忽略不计。由(4-7)~(4-15)式所构成的方程组中包含有8个未知量,即 $z, p, \tau(e_g), \rho_g, \rho_s, u_g, u_s, \psi$, 独立的方程个数也是8个,所以方程系是封闭的,这些变量都是 x 和 t 的函数。

§ 4.3 $\beta = 1$ 条件下内弹道气动力数学模型

上一节推导了准两相流内弹道数学模型,在这个模型中没有涉及到气相和固相之间的相互作用。气相和固相之间的关系采用经验关系的速度比 β 来描述。现在讨论一种 $\beta = 1$ 的特殊条件下的内弹道气动力数学模型。 $\beta = 1$ 即表示气相和固相速度相等,因此又称为均相流内弹道数学模型。这种模型可以近似地反映粒状火药的装填条件下内弹道过程。

4.3.1 基本方程

根据假设, $u_g = u_s = u$, 则连续方程(4-8)和动量方程(4-11)分别简化为

$$\frac{\partial}{\partial t}(A\rho) + \frac{\partial}{\partial x}(A\rho u) = 0 \quad (4-16)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(A\rho u) + \frac{\partial}{\partial x}(A\rho u^2) = -A \frac{\partial p}{\partial x} \quad (4-17)$$

若忽略 e_s , 则能量方程(4-12)可简化为

$$\frac{\partial}{\partial t}(\psi e_s) + u \frac{\partial}{\partial x}(\psi e_s) = -\frac{p}{A\rho} \frac{\partial}{\partial x}(Au) + \frac{f}{k-1} \left(\frac{\partial \psi}{\partial t} + u \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) \quad (4-18A)$$

因为 $e_s = c_s T = \frac{R}{k-1} T = \frac{f\tau}{k-1}$, $\tau = \frac{T}{T_1}$, 则能量方程可简化为以下形式

$$\frac{\partial \tau}{\partial t} + u \frac{\partial \tau}{\partial x} = -\frac{k-1}{\psi f} \frac{p}{A\rho} \frac{\partial}{\partial x}(Au) + \frac{1-\tau}{\psi} \left(\frac{\partial \tau}{\partial t} + u \frac{\partial \tau}{\partial x} \right) \quad (4-18B)$$

辅助方程分别为

$$p \left(\frac{1}{\rho} - \alpha \psi - \frac{1-\psi}{\rho_s} \right) = \tau f \psi$$

$$\psi = \chi z(1 + \lambda z + \mu z^2)$$

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\partial z}{\partial t} + u \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\bar{u}_1}{e_1} p^*$$

所构成的内弹道方程组中包含未知量有 ρ 、 p 、 u 、 τ 、 ψ 和 z , 有六个方程相对应, 所以方程系是封闭的。当边值条件和初值条件给定后, 就可以得到方程组的确定解。下面讨论方程组的定解条件。

4.3.2 边值条件

81tech

如图4-3所示, 左边界是膛底。若不考虑火炮后坐, 则膛底的气流速度始终为零, 即

$$u(0, 0) = u(0, t) = 0$$

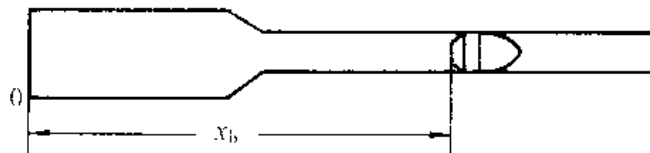


图4-3 膛内边界

在一般条件下, 身管的最大后坐速度比起弹丸在膛内运动速度小得多, 忽略火炮身管的后坐速度不会带来明显偏差, 因此把膛底边界当作静止的圆壁来处理。数值计算表明, 这种处理的方法是可行的。

右边界是弹底, 在射击过程中, 弹丸是不断运动的, 所以右边界是一个运动边界。弹丸底部的气流速度应等于弹丸运动速度, 它由弹丸运动方程来确定。考虑弹前激波阻力 p_f 的弹丸运动方程为

$$A(p_b - p_f) = \varphi_1 m \frac{du}{dt}$$

式中 φ_1 是阻力系数, p_b 是弹底压力。若某瞬间弹丸运动到 x_b 时, 则对应的弹底部位流速为

$$u(x_b, t) = \int_0^t \frac{A(p_b - p_f)}{\varphi_1 m} dt \quad (4-19)$$

根据激波关系, 弹前激波阻力为

$$p_f = p_a \left\{ 1 + \left(\frac{v}{c_0} \right)^2 \frac{(k+1)k}{4} + \frac{kv}{c_0} \sqrt{1 + \left(\frac{k+1}{4} \right)^2 \left(\frac{v}{c_0} \right)^2} \right\} \quad (4-20)$$

式中 p_a —— 激波前空气柱的压力, 即大气压;

v —— 弹丸速度;

c_0 —— 未受扰动气体的声速。

4.3.3 初始条件

一般情况下, 内弹道的初始条件应当是点火过程结束瞬间的膛内条件。通常把这一时刻前的过程称为起始弹道过程, 所以初始内弹道参量可以通过求解起始弹道学方程组而获得。即给出如下的压力、密度、温度和速度的弹后空间分布值

$$p = \varphi_1(x), \quad \rho = \varphi_2(x), \quad T = \varphi_3(x), \quad u = \varphi_4(x)$$

有时也可通过某些特殊的实验测得这些分布值规律, 但在工程应用上常常采用一种简化的方法来处理。如果不考虑点火过程和弹丸挤进过程, 则可以把起始状态简化为等容过程。设药室长为 L_p , 当 $t = 0, 0 \leq x \leq L_p$, 各弹道参量的初始值为

$$\tau = 1, p = p_0, u = 0$$

$$\psi = \psi_0 = \frac{\frac{1}{\Delta} - \frac{1}{\rho_s}}{\frac{f}{p_0} + \alpha - \frac{1}{\rho_s}}$$

$$\sigma = \sigma_0 = \sqrt{1 + 4 \frac{\lambda}{\chi} \psi_0}$$

$$z = z_0 = \frac{\sigma_0 - 1}{2\lambda}$$

$$\rho = \rho_0 = \frac{\omega}{V_0} = A$$

式中 ω 为装药质量, V_0 为药室容积, A 为装填密度。

§ 4.4 拉格朗日坐标下的内弹道气动力数学模型

在描述流场质点运动时, 除欧拉坐标以外有时也采用拉格朗日坐标。拉格朗日描述流场的方法是把流场看成质点系, 研究流场各质点在不同时间其位置、流速、压力等参量随时间的变化, 所以一切流动参数均是时间和标识不同质点的拉格朗日变数(坐标)的函数。如果取混合流体的微元体在初始时刻距膛底的距离为 a , 如图4-4所示。则流动参量应是时间 t 和拉格朗日坐标 a 的函数。

4.4.1 基本假设

- (1) 假设膛内混合气体作一维流动, 如图4-4所示。
- (2) 固相流速等于气相速度 $u_s = u_g = u$, 即为均相流。

- (3) 不考虑粘性效应和热传导效应。
- (4) 火药气体的状态变化服从诺贝耳—阿贝尔状态方程。
- (5) 火药颗粒服从几何燃烧定律和实验的燃烧速度定律。
- (6) 火药的燃气成分保持不变,火药力 f 和余容 α 均为常数。

4.4.2 拉格朗日坐标下的平衡方程

1. 连续方程

设初始瞬间弹丸距膛底为 L_{yt} , 在此区间内任取一微元体。在初始时刻 t_0 时距膛底为 a , 微元体的密度为 ρ_0 , 身管截面积为 A_0 这时

$$\rho_0 = \rho_0(t_0, a)$$

在 $(a, a + da)$ 的微元体中, 初始时刻的质量为

$$\Delta m_1 = \rho_0 A_0 da$$

在任意时刻 t , 微元体运动到 x 位置, 对应的身管面积为 A , 气体的密度也将发生变化, 并为时间 t 和坐标 x 的函数, 即

$$\rho = \rho(t, x)$$

这时微元体的质量为

$$\Delta m_2 = \rho A dx$$

由质量守恒, 在所考虑的微元体的质量不随时间而改变, 即 $\Delta m_1 = \Delta m_2$, 因此有

$$\rho_0 A_0 da = \rho A dx$$

由于 $x = x(t, a)$, 把 x 坐标变换为拉格朗日坐标 a , 注意到该等式与时间的选择无关, 则

$$dx = \frac{\partial x}{\partial a} da$$

于是连续方程为

$$\frac{\partial x}{\partial a} = \frac{\rho_0 A_0}{\rho A} \quad (4-21A)$$

式中

$$\rho = \rho[t, x(t, a)]$$

将(4-21A)式对时间微分, 可得

$$\frac{\partial^2 x}{\partial a \partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\rho_0 A_0}{\rho A} \right)$$

而

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 x}{\partial a \partial t} &= \frac{\partial}{\partial a} \left(\frac{\partial x}{\partial t} \right) = \frac{\partial u}{\partial a} \\ \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\rho_0 A_0}{\rho A} \right) &= \frac{\rho_0 A_0}{A} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{\rho} \right) - \frac{\rho_0 A_0 u}{A^2 \rho} \frac{dA}{dx} \end{aligned}$$

因此, 连续方程又可写成以下的形式

$$\frac{\partial u}{\partial a} = \frac{\rho_0 A_0}{A} \left[\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{\rho} \right) - \frac{u}{A \rho} \frac{dA}{dx} \right] \quad (4-21B)$$

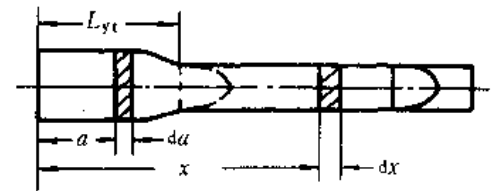


图4-4 拉格朗日坐标

2. 运动方程

在欧拉坐标下,运动方程为

$$\frac{du}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (a)$$

式中 du/dt 是物质导数,表示质点处在流场某点的加速度。对于拉格朗日坐标,在一维流动情况下,质点在空间的位置是拉格朗日变数 a 和时间 t 的函数,即

$$x = x(t, a)$$

因此质点加速度为

$$\frac{\partial u}{\partial t} = x'(t, a) \quad (b)$$

将(b)式代入(a)式,并在等式两边乘以 $\partial x/\partial a$,则有

$$\frac{\partial u}{\partial t} \frac{\partial x}{\partial a} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial a}$$

并将连续方程(4-21A)代入,即可得到以下的运动方程

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{A}{A_0 \rho_0} \frac{\partial p}{\partial a} \quad (4-22)$$

3. 能量方程

在欧拉坐标下,能量方程为

$$\frac{d}{dt}(\psi e_s) = -\frac{p}{A\rho} \frac{\partial}{\partial x}(Au) + \frac{f}{k-1} \frac{d\psi}{dt}$$

或

$$\frac{d\tau}{dt} = -\frac{k-1}{\psi f} \frac{p}{A\rho} \frac{\partial}{\partial x}(Au) + \frac{1-\tau}{\psi} \frac{d\psi}{dt}$$

在等式两边乘以 $\partial x/\partial a$,并注意到

$$\frac{\partial}{\partial x}(Au) \frac{\partial x}{\partial a} = \frac{\partial}{\partial a}(Au)$$

$$\frac{\partial x}{\partial a} = \frac{\rho_0 A_0}{\rho A}$$

则有

$$\frac{\partial}{\partial t}(\psi e_s) = -\frac{p}{A_0 \rho_0} \frac{\partial}{\partial a}(Au) + \frac{f}{k-1} \frac{\partial \psi}{\partial t} \quad (4-23A)$$

或

$$\frac{\partial \tau}{\partial t} = -\frac{k-1}{\psi f} \frac{p}{A_0 \rho_0} \frac{\partial}{\partial a}(Au) + \frac{1-\tau}{\psi} \frac{\partial \psi}{\partial t} \quad (4-23B)$$

4. 拉格朗日坐标下内弹道气动力数学模型

根据基本假设,在上述平衡方程的基础上加入燃速方程、状态方程和形状函数等辅助方程,构成了拉格朗日坐标下内弹道气动力数学模型,即

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{\partial x}{\partial a} &= \frac{A_0 \rho_0}{A \rho} \\
 \frac{\partial u}{\partial t} &= - \frac{A}{A_0 \rho_0} \frac{\partial p}{\partial a} \\
 \frac{\partial \tau}{\partial t} &= - \frac{k-1}{\psi f} \frac{p}{A_0 \rho_0} \frac{\partial}{\partial a} (Au) + \frac{1-\tau}{\psi} \frac{\partial \psi}{\partial t} \\
 \frac{\partial x}{\partial t} &= u \\
 \frac{\partial z}{\partial t} &= \frac{\bar{u}_1}{\delta_1} \bar{p}^* \\
 \psi &= \chi z (1 + \lambda z + \mu z^2) \\
 p \left(\frac{1}{\rho} - \alpha \psi - \frac{1-\psi}{\rho_r} \right) &= f \tau \psi
 \end{aligned} \right\} \quad (4-24)$$

(4-24)方程组中包含有 $p, \rho, u, \tau, x, \psi$ 和 z 等七个变量,它们都是 a 和 t 的函数,并有七个方程对应,所以该方程系是封闭的。给出定解条件就可以得到确定解,定解条件与 § 4.3 所讨论的相同,这里不再重复。

§ 4.5 均相流内弹道气动力基本方程的特征线和特征方程

在流场中,若沿某一条光滑曲线的流动参量的导数不能唯一的确定,则这条光滑曲线就是特征线,具有这种性质的特征线布满了整个流场。如果能求出沿这些特征线上的流动参量与坐标 (x, t) 的关系,那末内弹道方程组的解也就求出来了。用特征线和在特征线上的关系式来求解方程的方法叫特征线法。所以寻找这些特征线和特征线上的关系式是内弹道气动力理论的一个重要组成部分。

4.5.1 欧拉坐标下的特征线及特征方程

为了求出这些特征线,首先将方程组中的三个平衡方程适当的改变一下形式。由(4-16)和(4-17)式,将其展开为以下形式

$$\begin{aligned}
 \rho \frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + \frac{\partial \rho}{\partial t} &= - \frac{\rho u}{A} \frac{dA}{dx} \\
 u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} &= 0
 \end{aligned}$$

根据假设,内能 e_r 仅是温度的函数,则

$$e_r = c_v T = \frac{R}{k-1} T = \frac{f \tau}{k-1} = \frac{1}{k-1} \frac{p}{\psi} \left(\frac{1}{\rho} - \alpha \psi - \frac{1-\psi}{\rho_r} \right)$$

将上式代入(4-18A),并由连续方程

$$\frac{\partial}{\partial x} (Au) = - \frac{A}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} \right)$$

经整理后得

$$\frac{\partial p}{\partial t} + u \frac{\partial p}{\partial x} - c^2 \frac{\partial \rho}{\partial t} - u c^2 \frac{\partial \rho}{\partial x} = D_r \frac{d\psi}{dt} \quad (4-25)$$

式中

$$c = \sqrt{\frac{kp}{\rho^2 \left(\frac{1}{\rho} - \alpha\psi - \frac{1-\psi}{\rho_r} \right)}} \quad (4-26)$$

$$D_r = \frac{f + \left(\alpha - \frac{1}{\rho_r} \right) p}{\frac{1}{\rho} - \alpha\psi - \frac{1-\psi}{\rho_r}} \quad (4-27)$$

(4-26)式是考虑到余容 α 和未燃火药影响的声速。若火药燃烧结束, $\psi = 1$, 则有

$$c = \sqrt{\frac{kp}{\rho^2 \left(\frac{1}{\rho} - \alpha \right)}} \quad (4-28)$$

(4-28)式是计及余容的声速公式。显然, 当 $\alpha = 0$ 时, 该式就变为理想气体的声速公式。

若沿流场中某一条光滑曲线 L , 则在该曲线上的流动参数的变化必须满足以下关系

$$dp = \frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial t} dt$$

$$du = \frac{\partial u}{\partial x} dx + \frac{\partial u}{\partial t} dt$$

$$d\rho = \frac{\partial \rho}{\partial x} dx + \frac{\partial \rho}{\partial t} dt$$

如果把 $\partial u/\partial x$ 、 $\partial u/\partial t$ 、 $\partial p/\partial x$ 、 $\partial p/\partial t$ 、 $\partial \rho/\partial x$ 、 $\partial \rho/\partial t$ 等六个偏导数当成未知数, 将三个平衡方程和三个表示流动参量随 x, t 连续变化的条件构成以下的线性方程组

$$\begin{cases} dx \frac{\partial u}{\partial x} + dt \frac{\partial u}{\partial t} + 0 + 0 + 0 + 0 = du \\ 0 + 0 + dx \frac{\partial p}{\partial x} + dt \frac{\partial p}{\partial t} + 0 + 0 = dp \\ 0 + 0 + 0 + 0 + dx \frac{\partial \rho}{\partial x} + dt \frac{\partial \rho}{\partial t} = d\rho \\ \rho \frac{\partial u}{\partial x} + 0 + 0 + 0 + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{\rho u}{A} \frac{dA}{dx} \\ u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + 0 + 0 + 0 = 0 \\ 0 + 0 + u \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial t} - uc^2 \frac{\partial \rho}{\partial x} - c^2 \frac{\partial \rho}{\partial t} = D_r \frac{d\psi}{dt} \end{cases}$$

根据特征线的定义, 要使这些一阶偏导数不能唯一确定, 则上述方程组的系数行列式应等于零, 即

$$\begin{vmatrix} dx & dt & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & dx & dt & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & dx & dt \\ \rho & 0 & 0 & 0 & u & 1 \\ u & 1 & \frac{1}{\rho} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & u & 1 & -uc^2 & -c^2 \end{vmatrix} = 0$$

将上式行列式展开,可以得到三族特征线方程为:

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{dx}{dt} \right)_1 &= u + c \\ \left(\frac{dx}{dt} \right)_2 &= u - c \\ \left(\frac{dx}{dt} \right)_3 &= u \end{aligned} \right\} \quad (4-29)$$

前两族是马赫线,沿着马赫线流动参量的一阶偏导数不连续;第三族是流体微团的迹线。在非定常的情况下,流体微团迹线也可能产生弱间断而使其偏导数不连续。在物理上表示摩擦和传热的影响是作用在每一个孤立的流体微团上的,而且因为这些影响可以任意变化,所以轨迹线就是熵或温度梯度可能在其上有突跃的特征线。这三族特征线都是实的,该方程组是属于双曲线型偏微分方程组。

虽然在特征线上这些偏导数不连续,但它们的数值总是有限的。如对 $\partial u / \partial x$ 采用克莱姆(Cramer)法则求解时,其分子行列式也等于零,否则这些偏导数要趋于无穷大。满足其分子行列式等于零的条件叫相容性条件。通过相容性条件求出沿特征线上的关系,这就是所谓的特征方程。 $\partial u / \partial x$ 的分子行列式为

$$\begin{vmatrix} du & dt & 0 & 0 & 0 & 0 \\ dp & 0 & dx & dt & 0 & 0 \\ d\rho & 0 & 0 & 0 & dx & dt \\ -\frac{\rho u}{A} \frac{dA}{dx} & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{\rho} & 0 & 0 & 0 \\ D_* \frac{d\psi}{dt} & 0 & u & 1 & -uc^2 & -c^2 \end{vmatrix} = 0$$

把上述行列式展开,可得

在 $dx/dt = u + c$ 上有

$$\frac{du}{dt} = -\frac{1}{\rho c} \frac{dp}{dt} - \frac{uc}{A} \frac{dA}{dx} + \frac{D_*}{\rho c} \frac{d\psi}{dt} \quad (4-30)$$

在 $dx/dt = u - c$ 上有

$$\frac{du}{dt} = \frac{1}{\rho c} \frac{dp}{dt} + \frac{uc}{A} \frac{dA}{dx} - \frac{D_*}{\rho c} \frac{d\psi}{dt} \quad (4-31)$$

在迹线 $dx/dt = u$ 上的关系,由于

$$\begin{aligned} dp &= \left(\frac{\partial p}{\partial t} + u \frac{\partial p}{\partial x} \right) dt \\ d\rho &= \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} \right) dt \end{aligned}$$

代入(4-25)式能量方程,则有

$$\frac{dp}{dt} = c^2 \frac{d\rho}{dt} + D_* \frac{d\psi}{dt} \quad (4-32)$$

式中 $d\psi/dt$, 可根据形状函数求得,即

$$\begin{aligned}
 \frac{d\psi}{dt} &= \chi \frac{dz}{dt} + 2\chi\lambda z \frac{dz}{dt} + 3\chi\mu z^2 \frac{dz}{dt} \\
 &= (\chi + 2\chi\lambda z + 3\chi\mu z^2) \frac{dz}{dt} \\
 &= \chi \sigma \frac{\bar{u}_1}{\delta_1} p^*
 \end{aligned} \tag{4-33}$$

4.5.2 拉格朗日坐标下的特征线及特征方程

因为气体内能 e_r 为

$$e_r = \frac{1}{k-1} \frac{p}{\psi} \left(\frac{1}{\rho} - \alpha\psi - \frac{1-\psi}{\rho_r} \right)$$

将上式代入方程(4-23A),并注意到

$$\frac{\partial}{\partial a}(Au) = A \frac{\partial u}{\partial a} + u \frac{\partial A}{\partial a} = A \frac{\partial u}{\partial a} + u \frac{\partial A}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial a}$$

由连续方程(4-21)式,则

$$\frac{\partial}{\partial a}(Au) = \rho_0 A_0 \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{\rho} \right) = - \frac{\rho_0 A_0}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial t}$$

于是用拉格朗日坐标表示的能量方程(4-23)可以改写为

$$\frac{\partial p}{\partial t} - c^2 \frac{\partial \rho}{\partial t} = D_r \frac{\partial \psi}{\partial t}$$

式中 c 及 D_r 由(4-26)式和(4-27)式表达,且

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = (1 + 2\lambda z + 3\mu z^2) \chi \frac{\bar{u}_1}{\delta_1} p^*$$

作简单的代入与化简,可以得到拉格朗日坐标下的方程组

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{\partial u}{\partial a} + \frac{A_0 \rho_0}{A \rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial t} &= - \frac{\rho_0 A_0 u}{A^2 \rho} \frac{dA}{dx} \\
 \frac{A_0 \rho_0}{A} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial a} &= 0 \\
 \frac{\partial p}{\partial t} - c^2 \frac{\partial \rho}{\partial t} &= D_r \frac{\partial \psi}{\partial t} \\
 \frac{\partial x}{\partial t} &= u
 \end{aligned} \right\} \tag{4-34}$$

根据连续性假定,则有

$$\left. \begin{aligned}
 dp &= \frac{\partial p}{\partial t} dt + \frac{\partial p}{\partial a} da \\
 du &= \frac{\partial u}{\partial t} dt + \frac{\partial u}{\partial a} da \\
 d\rho &= \frac{\partial \rho}{\partial t} dt + \frac{\partial \rho}{\partial a} da \\
 dx &= \frac{\partial x}{\partial t} dt + \frac{\partial x}{\partial a} da
 \end{aligned} \right\} \tag{4-35}$$

由(4-34)和(4-35)式构成关于 $\partial u/\partial a, \partial u/\partial t, \partial p/\partial a, \partial p/\partial t, \partial \rho/\partial a, \partial \rho/\partial t, \partial x/\partial a$ 和 $\partial x/\partial t$ 一阶偏导数的线性代数方程,即

$$\begin{array}{cccccccccccc}
 da \frac{\partial u}{\partial a} + dt \frac{\partial u}{\partial t} + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 & = & du \\
 0 + 0 + da \frac{\partial p}{\partial a} + dt \frac{\partial p}{\partial t} + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 & = & dp \\
 0 + 0 + 0 + 0 + da \frac{\partial \rho}{\partial a} + dt \frac{\partial \rho}{\partial t} + 0 + 0 & = & d\rho \\
 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + da \frac{\partial x}{\partial a} + dt \frac{\partial x}{\partial t} & = & dx \\
 \frac{\partial u}{\partial a} + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 - \frac{A_0 \rho_0}{A \rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial t} + 0 + 0 & = & -\frac{\rho_0 A_0 u}{A^2 \rho} \frac{dA}{dx} \\
 0 + \frac{A_0 \rho_0}{A} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial a} + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 & = & 0 \\
 0 + 0 + 0 + \frac{\partial p}{\partial t} + 0 - c^2 \frac{\partial \rho}{\partial t} + 0 + 0 + 0 & = & D_\psi \frac{\partial \psi}{\partial t} \\
 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + \frac{\partial x}{\partial t} & = & u
 \end{array}
 \quad (4-36)$$

根据特征线的定义,则(4-36)式的系数行列式应等于零,由此可以得到

$$da^2 \left[da^2 \left(\frac{A_0 \rho_0}{A \rho} \right)^2 - c^2 dt^2 \right] = 0$$

其特征方程为

$$\frac{da}{dt} = 0 \quad (81tech \text{ 重根})$$

$$\frac{da}{dt} = \pm \frac{A \rho}{A_0 \rho_0} c = \pm c^* \quad (4-37)$$

为了求出在 $da/dt = \pm c^*$ 上的关系式,令下述行列式等于零

$$\begin{vmatrix}
 du & dt & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 dp & 0 & da & dt & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 d\rho & 0 & 0 & 0 & da & dt & 0 & 0 \\
 dx & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & da & dt \\
 -B & 0 & 0 & 0 & 0 & G & 0 & 0 \\
 0 & F & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 K & 0 & 0 & 1 & 0 & -c^2 & 0 & 0 \\
 u & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
 \end{vmatrix} = 0$$

式中

$$B = \frac{\rho_0 A_0 u}{A^2 \rho} \frac{dA}{dx}, \quad G = -\frac{A_0 \rho_0}{A \rho^2}$$

$$F = \frac{A_0 \rho_0}{A}, \quad K = D_\psi \frac{\partial \psi}{\partial t}$$

行列式展开后可得

$$FGdu da + Gdt dp - KGdt^2 + Bc^2 dt^2 = 0$$

于是在 $da/dt = \pm c^*$ 上有以下相应的特征方程

$$\frac{dp}{dt} \pm \frac{A_0 \rho_0}{A} c \cdot \frac{du}{dt} = D_* \frac{\partial \psi}{\partial x} + \frac{c^2 u \rho}{A} \frac{dA}{dx} \quad (4-38)$$

同理,在 $da/dt = 0$ 上的关系有

$$\frac{dx}{dt} = u \quad (4-39)$$

$$\frac{dp}{dt} = c^2 \frac{d\rho}{dt} + D_* \frac{d\psi}{dt} \quad (4-40)$$

(4-38)~(4-40)式即是全部特征线上的微分关系式。

§ 4.6 混合装药内弹道气动力模型及计算

为了满足武器某些内弹道性能的要求,除单一装药外,有时还采用两种以上不同火药的混合装药。在混合装药的条件下,固相分成若干个不同的相,混合装药内弹道气动力模型是一个多相流问题。

4.6.1 假设及基本方程

在武器工程当中经常遇到的混合装药是由两种不同形状尺寸、不同性能的火药混合。根据均相流条件,各固相的运动速度都相等,且等于气相速度,即 $u_{s1} = u_{s2} = u_g$ 。两种火药的燃烧都服从几何燃烧定律,燃烧速度采用宏观的实验燃速公式。在膛内射击过程中,火药燃气的组分保持不变。忽略气体的粘性和热传导效应。 81tech

若 $\hat{\rho}_{s1}$ 和 $\hat{\rho}_{s2}$ 分别表示两种火药的固相物质密度, $\hat{\rho}_g$ 是气相物质密度, φ 为空隙率,则混合相密度为

$$\rho = e_1 \hat{\rho}_{s1} + e_2 \hat{\rho}_{s2} + \varphi \hat{\rho}_g \quad (4-41)$$

式中 e_1 和 e_2 分别为两种火药的体积百分数,并满足归一化关系

$$e_1 + e_2 + \varphi = 1$$

设某瞬间两种火药的已燃相对百分数分别为 ψ_1 和 ψ_2 ,则火药总燃烧相对百分数及归一关系为

$$\left. \begin{aligned} \psi &= \xi_1 \psi_1 + \xi_2 \psi_2 \\ \xi_1 + \xi_2 &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (4-42)$$

式中

$$\xi_1 = \frac{\rho_1}{\rho} \quad \xi_2 = \frac{\rho_2}{\rho}$$

ρ_1 和 ρ_2 分别表示两种火药的气固总密度。

考虑余容对状态变化的影响,混合相的诺贝尔—阿贝尔状态方程有如下形式

$$p \left[1 - \rho \xi_1 \psi_1 \alpha_1 - \frac{\xi_1 (1 - \psi_1) \rho}{\rho_{s1}} - \rho \xi_2 \psi_2 \alpha_2 - \frac{\xi_2 (1 - \psi_2) \rho}{\rho_{s2}} \right] = \rho \xi_1 \psi_1 R_1 T + \rho \xi_2 \psi_2 R_2 T$$

若假设参加混合的两种火药性质相同,仅仅是几何形状不同,则气体常数 $R_1 = R_2 = R$, 于是有

$$p \left[\frac{1}{\rho} - \xi_1 \psi_1 \alpha_1 - \frac{\xi_1 (1 - \psi_1)}{\rho_{s1}} - \xi_2 \psi_2 \alpha_2 - \frac{\xi_2 (1 - \psi_2)}{\rho_{s2}} \right] = \psi RT$$

或

$$pV_* = \psi RT \quad (4-43)$$

式中

$$V_v = \frac{1}{\rho} - \xi_1 \psi_1 \alpha_1 - \frac{\xi_1 (1 - \psi_1)}{\rho_{p1}} - \xi_2 \psi_2 \alpha_2 - \frac{\xi_2 (1 - \psi_2)}{\rho_{p2}}$$

连续方程、动量方程和能量方程分别为

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(A\rho) + \frac{\partial}{\partial x}(A\rho u) &= 0 \\ \frac{\partial \xi_1}{\partial t} + u \frac{\partial \xi_1}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial t}(A\rho u) + \frac{\partial}{\partial x}(A\rho u^2) &= -A \frac{\partial p}{\partial x} \\ \frac{p}{k-1} \left(\frac{\partial V_v}{\partial t} + u \frac{\partial V_v}{\partial x} \right) + \frac{V_v}{k-1} \left(\frac{\partial p}{\partial t} + u \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{p}{\rho} \frac{\partial u}{\partial x} &= \frac{f}{k-1} \left(\frac{\partial \psi}{\partial t} + u \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) \end{aligned} \quad (4-44)$$

燃速方程

$$\frac{\partial z_i}{\partial t} + u \frac{\partial z_i}{\partial x} = \begin{cases} A_i p^{\alpha_i}, & 0 \leq z_i < 1 \\ A_{ni} p^{\alpha_{ni}}, & 1 \leq z_i < z_{ki} \\ 0, & z \geq z_{ki} \end{cases} \quad (4-45)$$

($i = 1, 2$)

形状函数

$$\psi_i = \begin{cases} \lambda_{i1} z_i (1 + \lambda_{i2} z_i + \mu_i z_i^2), & 0 \leq z_i < 1 \\ \lambda_{ni} z_i (1 + \lambda_{ni2} z_i), & 1 \leq z_i < z_{ki} \\ 1, & z_i \geq z_{ki} \end{cases} \quad (4-46)$$

($i = 1, 2$)

由(4-42)~(4-46)式11个方程组成混合装药内弹道气动力模型基本方程组,其中包含变量有 $p, \rho, u, \xi_1, \xi_2, \psi_1, \psi_2, \psi, z_1, z_2$ 和 T 共11个未知数,所以方程系是封闭的,当给定具体的定解条件时,可以获得反映膛内射击过程的内弹道解。

4.6.2 模型的数学变换及特征线

现在讨论一种坦克炮中广泛应用的特殊混合装药。主装药是多孔粒状药,第二种装药是可燃药筒。由于可燃药筒是一种多孔性的疏松介质,其燃烧规律与一般胶体火药有很大的差别,根本上不满足几何燃烧定律,所以通常由实验的方法确定其燃烧规律。气体生成速率由下述公式来表示

$$\frac{d\psi_2}{dt} = \frac{\partial \psi_2}{\partial t} + u \frac{\partial \psi_2}{\partial x} = p \cdot r(\psi_2) \quad (4-47)$$

式中 $r(\psi_2)$ 函数由密闭爆发器实验测得。对于可燃药筒,(4-47)式代替(4-45)和(4-46)式。

为了对于上述混合装药内弹道气动力数学模型进行数学分析以及便于数值计算,引入以下的函数变换

$$\Phi = pV_v^k \quad (4-48)$$

$$c = \sqrt{\frac{k p}{\rho^2} V_v^{k-1}} \quad (4-49)$$

$$c' = \sqrt{k p V_v} \quad (4-50)$$

并令 $A = \text{Const}$, 于是方程组(4-44)变化成为下述形式

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial c'}{\partial t} + u \frac{\partial c'}{\partial x} + \frac{k-1}{2} c \frac{\partial u}{\partial x} &= \frac{kf}{2c'} \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} + u \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \\ \frac{\partial \xi_1}{\partial t} + u \frac{\partial \xi_1}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{2c}{k+1} \frac{\partial c'}{\partial x} &= \frac{cc'}{k(k-1)} \frac{\partial \ln \Phi}{\partial x} \\ \frac{\partial \ln \Phi}{\partial t} + u \frac{\partial \ln \Phi}{\partial x} &= \frac{k(k-1)}{c'^2} \left\{ \left[\frac{f}{k-1} - p \left(\alpha_1 - \frac{1}{\rho_{r_1}} \right) \right] \xi_1 \left(\frac{\partial \psi_1}{\partial t} + u \frac{\partial \psi_1}{\partial x} \right) \right. \\ &\quad \left. + \left[\frac{f}{k-1} - p \left(\alpha_2 - \frac{1}{\rho_{r_2}} \right) \right] \xi_2 \left(\frac{\partial \psi_2}{\partial t} + u \frac{\partial \psi_2}{\partial x} \right) \right\} \end{aligned} \right\} \quad (4-51)$$

式中 c 是混合相的声速; ϕ 是熵函数, 它的增量大小反映腔内热力学过程不可逆的程度; c' 是具有速度量纲的物理量, 称为虚拟速度。根据已经在前面阐述过的求特征线的方法, 方程组(4-51)的特征方程为

$$\begin{vmatrix} u - \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & u - \lambda & \frac{2c}{k-1} & 0 \\ 0 & \frac{k-1}{2}c & u - \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & u - \lambda \end{vmatrix} = (u^2 - \lambda^2)[(u - \lambda)^2 - c^2] = 0$$

81tech

$$\left(\frac{dx}{dt} \right)_{1,1} = \lambda_{\pm} = u \pm c$$

$$\left(\frac{dx}{dt} \right)_{2,3} = \lambda_0 = u \quad (\text{重根})$$

由特征方程可知, 该偏微分方程组是不完全双曲型的。引入以下的无量纲因子

$$\begin{aligned} \text{长度因子} \quad l_0 & (\text{药室容积缩径长}) \\ \text{压力因子} \quad p_0 & (\text{密闭容器中最大压力}) \\ \text{速度因子} \quad c_0 & = \sqrt{kf} \quad (\text{未受扰动声速}) \\ \text{时间因子} \quad t_0 & = \frac{l_0}{c_0} \\ \text{熵因子} \quad \phi_0 & = f \left(\frac{1 - \alpha \Delta}{\Delta} \right)^{k-1} \end{aligned}$$

对方程组(4-51)作无量纲处理后, 其无量纲形式的特征线及相容方程为

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\bar{x}}{d\bar{t}} &= \bar{u} \\ d\xi_1 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4-52)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\bar{x}}{d\bar{t}} &= \bar{u} \\ d\ln \bar{\Phi} &= \frac{k-1}{\bar{c}^2} \left\{ \left(\frac{1}{k-1} - B_1 \bar{p} \right) \xi_1 d\psi_1 + \left(\frac{1}{k-1} + B_2 \bar{p} \right) \xi_2 d\psi_2 \right\} \end{aligned} \right\} \quad (4-53)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\bar{x}}{d\bar{t}} &= \bar{u} + \bar{c} \\ \frac{2}{k-1}d\bar{c}' + d\bar{u} &= \frac{\bar{c}'}{k(k-1)}d\ln\bar{\Phi} + \frac{d\bar{t}}{k\bar{c}} \left[(1+B_1\bar{p})g_1(z, \bar{p}, \xi_1) + (1-B_2\bar{p})g_2(\psi_2, \bar{p}, \xi_1) \right] \end{aligned} \right\} \quad (4-54)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\bar{x}}{d\bar{t}} &= \bar{u} - \bar{c} \\ \frac{2}{k-1}d\bar{c}' - d\bar{u} &= \frac{\bar{c}'}{k(k-1)}d\ln\bar{\Phi} + \frac{d\bar{t}}{k\bar{c}} \left[(1+B_1\bar{p})g_1(z, \bar{p}, \xi_1) + (1-B_2\bar{p})g_2(\psi_2, \bar{p}, \xi_1) \right] \end{aligned} \right\} \quad (4-55)$$

式中

$$B_1 = \frac{\Delta(\alpha_1 - \frac{1}{\rho_{p1}})}{1 - \alpha\Delta}$$

$$B_2 = \frac{\Delta(\frac{1}{\rho_{p2}} - \alpha_2)}{1 - \alpha\Delta}$$

若两种火药的装药质量分别为 ω_1 和 ω_2 , 则混合火药力 f 和混合余容 α 为

$$f = \theta_1 f_1 + \theta_2 f_2$$

$$\alpha = \theta_1 \alpha_1 + \theta_2 \alpha_2$$

$$\theta_1 = \frac{\omega_1}{\omega_1 + \omega_2}, \quad \theta_2 = \frac{\omega_2}{\omega_1 + \omega_2}$$

$$\Delta = \frac{\omega_1 + \omega_2}{V_0}$$

式中 V_0 为药室容积。

$g_1(z, \bar{p}, \xi_1)$ 和 $g_2(\psi_2, \bar{p}, \xi_2)$ 分别表示主装药和可燃药筒的燃气生成函数, 它们为密度比 ξ_1 和 ξ_2 与相应的气体生成速率的乘积, 即

$$g_1(z, \bar{p}, \xi_1) = \begin{cases} \xi_1 \lambda (1 + 2\lambda z + 3\mu z^2) t_0 A_1 (p_0 \bar{p})^{\alpha_1} & 0 \leq z < 1 \\ \xi_1 \lambda_s (1 + 2\lambda_s z) t_0 A_s (p_0 \bar{p})^{\alpha_s} & 0 \leq z < z_k \\ 0 & z \geq z_k \end{cases} \quad (4-56)$$

$$g_2(\psi_2, \bar{p}, \xi_1) = (1 - \xi_1) t_0 p_0 \bar{p} r(\psi_2) \quad (4-57)$$

由函数变换式(4-48)~(4-50), 可以导出下列关系式

$$\bar{\Phi} = \frac{\bar{c}^{2k}}{p^{k-1}} \quad (4-58)$$

$$\bar{c} = \bar{c}' + \frac{\bar{p}}{\bar{c}} (B_1 \xi_1 \psi_1 - B_2 \psi_2 \xi_2 + D_1 - D_2 \xi_1) \quad (4-59)$$

式中

$$D_1 = \frac{\Delta}{\rho_{p1}(1 - \alpha\Delta)}, \quad D_2 = \frac{\Delta \left(\frac{1}{\rho_{p2}} - \frac{1}{\rho_{p1}} \right)}{1 - \alpha\Delta} \quad (4-60)$$

由(4-42), (4-52)~(4-59)式构成一封闭方程系, 它完全由流场中特征线及特征方程所描述。

4.6.3 定解条件

为了简化计算,不考虑点火过程,并假定膛内压力达到挤进压力 p_0 时弹丸开始启动。由于可燃药筒为一整体装填,可以认为起动瞬间 ξ_2 在药室中均匀分布。初始温度取作火药定容爆温。在这些简化条件下,初始条件为

$$\begin{aligned}\xi_{20}(x) &= \frac{\omega_2}{\omega_1 + \omega_2} = \theta_1 \\ \xi_{10}(x) &= 1 - \theta_1 = \theta_2 \\ \rho_0(x) &= \frac{\omega_1 + \omega_2}{V_0} \\ \psi_0(x) &= \frac{\frac{1}{\Delta} + \left(\frac{1}{\rho_{r2}} - \frac{1}{\rho_{r1}} \right) \theta_1 - \frac{1}{\rho_{r2}}}{\frac{f}{p_0(x)} + \frac{1}{1 + (\lambda_0 - 1)\theta_1} \left[\theta_1 \left(\alpha_1 - \frac{1}{\rho_{r1}} \right) - \frac{\frac{1}{\rho_{r2}} - \alpha_2}{\lambda_0} \xi_{10}(x) \right]} \\ \psi_{10}(x) &= \frac{\psi_0(x)}{1 + (\lambda_0 - 1)\theta_1} \\ \psi_{20}(x) &= \psi_{10}(x) / \lambda_0 \\ \sigma_0(x) &= \sqrt{1 + 4 \frac{\lambda}{\chi} \psi_{10}(x)} \\ z_0 &= \frac{2\psi_{10}(x)}{\chi(1 + \sigma_0(x))} \\ \bar{c}_0(x) &= \sqrt{\psi_0(x)}, \quad \bar{p}_0(x) = \frac{p_0(x)}{p_0} \\ \bar{c}_0(x) &= \frac{1}{1 - \alpha\Delta} \frac{\bar{p}_0(x)}{\bar{c}_0(x)} \\ \ln \Phi_0(x) &= k \ln \psi_0(x) - (k - 1) \ln \bar{p}_0(x) \\ \bar{u}_0(x) &= 0\end{aligned}$$

式中比例因子 λ_0 在 1~3 范围内取值。

在均相流的假设下,整个弹后空间都是气固混合流动区域,其边界条件为膛底边界

$$\left. \begin{aligned} \bar{x} &= 0 \\ \bar{u}(t) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4-61)$$

弹底边界

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\bar{x}}{dt} &= \bar{u}_b \\ \frac{d\bar{u}_b}{dt} &= W(\bar{p}_b - \bar{p}_f) \end{aligned} \right\} \quad (4-62)$$

式中

$$W = \frac{\omega}{(1 - \alpha\Delta)\varphi_1 m k} \quad (4-63)$$

4.6.4 差分特征数值计算方法

差分特征方法兼有差分方法的网格规范性和特征线方法数值计算准确性两重优点,是一种比较好的数值计算技术。这种方法可以避免控制方程差分格式的耗散、色散等误差。在计算过程中不必进行数据的人工滤波、平滑等处理,使计算结果能更加真实地反映模型的物理意义。我们把弹后空间流场按固定间距沿 x 方向划分网格,弹丸未起动前弹后空间的网格如图4-5所示,O 截面位于膛底,是流场的固定边界,在该处边界恒有 $\bar{u} = 0$;OA 之间的网格以 Δx 等距离划分;D 截面位于弹底,是流场的动边界,由弹丸运动方程所决定。随着弹丸向前运动, l 将不断的增加,当 $dx \geq 1.5\Delta x$ 时,就在 AD 间以步长 Δx 增加新网格,网格点数将不断地增加。时间步长 $\Delta \tau$ 根据 CFL 数值计算稳定性条件来确定,令

$$Ma = \frac{1}{\max_{0 \leq i \leq N} (|\bar{u}_i| + \bar{c}_i)} \quad (4-64)$$

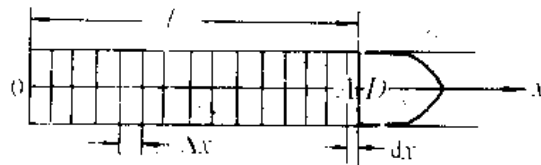


图4-5 弹后网格划分

则 $\Delta \tau$ 在计算过程中按下式确定

$$\Delta \tau = \begin{cases} 0.9\Delta x Ma, & Ma > 0.9 \\ 0.98\Delta x Ma, & Ma \leq 0.9 \end{cases} \quad (4-65)$$

根据弹后流场的特点,差分特征方法的单元过程应包括膛底单元、弹底单元和内点单元的计算过程。前两个单元要考虑具体边界条件。

1. 膛底单元计算过程

如图4-6所示,MN 线是过 N 点方向为 λ_- 的特征线, $\bar{t} = \tau$ 上所有网格点的流动参量均已知,问题是要求出 N 点的流动参数。

沿 MN, 方程(4-55)式成立,其差分形式为

$$\frac{\bar{x}_N - \bar{x}_M}{\bar{t}_N - \bar{t}_M} = -\frac{\bar{x}_M}{\Delta \tau} = \bar{u}_{MN} - \bar{c}_{MN} \quad (4-66)$$

以及

$$\frac{2}{k-1}(\bar{c}'_N - \bar{c}'_M) = (\bar{u}_N - \bar{u}_M)$$

$$= \frac{\bar{c}'_{MN}}{k(k-1)}(\ln \bar{\phi}_N - \ln \bar{\phi}_M)$$

$$+ \frac{\Delta \tau}{k \bar{c}'_{MN}} [(1 + B_1 \bar{p}_{MN}) g_1(\bar{z}_{MN}, \bar{p}_{MN}, \bar{\xi}_{1MN})$$

$$+ (1 - B_2 \bar{p}_{MN}) g_2(\bar{\psi}_{2MN}, \bar{p}_{MN}, \bar{\xi}_{1MN})] \quad (4-67)$$

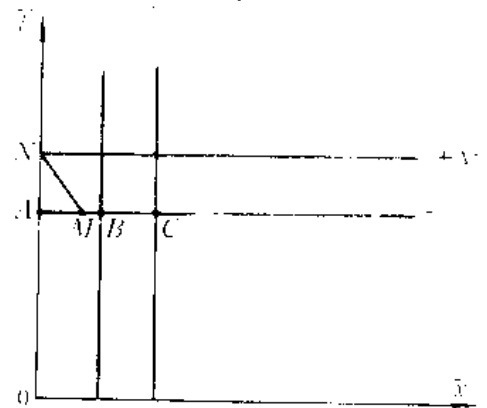


图4-6 膛底单元网格图

N 点是固壁点, 则有

$$\bar{u}_N = 0 \quad (4-68)$$

AN 是 $\bar{u} = 0$ 的一条流线, 从而(4-52)和(4-53)式相容方程沿 AN 成立, 即

$$\xi_{1N} = \xi_{1A} \quad (4-69)$$

$$\begin{aligned} \ln \bar{\Phi}_N - \ln \bar{\Phi}_A = & \frac{k-1}{\bar{c}^2} \left[\left(\frac{1}{k-1} - B_1 \bar{p}_{NA} \right) \xi_{1A} (\psi_{1N} - \psi_{1A}) \right. \\ & \left. + \left(\frac{1}{k-1} + B_2 \bar{p}_{NA} \right) (1 - \xi_{1A}) (\psi_{2N} - \psi_{2A}) \right] \end{aligned} \quad (4-70)$$

由(4-67)~(4-70)式可解出 N 点各参数, 得如下膛底单元计算公式

$$\begin{aligned} \xi_{1N} &= \xi_{1A} \\ \ln \bar{\Phi}_N &= \ln \bar{\Phi}_A + \frac{k-1}{\bar{c}_{NA}^2} \left[\left(\frac{1}{k-1} - B_1 \bar{p}_{NA} \right) \xi_{1A} (\psi_{1N} - \psi_{1A}) \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{1}{k-1} + B_2 \bar{p}_{NA} \right) (1 - \xi_{1A}) (\psi_{2N} - \psi_{2A}) \right] \\ Q &= \frac{\bar{c}_{MN}}{k(k-1)} (\ln \bar{\Phi}_N - \ln \bar{\Phi}_M) + \frac{\Delta \tau}{k \bar{c}_{MN}} \left[(1 + B_1 \bar{p}_{MN}) g_1(z_{MN}, \bar{p}_{MN}, \xi_{1MN}) \right. \\ &\quad \left. + (1 - B_2 \bar{p}_{MN}) g_2(\psi_{2MN}, \bar{p}_{MN}, \xi_{1MN}) \right] \\ \bar{c}_N &= \bar{c}_M + \frac{k-1}{2} (Q - \bar{u}_M) \\ \bar{u}_N &= 0 \\ \bar{c}_N &= \bar{c}_N + \frac{\bar{p}_N}{\bar{c}_N} [\xi_{1N} (B_1 \psi_{1N} + B_2 \psi_{2N} - D_2) + D_1 - B_2 \psi_{2N}] \end{aligned}$$

$$\bar{p}_N = \left(\frac{\bar{c}_N^{2k}}{\bar{\Phi}_N} \right)^{\frac{1}{k-1}}$$

$$z_N = z_A + \begin{cases} t_0 A_1 (\bar{p}_0 \bar{p}_{NA})^{\alpha_1} \Delta \tau & 0 \leq z_A < 1 \\ t_0 A_2 (\bar{p}_0 \bar{p}_{NA})^{\alpha_2} \Delta \tau & 1 \leq z_A < z_k \\ 0 & z_A \geq z_k \end{cases}$$

$$\psi_{2N} = \psi_{2A} + t_0 \bar{p}_0 \bar{p}_{NA} \Gamma(\psi_{2NA}) \Delta \tau$$

$$\psi_{1N} = \begin{cases} \chi z_N (1 + \lambda z_N + \mu z_N^2) & 0 \leq z_N < 1 \\ \chi_s z_N (1 + \lambda_s z_N) & 1 \leq z_N < z_K \\ 1 & z_N \geq z_K \end{cases}$$

$$\psi_N = \xi_{1A} \psi_{1N} + (1 - \xi_{1A}) \psi_{2N}$$

由(4-66)式, M 点坐标由下式确定

$$\bar{x}_M = (\bar{c}_{MN} - \frac{\bar{u}_M}{2}) \Delta \tau$$

式中脚标 "MN" 表示 M 和 N 两点参数的算术平均值。求出 \bar{x}_M 坐标后, M 点相应各流动参数可由 A, B 和 C 三点内插求得。

2. 内点单元计算过程

如图4-7所示, IN, JN, KN 分别为过 N 点的 λ_+ , λ_0 和 λ_- 三条特征线。内点计算可以利用全部特征线方程及相容关系式。由(4-52)~(4-55)式分别写出 JN, IN 和 KN 的差分方程, 再从这些差分方程解出待求 N 点上的全部流动参数, 可得如下的一组内点计算公式

$$\xi_{1N} = \xi_{1J}$$

$$\ln \bar{\Phi}_N = \ln \bar{\Phi}_J + \frac{k-1}{\bar{c}_{JN}^2} \left[\left(\frac{1}{k-1} - B_1 \bar{p}_{JN} \right) \xi_{1J} (\psi_{1N} - \psi_{1J}) \right.$$

$$\left. + \left(\frac{1}{k-1} + B_2 \bar{p}_{JN} \right) (1 - \xi_{1J}) (\psi_{2N} - \psi_{2J}) \right]$$

$$Q = \frac{\bar{c}_{IN}}{k(k-1)} (\ln \bar{\Phi}_N - \ln \bar{\Phi}_I) +$$

$$\frac{\Delta \tau}{k \bar{c}_{IN}} \left[(1 + B_1 \bar{p}_{IN}) g_1(z_{IN}, \bar{p}_{IN}, \xi_{1IN}) \right.$$

$$\left. + (1 - B_2 \bar{p}_{IN}) g_2(\psi_{2IN}, \bar{p}_{IN}, \xi_{1IN}) \right]$$

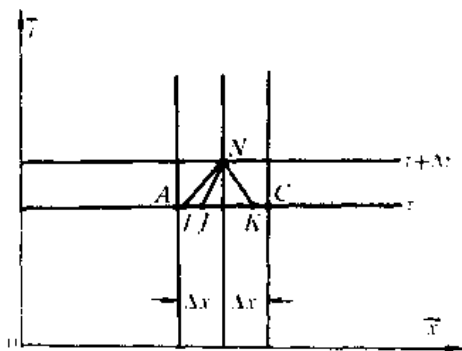


图4-7 内点单元网格

$$S = \frac{\bar{c}_{NK}}{k(k-1)} (\ln \bar{\Phi}_N - \ln \bar{\Phi}_K) +$$

$$\frac{\Delta \tau}{k \bar{c}_{NK}} \left[(1 + B_1 \bar{p}_{NK}) g_1(z_{NK}, \bar{p}_{NK}, \xi_{1NK}) \right.$$

$$\left. + (1 - B_2 \bar{p}_{NK}) g_2(\psi_{2NK}, \bar{p}_{NK}, \xi_{1NK}) \right]$$

$$\bar{c}_N = \frac{\bar{c}_I + \bar{c}_K}{2} + \frac{k-1}{4} (Q + S + \bar{u}_I - \bar{u}_K)$$

$$\bar{u}_N = \bar{u}_I + Q - \frac{2}{k-1} (\bar{c}_N - \bar{c}_I)$$

$$\bar{c}_N = \bar{c}_N^{\text{Hech}} \frac{\bar{p}_N}{\bar{c}_N} \left[\xi_{1J} (B_1 \psi_{1N} + B_2 \psi_{2N} - D_2) + D_1 - B_2 \psi_{2N} \right]$$

$$\bar{p}_N = \left(\frac{\bar{c}_{2N}^2}{\bar{\Phi}_N} \right)^{\frac{1}{k-1}}$$

$$z_N = z_J + \begin{cases} t_0 A_1 (\bar{p}_0 \bar{p}_{NJ})^{\gamma_1} \Delta \tau & 0 \leq z_J < 1 \\ t_0 A_2 (\bar{p}_0 \bar{p}_{NJ})^{\gamma_2} \Delta \tau & 1 \leq z_J < z_k \\ 0 & z_J \geq z_k \end{cases}$$

$$\psi_{2N} = \psi_{1J} + t_0 \bar{p}_0 \bar{p}_{NJ} \Gamma(\psi_{2NJ}) \Delta \tau$$

$$\psi_{1N} = \begin{cases} \chi z_N (1 + \lambda z_N + \mu z_N^2) & 0 \leq z_N < 1 \\ \chi_s z_N (1 + \lambda_s z_N) & 1 \leq z_N < z_k \\ 0 & z_N \geq z_k \end{cases}$$

$$\psi_N = \xi_{1J} \psi_{1N} + (1 - \xi_{1J}) \psi_{2N}$$

I、J 和 K 三点坐标分别由以下公式计算

$$\bar{x}_I = \bar{x}_N - (\bar{u}_{IN} + \bar{c}_{IN}) \Delta \tau$$

$$\bar{x}_J = \bar{x}_N - \bar{u}_{JN} \Delta \tau$$

$$\bar{x}_K = \bar{x}_N - (\bar{u}_{KN} - \bar{c}_{KN}) \Delta \tau$$

I、J 和 K 三点的各流动参数可由 A、B、C 三点内插求得。

3. 弹底单元计算过程

弹底单元网格如图4-8所示, MN 是 N 点方向为 λ_+ 的特征线, CN 是弹丸运动轨迹的一部分紧靠弹底的那一层气体与弹丸有相同的速度。因而满足弹丸运动方程, 即

$$\varphi_1 m \left(\frac{du}{dt} \right)_N = A(p_N - p_f)$$

或

$$\left(\frac{du}{dt} \right)_N = W(\bar{p}_N - \bar{p}_f) \quad (4-71)$$

其中

$$W = \frac{At_0 p_0}{\varphi_1 m \bar{c}_0} = \frac{\omega}{(1 - \alpha \Delta) \varphi_1 m k}$$

$$\bar{p}_f = p_f / p_0$$

这样,过N点失去特征线 λ_- ,由以下弹丸轨迹方程来代替,即

$$\frac{d\bar{x}}{dt} = \bar{u}_{CN} \quad (4-72)$$

(4-72)式也表示弹底部位气流的一条迹线。因此,对CN按(4-52)和(4-53)式写出差分方程,对MN按(4-54)式写出差分方程,可得到以下一组弹底单元计算公式

$$\ln \bar{\Phi}_N = \ln \bar{\Phi}_C + \frac{k-1}{\bar{c}_{NC}^2} \left[\left(\frac{1}{k-1} + B_1 \bar{p}_{NC} \right) \xi_{1C} (\psi_{1N} - \psi_{1C}) \right. \\ \left. + \left(\frac{1}{k-1} + B_2 \bar{p}_{NC} \right) (1 - \xi_{1C}) (\psi_{2N} - \psi_{2C}) \right]$$

$$Q = \frac{\bar{c}_{MN}}{k(k-1)} (\ln \bar{\Phi}_N - \ln \bar{\Phi}_M)$$

$$+ \frac{\Delta \tau}{k \bar{c}_{MN}} \left[(1 + B_1 \bar{p}_{MN}) g_1(z_{MN}, \bar{p}_{MN}, \xi_{1MN}) \right. \\ \left. + (1 - B_2 \bar{p}_{MN}) g_2(z_{MN}, \bar{p}_{MN}, \xi_{1MN}) \right]$$

$$\bar{u}_N = \bar{u}_C + W(\bar{p}_N - \bar{p}_f) \Delta \tau$$

$$\bar{c}_N = \bar{c}_M + \frac{k-1}{2} (Q + \bar{u}_M - \bar{u}_N)$$

$$\bar{c}_N = \bar{c}_N + \frac{\bar{p}_N}{\bar{c}_N} [\xi_{1C} (B_1 \psi_{1N} + B_2 \psi_{2N} - D_2) + D_1 - B_2 \psi_{2N}]$$

$$\bar{p}_N = \left(\frac{\bar{c}_N^2}{\bar{\Phi}_N} \right)^{\frac{1}{k-1}}$$

$$z_N = z_C + \begin{cases} t_0 A_1 (p_0 \bar{p}_{NC})^{*1} \Delta \tau & 0 \leq z_C < 1 \\ t_0 A_2 (p_0 \bar{p}_{NC})^{*1} \Delta \tau & 1 \leq z_C < z_k \\ 0 & z_C \geq z_k \end{cases}$$

$$\psi_{1N} = \begin{cases} \chi z_N (1 + \lambda z_N + \mu z_N^2) & 0 \leq z_N < 1 \\ \chi z_N (1 + \lambda z_N) & 1 \leq z_N < z_k \\ 1 & z_N \geq z_k \end{cases}$$

$$\psi_{2N} = \psi_{2C} + t_0 p_0 \bar{p}_{NC} \Gamma (\psi_{2NC}) \Delta \tau$$

$$\psi_N = \xi_{1C} \psi_{1N} + (1 - \xi_{1C}) \psi_{2N}$$

N点的空间坐标 \bar{x}_N 由弹丸轨迹方程(4-72)式求得

$$\bar{x}_N = \bar{x}_C + \bar{u}_{NC} \Delta \tau$$

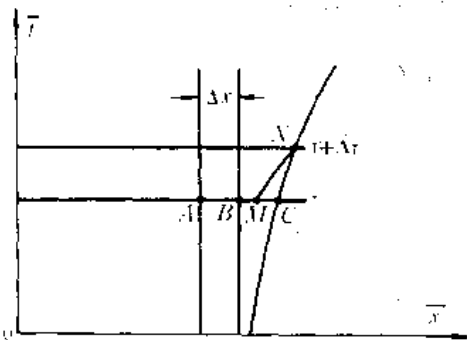


图4-8 弹底单元网格

根据特征线方程的差分求出 M 点的坐标,即

$$\bar{x}_M = \bar{x}_N - (\bar{u}_{NM} + \bar{c}_{NM})\Delta\tau$$

M 点的各流动参数可由 A、B 和 C 三点插值而得。

计算的弹后空间气体压力分布如图表 4-9 所示。从图中看出,在压力上升过程中,弹后空间的压力梯度逐渐的增大,并出现波动现象。在压力下将过程又逐渐地减小,膛内的压力趋于均匀。图 4-10 是膛底计算压力曲线和实测曲线的对比,计算曲线基本上落在实测曲线的区域内。在压力上升到最大压力附近时,曲线出现一个转折,形成小平台,这是由于具有多孔性的可燃药筒在该时刻燃烧结束而形成的。图 4-10 表示计算的膛底压力 p_c 和弹底压力 p_b 的比值以及平均压力和弹底压力比值,在经典内弹道学中均为与相对装药 ω/m 有关的常数,而用内弹道气动力计算则随时间呈波动变化。这一现象已被实验所证明。

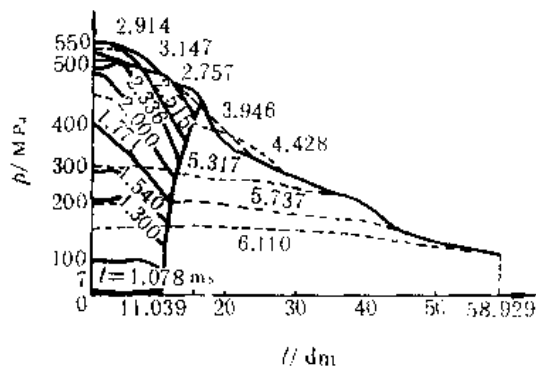


图 4-9 弹后空间压力分布

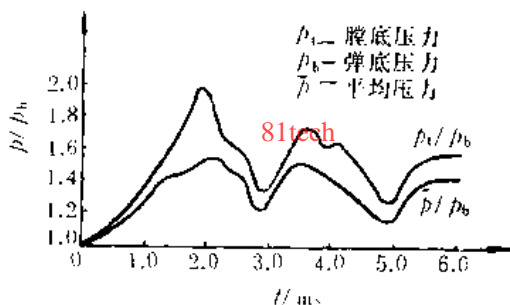


图 4-10 计算的 $p_c/p_b \sim t$, $p/p_b \sim t$ 的变化规律

§ 4.7 空包弹发射枪榴弹内弹道气动力模型的计算

枪榴弹是一种步兵使用的战斗武器。发射枪榴弹的方法有两种方式,一种是用空包弹发射,另一种是用实战的枪弹进行发射。本节讨论的是前一种的发射原理。

4.7.1 枪榴弹射击过程的内弹道现象

采用空包弹发射枪榴弹的装置如图 4-11 所示。由于装药和枪榴弹之间有一个很大的自由空间,在射击过程中火药气体冲开空包弹的紧塞盖时,膛内要发生类似于激波管的现象。火药气体区相当于激波管的高压区,空气区相当于激波管的低压区。火药气体区与空气柱之间形成一个接触面向低压区方面推进。与此同时,在接触面的两边将发生一系列波的传播现象。空气柱区由于受到压缩,出现一系列压缩波被叠加成为激波向弹底推进,达到弹底产生反射激波。高压的火药气体区向低压区膨胀,从而也产生一系列稀疏波向高压区传递。在此过程中还发生波与波之间的相互作用,形成一个极其复杂的膛内波动现象。理想情况下膛内各种波系的结构

如图4-12所示。图4-13、图4-14和图4-15分别表示在膛底、枪膛中部和膛口三处测得的压力时间曲线。从这些不同位置压力曲线变化情况可以明显地看出膛内压力波动的状况,它不同于一般枪炮膛内压力曲线的主要特点是存在多个压力峰值,膛底压力有两个压力峰,枪膛中间位置有三个压力峰,膛口处有一个压力峰。

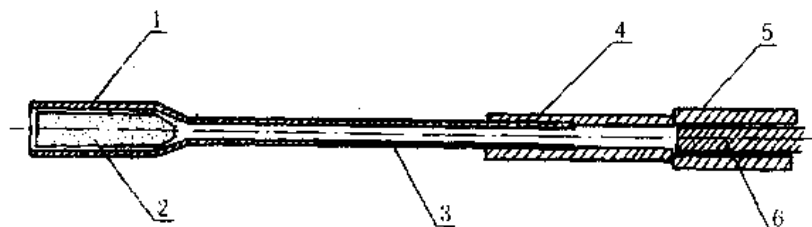


图4-11 枪榴弹射击装置

1—药室;2—空包弹;3—身管;4—发射器;5—发射筒;6—弹丸

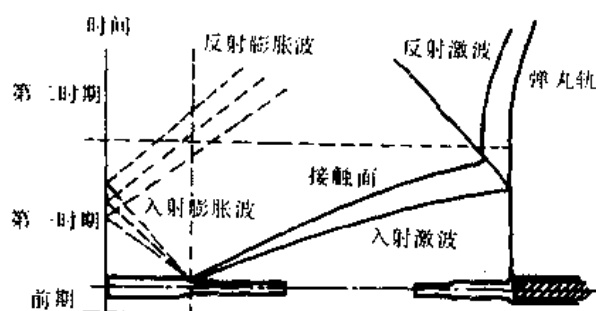
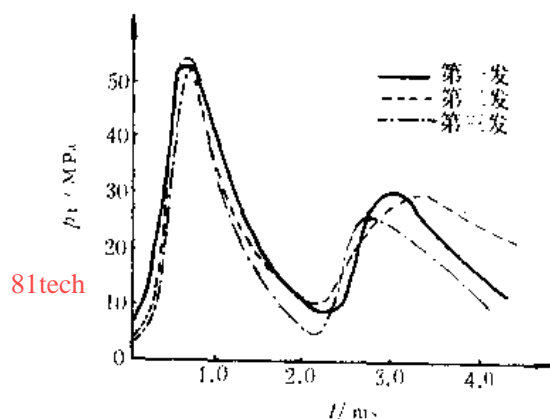
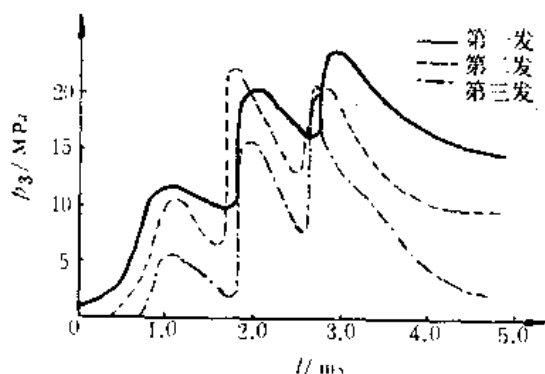
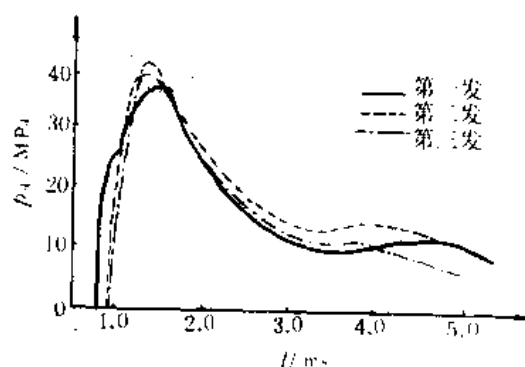


图4-12 理想情况下膛内波系结构

图4-13 膛底处实测 $p-t$ 曲线图4-14 枪膛中部实测 $p-t$ 曲线图4-15 膛口处实测 $p-t$ 曲线

4.7.2 物理模型

从以上分析看出,空包弹发射枪榴弹的内弹道现象是相当复杂的。为了获得一个工程上能实际应用的数值模拟方法,必须把这复杂的射击过程进行模型化。

(1) 流动的时间域假设。根据射击过程中的不同特点,把整个射击过程划分为三个时期,即前期、第一时期和第二时期。从火药点燃到火药气体压力达到 p_0 时,空包弹紧塞盖被打开这

一阶段为前期,这个时期火药在定容情况下燃烧;从打开紧塞盖到弹底压力达到 P_c 时,弹丸开始运动,这一阶段定义为第一时期, P_c 称为弹丸启动压力,这个时期中高压火药气体区向低压区高速膨胀,并形成复杂的波系传播;从弹丸开始运动到射出膛口为止,这一阶段称为第二时期,这一时期中,弹丸在高压火药气体推动下作加速运动,这与一般枪炮内弹道过程是相同的。必须指出:实际情况并不存在这样明显的三个时期的区分,主要是便于工程上计算所作出的假定,但又基本上反映了实际的射击情况。

(2) 流动的空间域假设。假设火药气体区和空气区自始至终都存在一个明显的分界线,即接触面。但实际流动由于流体的湍动,这种接触面受到扰动而被破坏,不可能在绝大部分时间内存在这种明显的分界线。但这个假设也是认为流动是一维流动的必然结果,根据连续流体线的保持性,接触面总是存在的。

(3) 冻结流动假设。即认为火药气体在流动过程中组分始终保持不变,体现火药性质的量 f 、 α 和 k 均为常数。

(4) 空气区一维等熵流动,可用等熵关系代替能量方程。

(5) 火药服从几何燃烧定律和实验燃速定律,不对火药的燃烧作微观上的分析。

(6) 忽略气体的粘性和热传导效应,不考虑气体和膛壁的摩擦及传热现象。

(7) 假设气相和固相速度相等,即 $u_g = u_s = u$,这里讨论的是一种均相流模型。

4.7.3 定解条件的分析

根据上述的物理模型,则可得到如(4-24)式所表示的拉格朗日坐标下内弹道基本方程组。由于空气区不存在火药燃烧, $\partial\psi/\partial t = 0$,并用等熵方程代替能量方程。其它方程与火药气体相同,这里不作具体的介绍,着重讨论定解条件。

根据假定的物理模型,若不考虑前期的点火和传火过程,相当于火药在密闭容器内燃烧的情况。对于空气区,初始条件就是静止的大气条件。

1. 初始条件

(1) 火药气体区

$$\begin{aligned}x(a, 0) &= a, & u(a, 0) &= 0 \\ \rho(a, 0) &= \frac{\omega}{V_0}, & p(a, 0) &= p_0 \\ z(a, 0) &= z_0, & \psi(a, 0) &= \psi_0 \\ T(a, 0) &= T_0\end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned}\psi_0 &= \frac{\frac{1}{\Delta} - \frac{1}{\rho_p}}{\frac{f}{p_0} + \alpha - \frac{1}{\rho_p}} \\ \sigma_0 &= \sqrt{1 + 4 \frac{\lambda}{\chi} \psi_0} \\ z_0 &= \frac{\sigma_0 - 1}{2\lambda}\end{aligned}$$

$$T_0 = \frac{p_0}{R} \left(\frac{1}{\rho_0} - \alpha \psi_0 - \frac{1 - \psi_0}{\rho_1} \right) = T_1$$

$$A = \frac{\omega}{V_0}$$

(2) 空气区

$$x(a, 0) = a$$

$$u(a, 0) = 0$$

$$\rho(a, 0) = \rho_a$$

$$p(a, 0) = p_a$$

$$T(a, 0) = T_a$$

式中 ρ_a 、 p_a 和 T_a 分别取标准状态下大气的密度、压力和温度。

2. 边界条件

(1) 左边界。对于不动边界, 整个射击过程中速度均为零, 位置亦为零。即

$$u(0, 0) = u(0, t) = 0$$

$$x(0, 0) = x(0, t) = 0$$

(2) 右边界。在弹丸未运动之前, 也是不动边界, 故速度为零, 位置为起始的拉格朗日坐标, 即

$$u(l_1, 0) = u(l_1, t) = 0$$

$$x(l_1, 0) = x(l_1, t) = l_1$$

式中 l_1 为膛底到弹底的坐标。弹丸运动后, 边界为动边界, 由弹丸运动方程来确定

$$\varphi_1 m \frac{dv}{dt} = A p_1$$

$$\frac{dx}{dt} = v$$

式中 v 即是弹丸运动速度, 也是紧挨弹底的气体流动速度。

(3) 内边界。内边界是高压区和低压区接触面两边的条件, 根据接触面的性质, 两边速度和压力均相等, 即

$$u(l_0^-, t) = u(l_0^+, t)$$

$$p(l_0^-, t) = p(l_0^+, t)$$

$$x(l_0^-, t) = x(l_0^+, t)$$

式中 l_0 是初始装药所具有的长度。

4.7.4 区域离散和差分格式

要获得内弹道方程的数值解, 首先对求解区域和方程组进行离散。离散化是否合理在很大程度上影响计算准确性。为了得到全中心差分逼近计算, 采用以下非一致点定义网格, 如图4-16所示。A 和 x 定义在“·”上, u 则定义在“—”上, p 、 T 和 ρ 定义在“ \otimes ”上, 而 q 、 ψ 、 σ 和 z 定义在“ \times ”上。前一层各已知量为

$$x_j^n, A_j^n, u_{j\pm 1/2}^{n-1/2}, p_{j\pm 1/2}^n, \rho_{j\pm 1/2}^n, T_{j\pm 1/2}^n$$

$$q_{j\pm 1/2}^{n+1/2}, \psi_{j\pm 1/2}^{n+1/2}, z_{j\pm 1/2}^{n+1/2}$$

其中 q 为人工粘性项。

由上述的区域离散和参数值定义位置,可得到以下的二阶精度的差分格式。

1. 火药气体区

$$\frac{u_j^{n+1/2} - u_j^{n-1/2}}{\Delta t} = \frac{A_j^n}{(A_0)_j \rho_0} \frac{p_{j+1/2}^n - p_{j-1/2}^n}{\Delta a_1} + \frac{q_{j+1/2}^{n+1/2} - q_{j-1/2}^{n+1/2}}{\Delta a_1} \quad (4-73)$$

$$\frac{x_j^{n+1} - x_j^n}{\Delta t} = u_j^{n+1/2} \quad (4-74)$$

$$\frac{1}{\rho_{j+1/2}^n} = \frac{A_{j+1/2}^{n+1/2}}{(A_0)_{j+1/2} \rho_0} \frac{x_{j+1}^{n+1} - x_j^{n+1}}{\Delta a_1} \quad (4-75A)$$

或

$$\frac{\rho_{j+1/2}^{n+1} - \rho_{j+1/2}^n}{\Delta t} = \frac{(\rho_{j+1/2}^{n+1} + \rho_{j+1/2}^n)^2}{4\rho_0} \frac{u_{j+1}^{n+1/2} A_{j+1}^{n+1/2} - u_j^{n+1/2} A_j^{n+1/2}}{(A_0)_{j+1/2} \Delta a_1} \quad (4-75B)$$

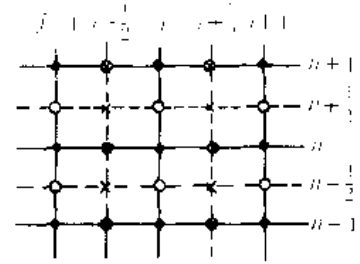


图4-16 参数定义格点位置

$$q_{j+1/2}^{n+1/2} = \begin{cases} \frac{\rho_{j+1/2}^{n+1} + \rho_{j+1/2}^n}{2} b_1^2 (u_{j+1}^{n+1/2} - u_j^{n+1/2})^2 & u_{j+1}^{n+1/2} < u_j^{n+1/2} \\ 0 & u_{j+1}^{n+1/2} \geq u_j^{n+1/2} \end{cases} \quad (4-76)$$

$$\frac{z_{j+1/2}^{n+1/2} - z_{j+1/2}^{n-1/2}}{\Delta t} = \frac{u_1}{\delta_1} (p_{j+1/2}^n)^v \quad (4-77)$$

$$\psi_{j+1/2}^{n+1/2} = \chi z_{j+1/2}^{n+1/2} [1 + \lambda z_{j+1/2}^{n+1/2} + \mu (z_{j+1/2}^{n+1/2})^2] \quad (4-78)$$

$$\sigma_{j+1/2}^{n+1/2} = 1 + 2\lambda z_{j+1/2}^{n+1/2} + 3\mu (z_{j+1/2}^{n+1/2})^2 \quad (4-79)$$

$$\left(\frac{\partial \psi}{\partial t} \right)_{j+1/2}^{n+1/2} = \chi \sigma_{j+1/2}^{n+1/2} \left(\frac{\partial z}{\partial t} \right)_{j+1/2}^{n+1/2}$$

这里近似认为

$$\left(\frac{\partial z}{\partial t} \right)_{j+1/2}^{n+1/2} = \left(\frac{\partial z}{\partial t} \right)_{j+1/2}^n = \frac{u_1}{\delta_1} (p_{j+1/2}^n)^v$$

$$\frac{\psi_{j+1/2}^{n+1} - \psi_{j+1/2}^n}{\Delta t} = \left(\frac{\partial \psi}{\partial t} \right)_{j+1/2}^{n+1/2} \quad (4-80)$$

$$\begin{aligned} \frac{T_{j+1/2}^{n+1} - T_{j+1/2}^n}{\Delta t} &= -\frac{k_1 - 1}{\psi_{j+1/2}^{n+1/2} R_1} \frac{1}{(A_0)_{j+1/2} \rho_0} \left(\frac{p_{j+1/2}^{n+1} + p_{j-1/2}^n}{2} + q_{j+1/2}^{n+1/2} \right) \\ &\times \frac{u_{j+1}^{n+1/2} A_{j+1}^{n+1/2} - u_j^{n+1/2} A_j^{n+1/2}}{\Delta a_1} + \frac{T_1 - (T_{j+1/2}^{n+1/2} + T_{j+1/2}^n)/2}{\psi_{j+1/2}^{n+1/2}} \left(\frac{\partial \psi}{\partial t} \right)_{j+1/2}^{n+1/2} \end{aligned} \quad (4-81)$$

$$p_{j+1/2}^n = \psi_{j+1/2}^{n+1/2} T_{j+1/2}^{n+1/2} R_1 / \left(\frac{1}{\rho_{j+1/2}^{n+1/2}} - \alpha \psi_{j+1/2}^{n+1/2} - \frac{1 - \psi_{j+1/2}^{n+1/2}}{\rho_p} \right) \quad (4-82)$$

2. 空气区

该区不存在火药的燃烧,在火药气体区的差分格式除去有关火药燃烧项,即为空气区的差分格式。仅是能量方程和状态方程的形式有所差别,这里为

$$\begin{aligned} \frac{p_{j+1/2}^{n+1} - p_{j+1/2}^n}{\Delta t} &= -\frac{\rho_{j+1/2}^{n+1} + \rho_{j+1/2}^n}{2(A_0)_{j+1/2} \rho_0} k_2 \left(\frac{p_{j+1/2}^{n+1} + p_{j+1/2}^n}{2} + q_{j+1/2}^{n+1/2} \right) \\ &\times \frac{u_{j+1}^{n+1/2} A_{j+1}^{n+1/2} - u_j^{n+1/2} A_j^{n+1/2}}{\Delta a_2} \end{aligned} \quad (4-83)$$

$$T_{j+1/2}^{n+1} = p_{j+1/2}^{n+1} / R_2 \rho_{j+1/2}^{n+1}$$

式中 k_1, k_2, R_1, R_2 分别代表火药气体区和空气区的比热比及气体常数。 $\Delta a_1, \Delta a_2$ 是两个区的拉格

朗日坐标步长。

图4-17表示不同位置的计算 $p-t$ 曲线,图4-18表示计算和实验压力波曲线的对比,其变化规律的一致性是比较满意的。

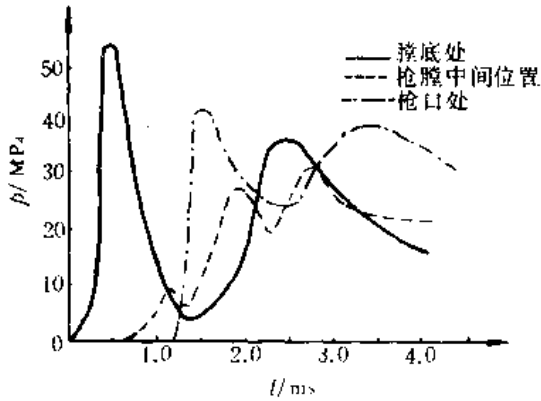


图4-17 不同位置计算 $p-t$ 曲线

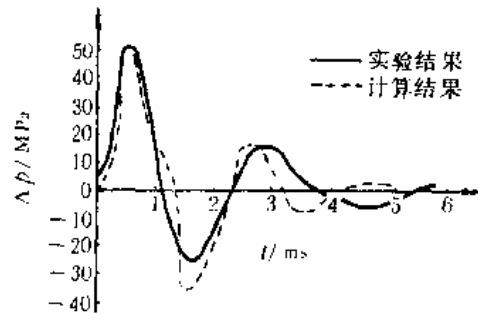


图4-18 计算和实验的压力波曲线的对比

参 考 文 献

- [1] 奥斯瓦梯许 K. 气体动力学. 北京: 科学出版社, 1965.
- [2] 贝切赫钦 C A 等. 内弹道学的气体动力原理. 北京: 国防工业出版社, 1966.
- [3] 左克罗 M J, 霍夫曼 J D. 气体动力学. 北京: 国防工业出版社, 1984.
- [4] 金志明. 内弹道气动力数学物理模型及计算方法. 华东工学院学报, 1980.
- [5] 金志明, 赵志健. 带可燃药筒的高膛压火炮的内弹道气动力解法. 兵工学报, 1986(1).
- [6] 金志明, 宋明. 空包弹发射枪榴弹内弹道气动力研究. 兵工学报, 1987(2).
- [7] 金志明, 袁亚雄. 内弹道气动力原理. 北京: 国防工业出版社, 1983.
- [8] 殷鹤宝等. 弹后工质一维不定常运动的内弹道模型. 火炮研究, 1979.
- [9] 王升展. 弹后工质一维不定常运动的内弹道方程组的计算. 火炮研究, 1979.
- [10] 周彦煌等. 密闭容器内压力波动的研究. 兵工学报(武器分册), 1985. (两相流动专辑)
- [11] Goldstein S. Interior Ballistics Modeling for Blank Ammunition. ADA090392, 1981.
- [12] Richtmyer R D. Difference Methods for Initial-Value Problems. Second Edition, 1976.
- [13] Hoog K. Simulation Innenballistischer Vorgänge in Gasdynamischen Rechenmodellen, 1976.

第五章 内弹道两相流体力学模型

§ 5.1 引言

第四章已详细地讨论了内弹道准两相流体力学模型的建立及其数值方法。内弹道准两相流模型的主要特征是把气、固两相当作单纯的机械混合,不考虑两相之间相互作用的流动理论。但是,不论从宏观还是微观观察火炮膛内的实际射击现象,火药气体和正在燃烧的固相药粒之间的两相作用相当显著,并且十分复杂。为了更加精确地描述膛内射击现象,必须深入了解气、固两相间热和力学边界。首先,从点火瞬间开始到火药燃完为止,两相之间存在着强烈的热交换过程。点火药燃烧所产生的高温高压燃气,迅速地从火药的间隙穿过,以对流传热的形式给药粒提供强烈的热刺激,使药粒表面温度很快地上升而达到着火点。药粒的燃烧产物与点火药生成的燃气混合在一起促进火焰传播,继续以对流传热方式向未点燃的火药进行热传导。即使火药全部点燃后,高温火药气体对正在燃烧的药粒仍然存在明显的热交换。其次,在流动过程中,两相之间必然产生阻力。点火开始瞬间,气体迅速渗透过火药床的过程中,由于惯性和粘性的影响产生了显著的流动阻力,因此火焰从燃烧区传递到未燃烧区要产生一个大的压力梯度,使火药受挤压而被强烈地向弹底加速运动,有时可达几百米每秒的速度撞击弹底。并在弹底滞止后产生一个反向的压力梯度,这就是膛内压力波发生的一个重要原因。还可能在撞击过程中药粒碎裂而使压力急升,以致造成膛炸的现象。另外,在射击的开始阶段,火药床比较密实的情况下,固相药粒间由于相互挤压或碰撞而产生颗粒间应力。由此可见,在整个射击过程中膛内两相间存在着急剧的能量、动量和质量的交换,形成了两相间的热和力学的边界。这种不仅描述两相流动而且还考虑到两相间相互作用的模型称为内弹道两相流体力学模型。它所研究的问题是包含有一定几何形状的、随机定向的、有化学反应的、流动颗粒群的可压缩流体力学问题。

由以上分析看出,内弹道两相流体力学问题不仅具有常规内弹道中射击过程的瞬变性特点,而且具有弹后空间各参量分布的显著不均匀性和流动过程波动性特征,更精确地描述火炮膛内的实际射击

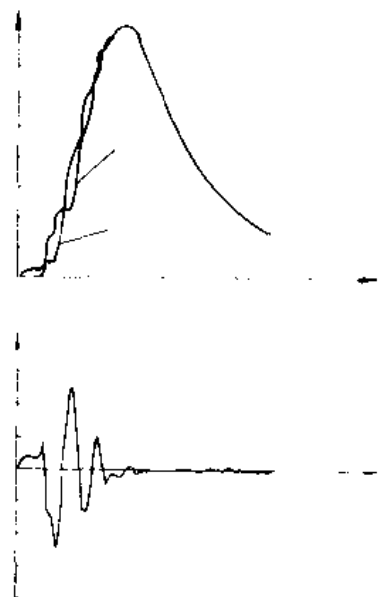


图 5-1 30mm 火炮膛内实测压力波曲线

过程,提高了内弹道理论对实际射击现象的模拟能力,近几年来在解决内弹道实际应用中得到很大的进展。例如用两相流理论研究火药燃烧现象,特别是燃烧转爆轰(DDT)的研究已取得很好的成果。模拟膛内压力波现象是内弹道两相流理论最主要的应用,为弹药射击安全性的研究提供理论基础。图 5-1 和图 5-2 分别表示在 30mm 和 76mm 火炮膛内所得的两种典型的压力波曲线,前者是一种收敛型的压力波曲线,大致在膛内达到最大压力时,压力波衰减为零;后者是一种发散型的压力波曲线,压力波的振幅不断增大,直至超过药室的承受能力而发生膛炸。对于这类内弹道问题,经典内弹道理论是无法解决的,必须借助内弹道两相流理论才能解释上述的膛内压力波动现象,并可通过数值方法定量的模拟压力波变化规律。图 5-3 表示计算压力波曲线与实验曲线的对比,它们之间的一致性从定性上来看很好,甚至在定量上的一致性也是十分满意的。但是,目前对药包装填的内弹道模拟还不太理想。这是由于药包装填结构比较复杂,在点火及开始阶段是属于二维流动,因此采用准一维假设自然要产生较大的偏差。

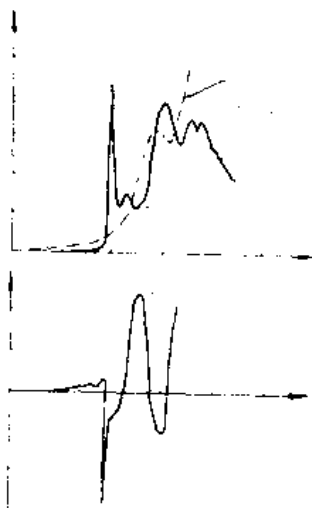


图 5-2 76mm 火炮膛内实测压力波曲线

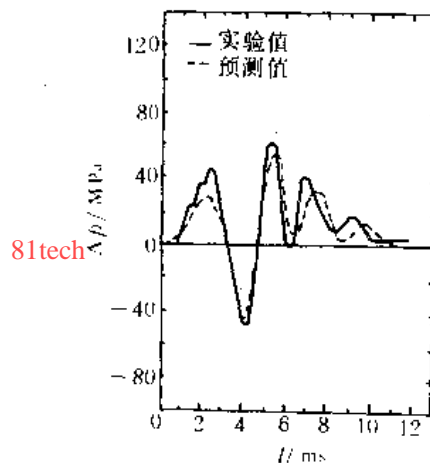


图 5-3 准一维两相流理论的计算曲线和实验曲线对比

近几年来,研究内弹道两相流力学模型已引起国内、外的内弹道工作者的极大重视,如高夫(P. S. Gough)、克莱尔(H. Krier)、霍斯特(A. W. Horst)、郭(Kou)及柏实义等学者,对于方面的问题都有专门的论述。在国内对这一领域的研究工作也取得很大的进展,在两相流基础理论、实验研究以及一维两相流数值计算等方面都取得很好的研究成果。下面将详细地阐述内弹道两相流模型的建立及其数值方法。

§ 5.2 运动控制体及其平衡方程

在流体力学中,将质量、动量和能量等基本物理量的守恒定律写成方程形式时,必须要有明确的研究对象。为此,首先分别介绍一般常用的物质体积和控制体,然后引入具有普遍意义的运动控制体的概念,同时给出它们所服从的基本关系式。

5.2.1 运动体积和雷诺输运定律

任取一个空间集合 V^* , 它的边界为 S^* , 边界上的单位外法线向量为 \vec{n} , 边界的局部运动速度为 \vec{w} , 该速度可以沿着表面 S^* 变化, 如图 5-4 所示把这样的空间集合称为运动体积。

现在, 在区域 V^* 上定义一个任意的可加连续函数 y , 它可表示为质量、动量和能量等物理量的场密度。在空间体积中 y 所含量的变化率

$\frac{d}{dt} \int_{V^*} y dV$ 通常由两部分组成:

(1) y 值在体积中随时间的变化。在每个微元体积 dV 内它给出的变化率为

$$\frac{\partial y}{\partial t} dV$$

(2) 单位时间内运动表面新包围的区域, 在微元面 da 上给出变化率为

$$y \vec{w} \cdot \vec{n} da$$

即

$$\frac{d}{dt} \int_{V^*} y dV = \int_{V^*} \frac{\partial y}{\partial t} dV + \int_{S^*} y \vec{w} \cdot \vec{n} da \quad (5-1)$$

上式就是所谓的雷诺输运定律。很明显, 它完全是运动学的公式, 而与通常的物理定律是没有关系的, 它的唯一的实际解释就是欧氏空间中体积量守恒。

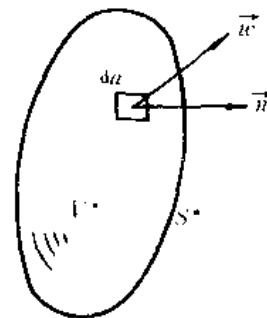


图 5-4 运动体积

5.2.2 物质体积

物质体积是指某些确定的任意的物质集合。该集合以外的物质称为环境, 物质体积和环境是由假想的表面分开的, 这些假想的表面称为边界。在边界上可以有力的作用和能量交换, 但没有质量交换。物质体积相当于热力学中的闭口体系, 它是与拉格朗日方法对应的。

将雷诺输运定律应用到物质体积中, 此时边界速度恰好等于流体速度 u , 因此可得

$$\frac{d}{dt} \int_V y dV = \int_V \frac{\partial y}{\partial t} dV + \int_S y \vec{u} \cdot \vec{n} da \quad (5-2)$$

式中 V, S 分别表示物质体积和边界面积。

很显然, 对于任意的物质体积, 连续方程、运动方程和能量方程分别可表示为

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho dV = 0 \quad (5-3)$$

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho \vec{u} dV = \int_V \rho \vec{G} dV + \int_S \vec{T} da \quad (5-4)$$

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho \left(e + \frac{u^2}{2} \right) dV = \int_V \rho \vec{G} \cdot \vec{u} dV + \int_S \vec{T} \cdot \vec{u} da - \int_S \vec{q} \cdot \vec{n} da \quad (5-5)$$

式中 \vec{G} 表示体积力, \vec{T} 表示表面力, e 为气体的内能, \vec{q} 表示热流密度矢量, u^2 为速度模的平方, 即 $\vec{u} \cdot \vec{u}$ 。

5.2.3 控制体和运动控制体

控制体是指流体可流过,固定在空间的一个任意体积。引用控制体概念分析问题时,其注意力放在所确定的控制体上,研究流体通过控制体时诸参数的变化情况以及控制体内流体与控制体物质的相互作用。控制体是与欧拉方法相对应的。

将物质体积和控制体的概念结合起来就产生运动控制体的新概念。运动控制体所指的空间范围,不仅有流体流进和流出,而且本身的边界也不断运动,相当于热力学中的开口体系。

以连续方程为例,推导运动控制体的流体力学平衡方程组。首先对于物质体积来说,有

$$\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV + \int_S \rho \vec{u} \cdot \vec{n} da = 0 \quad (a)$$

而对空间体积 V^* 应满足

$$\frac{d}{dt} \int_{V^*} \rho dV = \int_{V^*} \frac{\partial \rho}{\partial t} dV + \int_{S^*} \rho \vec{w} \cdot \vec{n} da \quad (b)$$

令任意的物质体积与给定的空间体积瞬时地重合,则此时对 V^* 的积分就等于对 V 的积分,对 S^* 的积分等于对 S 的积分。于是把(b)式的右边的第一项代入(a)式中相同项中去,整理后得

$$\frac{d}{dt} \int_{V^*} \rho dV + \int_S \rho (\vec{u} - \vec{w}) \cdot \vec{n} da = 0 \quad (5-6)$$

上是式就是对运动控制体的连续方程。用类似的方法可推得对运动控制体的运动方程和能量方程。它们分别可以写成

$$\frac{d}{dt} \int_{V^*} \rho \vec{u} dV + \int_S \rho \vec{u} (\vec{u} - \vec{w}) \cdot \vec{n} da = \int_{V^*} \rho \vec{G} dV + \int_S \vec{T} da \quad (5-7)$$

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dt} \int_{V^*} \rho \left(e + \frac{u^2}{2} \right) dV + \int_S \rho \left(e + \frac{u^2}{2} \right) (\vec{u} - \vec{w}) \cdot \vec{n} da \\ &= \int_{V^*} \rho \vec{G} \cdot \vec{u} dV + \int_S \vec{T} \cdot \vec{u} da - \int_S \vec{q} \cdot \vec{n} da \end{aligned} \quad (5-8)$$

若令 $\vec{w} = 0$, 则可得到控制体的积分形式的基本方程,即

$$\frac{d}{dt} \int_{V^*} \rho dV + \int_S \rho \vec{u} \cdot \vec{n} da = 0 \quad (5-9)$$

$$\frac{d}{dt} \int_{V^*} \rho \vec{u} dV + \int_S \rho \vec{u} \vec{u} \cdot \vec{n} da = \int_{V^*} \rho \vec{G} dV + \int_S \vec{T} da \quad (5-10)$$

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dt} \int_{V^*} \rho \left(e + \frac{u^2}{2} \right) dV + \int_S \rho \left(e + \frac{u^2}{2} \right) \vec{u} \cdot \vec{n} da \\ &= \int_{V^*} \rho \vec{G} \cdot \vec{u} dV + \int_S \vec{T} \cdot \vec{u} da - \int_S \vec{q} \cdot \vec{n} da \end{aligned} \quad (5-11)$$

§ 5.3 内弹道两相流平衡方程

平衡方程系的推导通常有两种方法:一种叫“分流法”,即基于每一相的质量中心推导运动方程系;另一种是“连续混合法”,即基于混合相的质量中心推导运动方程系。这里着重讨论前一种方法,对后一种方法也作一些简要的介绍。在推导平衡方程前,首先要给出物理模型,即基本假设。

5.3.1 基本假设

根据膛内的射击现象,提出以下假设:

(1) 膛内整个流体是一维非定常流动,所有流动参量均是坐标 x 和时间 t 的函数。这种一维流动假设的误差主要发生在点火阶段,但对于药筒装药结构来说,所观察到现象与一维流动是基本符合的。因为火焰的径向传播很快,一旦火药床的某一个断面被点燃,火焰就很快地沿轴向发展而成为一维流动。对于药包装填情况,一维假设将产生较大的误差。

(2) 由火药颗粒群组成的固相连续地分布在气相中,也就是把火药颗粒群当作一种具有连续介质特性的拟流体来处理。但由于火药颗粒的尺寸与不均匀度的尺寸相比显然是很可观的,所以把火药颗粒群当作拟流体来处理是一个很粗略的近似。

(3) 单个颗粒火药都服从几何燃烧定律和指数燃速定律,火药的几何形状和尺寸是严格一致的。

(4) 火药的燃烧产物的组分保持不变,火药气体的热力参数,如火药力 f 、余容 α 及比热比 k 均保持为常量。

(5) 固体药粒不可压缩,即火药的物质密度 $\hat{\rho}_s$ 为常数。

(6) 气相的状态变化服从诺贝尔—阿贝尔状态方程。

(7) 对于阻力、热传导及燃烧等微观过程,假定作为两相当地平均状态的函数,并用经验方法处理。

5.3.2 分流法内弹道两相流平衡方程 81tech

分流法是一种基于每一相的质量中心推导平衡方程的方法。流动的两相分别在各自的控制体内,根据穿过控制体表面的通量及其源项建立起质量、动量和能量平衡方程。相间的质量、动量和能量输运由两相间相互作用的性质来具体考虑。现在考虑如图 5-5 所示的控制体,控制体的体积为 V ,其长度为 dx ,断面积为 A 。在 V 中被气相所占的部分为 V_g ,固相所占的为 V_s 。同样将控制体的边界也分解为 A_g 和 A_s ,控制体中各相之间的交界面用 Σ 来表示。 V 和 A 分别表示为

$$V = V_g + V_s$$

$$A = A_g + A_s$$

很显然,在控制体 V 中,气相所占区域的边界为 $A_g \cup \Sigma$,固相则为 $A_s \cup \Sigma$ (\cup 表示和)。若 φ 为空隙率,则根据空隙率的定义,以下关系成立

$$V_g = \varphi V$$

$$A_g = \varphi A \quad (5-12)$$

1. 气相连续方程

连续方程是质量守恒定律在流体力学中的具体应用。现在考虑气相所占的控制体由(5-6)式,则有

$$\frac{d}{dt} \int_{V_g} \hat{\rho}_g dV = \int_{A_g \cup \Sigma} \hat{\rho}_g (\vec{w} - \vec{u}_g) \cdot \vec{n} da \quad (5-13)$$

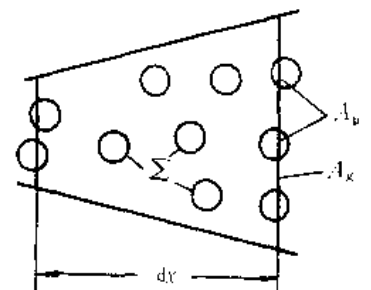


图 5-5 控制体

在一维条件下 $\vec{u}_g = u_g$, 变量 $\hat{\rho}_g, \vec{u}_g$ 和 p 等均为所取的控制体内平均值。(5—13) 式的右边积分可化为(不考虑身管变形, $\frac{\partial A}{\partial t} = 0$)

$$\frac{d}{dt} \int_{V_g} \hat{\rho}_g dV = \frac{d}{dt} \int_V \varphi \hat{\rho}_g dV = \left[\frac{\partial}{\partial t} (\varphi \hat{\rho}_g) \right] A dx = \left[\frac{\partial}{\partial t} (A \varphi \hat{\rho}_g) \right] dx$$

在(5—13)式的等式左边, 注意到在 A_g 上 $w = 0$, 于是

$$\int_{A_g} \hat{\rho}_g (\vec{w} - \vec{u}_g) \cdot \vec{n} da = - \int_{A_g} \hat{\rho}_g \vec{u}_g \cdot \vec{n} da = - \int_A \varphi \hat{\rho}_g \vec{u}_g \cdot \vec{n} da$$

由高斯(Gauss)定理, 有

$$\int_V \varphi \hat{\rho}_g \vec{u}_g \cdot \vec{n} da = \int_V \nabla \cdot (\varphi \hat{\rho}_g \vec{u}_g) dV$$

由准一维情况下的散度公式, 有

$$\nabla \cdot \vec{u} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{u}{A} \frac{\partial A}{\partial x} = \frac{1}{A} \frac{\partial Au}{\partial x}$$

所以

$$\begin{aligned} \int_{A_g} \hat{\rho}_g (\vec{w} - \vec{u}_g) \cdot \vec{n} da &= - \int_V \nabla \cdot (\varphi \hat{\rho}_g \vec{u}_g) dV \\ &= - \left[\frac{\partial}{\partial x} (A \varphi \hat{\rho}_g u_g) \right] dx \end{aligned}$$

对于交界面 Σ 上的积分, 根据界面条件

$$\hat{\rho}_g (\vec{w} - \vec{u}_g) \cdot \vec{n} da = \hat{\rho}_r \dot{r} da$$

则

$$\int_{\Sigma} \hat{\rho}_g (\vec{w} - \vec{u}_g) \cdot \vec{n} da = \int_{\Sigma} \hat{\rho}_r \dot{r} da$$

式中 $\hat{\rho}_r$ 为火药的物质密度, \dot{r} 为火药线燃速。若 M_r 为一颗火药的质量, S_r 为一颗火药的表面积。则控制体内固相总的质量为 $\hat{\rho}_r (1 - \varphi) V$, 火药颗粒数和总的燃烧表面积分别为

$$\begin{aligned} n_r &= \frac{\hat{\rho}_r (1 - \varphi) V}{M_r} \\ S_{\Sigma} &= n_r S_r = \frac{\hat{\rho}_r (1 - \varphi) A S_r}{M_r} dx \end{aligned}$$

于是交界面上的积分可写成

$$\int_{\Sigma} \hat{\rho}_r \dot{r} da = (1 - \varphi) A \hat{\rho}_r \dot{r} \frac{S_r}{M_r} dx$$

各项积分结果代入(5—13)式, 可得以下的气相连续方程

$$\frac{\partial}{\partial t} (A \varphi \hat{\rho}_g) + \frac{\partial}{\partial x} (A \varphi \hat{\rho}_g u_g) = (1 - \varphi) A \hat{\rho}_r \dot{r} \frac{S_r}{M_r} \quad (5-14a)$$

定义 \bar{A}_r 为单位体积内固相颗粒的表面——固相比表面积, 即

$$\bar{A}_r = \frac{\hat{\rho}_r (1 - \varphi) S_r}{M_r}$$

因此(5—14a)式可写成

$$\frac{\partial}{\partial t} (A \varphi \hat{\rho}_g) + \frac{\partial}{\partial x} (A \varphi \hat{\rho}_g u_g) = \bar{A}_r A \hat{\rho}_r \dot{r} \quad (5-14b)$$

(5—14b)式的等号右边是由于火药燃烧而形成的源项, 它表示单位体积内火药的生成速率。

2. 固相连续方程

取固相控制体,由(5-6)式,则有

$$\frac{d}{dt} \int_{V_s} \hat{\rho}_s dV = \int_{A_s \cup \Sigma} \hat{\rho}_s (\vec{w} - \vec{u}_s) \cdot \vec{n} da \quad (5-15)$$

逐项地处理上述积分,即

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_{V_s} \hat{\rho}_s dV &= \frac{d}{dt} \int_V (1 - \varphi) \hat{\rho}_s dV \\ &= \left\{ \frac{\partial}{\partial t} [A(1 - \varphi) \hat{\rho}_s] \right\} dx \\ \int_{A_s} \hat{\rho}_s (\vec{w} - \vec{u}_s) \cdot \vec{n} da &= - \int_A (1 - \varphi) \hat{\rho}_s \vec{u}_s \cdot \vec{n} da \\ &= - \int_V \nabla \cdot [(1 - \varphi) \hat{\rho}_s \vec{u}_s] dV \\ &= - \left\{ \frac{\partial}{\partial x} [A(1 - \varphi) \hat{\rho}_s u_s] \right\} dx \end{aligned}$$

在燃烧过程中,固相燃烧面的移动方向与法线方向相反,其界面条件为

$$\hat{\rho}_s (\vec{w} - \vec{u}_s) \cdot \vec{n} = - \hat{\rho}_s \dot{r}$$

则积分

$$\begin{aligned} \int_{\Sigma} \hat{\rho}_s (\vec{w} - \vec{u}_s) \cdot \vec{n} da &= - \int_{\Sigma} \hat{\rho}_s \dot{r} da \\ &= - (1 - \varphi) A \hat{\rho}_s^2 \dot{r} \frac{S_p}{M_s} dx \end{aligned}$$

将各相积分代入(5-15)式,于是固相连续方程为

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} [(1 - \varphi) A \hat{\rho}_s] + \frac{\partial}{\partial x} [(1 - \varphi) A \hat{\rho}_s u_s] \\ = - (1 - \varphi) A \hat{\rho}_s^2 \dot{r} \frac{S_p}{M_s} \end{aligned} \quad (5-16a)$$

或

$$\frac{\partial}{\partial t} [(1 - \varphi) A \hat{\rho}_s] + \frac{\partial}{\partial x} [(1 - \varphi) A \hat{\rho}_s u_s] = - \bar{A}_s A \hat{\rho}_s \dot{r} \quad (5-16b)$$

考虑到固相不可压缩的假设,即 $\hat{\rho}_s = \text{常数}$ 。于是固相连续方程可以改写为

$$\frac{\partial}{\partial t} (A\varphi) - \frac{\partial}{\partial x} [A(1 - \varphi) u_s] = (1 - \varphi) A \hat{\rho}_s \dot{r} \frac{S_p}{M_s} \quad (5-16c)$$

(5-16c)式实际上是个关于空隙率的基本方程。

3. 气相动量方程

如果忽略体积力并引入应力张量 σ ,则由(5-7)式,气相动量方程可写成以下形式

$$\frac{d}{dt} \int_{V_g} \hat{\rho}_g \vec{u}_g dV = \int_{A_g \cup \Sigma} \hat{\rho}_g \vec{u}_g (\vec{w} - \vec{u}_g) \cdot \vec{n} da + \int_{A_g \cup \Sigma} \sigma \cdot \vec{n} da \quad (5-17)$$

根据一维假设,只注意 u_g 的 x 方向的分量,则有

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_{V_g} \hat{\rho}_g u_g dV &= \frac{d}{dt} \int_V \varphi \hat{\rho}_g u_g dV = \left\{ \frac{\partial}{\partial t} (\varphi A \hat{\rho}_g u_g) \right\} dx \\ \int_{A_g} \hat{\rho}_g u_g (\vec{w} - \vec{u}_g) \cdot \vec{n} da &= - \int_{A_g} \hat{\rho}_g u_g \vec{u}_g \cdot \vec{n} da \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= - \int_A \varphi \hat{\rho}_g \vec{u}_g \cdot \vec{n} da = - \int_V \nabla \cdot (\varphi \hat{\rho}_g \vec{u}_g) dV \\
 &= - \left[\frac{\partial}{\partial x} (A \varphi \hat{\rho}_g u_g^2) \right] dx
 \end{aligned}$$

在 Σ 上, 将不连续的突跃条件应用于动量通量, 假设摩擦力的切线分量是连续的, 于是有

$$\hat{\rho}_g u_g (\vec{w} - \vec{u}_g) \cdot \vec{n} = \hat{\rho}_g u_g \dot{r} + \Delta p \quad (5-18)$$

式中 Δp 是通过固相燃烧表面的压力突跃, 但在内弹道条件下可以忽略不计, 因此有

$$\begin{aligned}
 \int_{\Sigma} \hat{\rho}_g u_g (\vec{w} - \vec{u}_g) \cdot \vec{n} da &= \int_{\Sigma} \hat{\rho}_g u_g \dot{r} da \\
 &= (1 - \varphi) A \hat{\rho}_g^2 u_g \dot{r} \frac{S_r}{M_r} dx
 \end{aligned}$$

假设应力张量 σ 由两部分组成, 即气相的平均压力和粘性力。除在 Σ 上以外, 应力张量等于气体压力量。而在 Σ 上, 还应叠加上由于粘性和相间相对运动而产生切应力 σ' , 它是 σ 局部值对宏观平均值的起伏。则有

$$\sigma = -pI + \sigma' \quad (5-19)$$

压力 p 取负号的原因是强调压力与作用面的法线方向始终是相反的。 I 是二阶单位张量。粘性只发生在两相的交界面上, 所以除 Σ 上以外, σ' 恒等于零。则下述积分成立

$$\int_{A \cup \Sigma} \sigma \cdot \vec{n} da = - \int_{A \cup \Sigma} pI \cdot \vec{n} da + \int_{\Sigma} \sigma' \cdot \vec{n} da$$

上式右边的第二项表示相间阻力, 通常是用实验方法来确定。若单位面积相间阻力为 f_r , 则

$$\int_{\Sigma} (\sigma' \cdot \vec{n}) \cdot \vec{i} da = (1 - \varphi) \hat{\rho}_g f_r \frac{S_r}{M_r} dx$$

\vec{i} 为 x 方向单位矢量, 而另一项积分为

$$\begin{aligned}
 - \int_{A \cup \Sigma} (pI \cdot \vec{n}) \cdot \vec{i} da &= - \int_{A \cup \Sigma} (p\vec{n}) \cdot \vec{i} da \\
 &= - \int_V \text{grad } p \cdot \vec{i} dV = - \int_V \frac{\partial p}{\partial x} dV = - \int_V \varphi \frac{\partial p}{\partial x} dV = - A \varphi \frac{\partial p}{\partial x} dx
 \end{aligned}$$

将上述各项积分代入(5-17)式, 可得以下的气相动量方程

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial t} (A \varphi \hat{\rho}_g u_g) - \frac{\partial}{\partial x} (A \varphi \hat{\rho}_g u_g^2) + A \varphi \frac{\partial p}{\partial x} \\
 = - A(1 - \varphi) \hat{\rho}_g f_r \frac{S_r}{M_r} + A(1 - \varphi) \hat{\rho}_g^2 \dot{r} u_g \frac{S_r}{M_r}
 \end{aligned} \quad (5-20a)$$

由连续方程(5-14a), 上述动量方程可以改写为

$$\varphi \hat{\rho}_g \frac{du_g}{dt} + \varphi \frac{\partial p}{\partial x} = - (1 - \varphi) \hat{\rho}_g f_r \frac{S_r}{M_r} + (1 - \varphi) \hat{\rho}_g^2 \dot{r} \frac{S_r}{M_r} (u_r - u_g) \quad (5-20b)$$

式中 d/dt 表示沿着平均气相迹线的导数。

4. 固相动量方程

对于固相, (5-7)式可表示为

$$\frac{d}{dt} \int_V \hat{\rho}_g \vec{u}_g dV = \int_{A \cup \Sigma} \hat{\rho}_g \vec{u}_g (\vec{w} - \vec{u}_g) \cdot \vec{n} da + \int_{A \cup \Sigma} \sigma \cdot \vec{n} da \quad (5-21)$$

由于膛内射击开始阶段, 火药颗粒处于相当稠密的状态, 必须考虑颗粒被挤压而相互接触时所产生的颗粒间应力 R , 因此对固相来说在应力张量上还应加上一项颗粒间应力, 即

$$\sigma = -pI - RI + \sigma' \quad (5-22)$$

(5-21)式的 x 方向分量各项积分为

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_{V_f} \hat{\rho}_r u_r dV &= \frac{d}{dt} \int_{V_f} (1-\varphi) \hat{\rho}_r u_r dV = \left\{ \frac{\partial}{\partial t} A(1-\varphi) \hat{\rho}_r u_r \right\} dx \\ \int_{A_f} \hat{\rho}_r u_r (\vec{w} - \vec{u}_r) \cdot \vec{n} da &= - \int_{A_f} \hat{\rho}_r u_r \vec{u}_r \cdot \vec{n} da = - \left\{ \frac{\partial}{\partial x} A(1-\varphi) \hat{\rho}_r u_r^2 \right\} dx \\ \int_{\Sigma} \hat{\rho}_r u_r (\vec{w} - \vec{u}_r) \cdot \vec{n} da &= - \int_{\Sigma} \hat{\rho}_r u_r \vec{r} da = - \hat{\rho}_r^2 u_r \vec{r} A(1-\varphi) \frac{S_r}{M_r} dx \\ \int_{A_f \cup \Sigma} \sigma \cdot \vec{n} da &= - \int_{A_f \cup \Sigma} pI \cdot \vec{n} da - \int_{A_f \cup \Sigma} RI \cdot \vec{n} da + \int_{\Sigma} \sigma' \cdot \vec{n} da \end{aligned}$$

其中各项积分分别为

$$\begin{aligned} \int_{\Sigma} \sigma' \cdot \vec{n} da &= A(1-\varphi) \hat{\rho}_r f_r \frac{S_r}{M_r} dx \\ \int_{A_f \cup \Sigma} pI \cdot \vec{n} \cdot \vec{i} da &= \int_{A_f \cup \Sigma} p\vec{n} \cdot \vec{i} da = \int_{V_f} (\text{grad } p) \cdot \vec{i} dV \\ &= A(1-\varphi) \frac{\partial p}{\partial x} dx \end{aligned}$$

由于颗粒间应力在颗粒与颗粒之间的接触面上是大小相等方向相反,它们彼此两两抵消,则

$$\begin{aligned} \int_{A_f \cup \Sigma} RI \cdot \vec{n} \cdot \vec{i} da &= \int_{A_f \cup \Sigma} R\vec{n} \cdot \vec{i} da = \int_{A_f} R\vec{n} \cdot \vec{i} da \\ &= \int_{A_f} (1-\varphi) R\vec{n} \cdot \vec{i} da = \int_{V_f} [\text{grad}(1-\varphi)R] \cdot \vec{i} dV = \left[\frac{\partial}{\partial x} (1-\varphi)R \right] A dx \end{aligned}$$

以上各积分结果代入(5-21)式,可得以下的固相动量方程

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} [(1-\varphi) \hat{\rho}_r u_r] + \frac{\partial}{\partial x} [A(1-\varphi) \hat{\rho}_r u_r^2] + A(1-\varphi) \frac{\partial p}{\partial x} \\ + A \frac{\partial}{\partial x} [(1-\varphi)R] = - \hat{\rho}_r^2 u_r \vec{r} A(1-\varphi) \frac{S_r}{M_r} + A(1-\varphi) \hat{\rho}_r f_r \frac{S_r}{M_r} \end{aligned} \quad (5-23a)$$

根据固相连续方程,并考虑到 $\hat{\rho}_r = \text{常数}$,则上述固相动量方程可写成

$$(1-\varphi) \hat{\rho}_r \frac{du_r}{dt} + (1-\varphi) \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} [(1-\varphi)R] = (1-\varphi) \hat{\rho}_r f_r \frac{S_r}{M_r} \quad (5-23b)$$

5. 气相能量方程

由于假设颗粒不可压缩,这意味着按体积计算的固相平均温度不受运动的影响,因此宏观的能量方程对于固相来说将为热传导方程所代替,只须建立气相能量方程即可。

根据(5-8)式,气相能量可以由下式来表示

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_{V_g} \hat{\rho}_g (e_g + \frac{u_g^2}{2}) dV &= - \int_{A_f \cup \Sigma} \vec{q} \cdot \vec{n} da \\ &+ \int_{A_f \cup \Sigma} \sigma \cdot \vec{u}_g \cdot \vec{n} da + \int_{A_f \cup \Sigma} \hat{\rho}_g (e_g + \frac{u_g^2}{2}) (\vec{w} - \vec{u}_g) \cdot \vec{n} da \end{aligned} \quad (5-24)$$

式中 e_g 是气相比内能, \vec{q} 是热流矢量。上式积分可以逐项变换如下形式

$$\frac{d}{dt} \int_{V_g} \hat{\rho}_g (e_g + \frac{u_g^2}{2}) dV = \left\{ \frac{\partial}{\partial t} [A\varphi(e_g + \frac{u_g^2}{2})] \right\} dx$$

对于热流项的积分,除 Σ 交界面上以外,其他接触表面的热交换可以忽略,于是有

$$\int_{A_f \cup \Sigma} \vec{q} \cdot \vec{n} da = \int_{\Sigma} \vec{q} \cdot \vec{n} da = A(1 - \varphi) \hat{q} \hat{\rho}_g \frac{S_f}{M_g} dx$$

式中 q 是单位表面相间热传导速率的平均值(即热流的平均值)。

对于其他积分,仍然假设

$$\sigma = -p\mathbf{I} + \sigma'$$

同时注意在边界上以下关系式成立

$$\begin{aligned} \vec{u}_g \cdot \vec{n} &= (\vec{w} - \vec{r}\vec{n}) \cdot \vec{n} \\ \hat{\rho}_g(e_g + \frac{u_g^2}{2})(\vec{w} - \vec{u}_g) \cdot \vec{n} &= \hat{\rho}_g \vec{r}(e_g + \frac{u_g^2}{2}) \end{aligned}$$

于是

$$\begin{aligned} \int_{A_f \cup \Sigma} \sigma \cdot \vec{u}_g \cdot \vec{n} da &= \int_{A_f \cup \Sigma} \sigma \cdot (\vec{w} - \vec{r}\vec{n}) \cdot \vec{n} da \\ &= - \int_{A_f \cup \Sigma} p\vec{w} \cdot \vec{n} da + \int_{A_f \cup \Sigma} p\vec{r} da + \int_{\Sigma} \sigma' \cdot \vec{u}_g \cdot \vec{n} da \\ &= - \int_{A_f \cup \Sigma} p\vec{w} \cdot \vec{n} da + \int_{\Sigma} p\vec{r} da + \int_{A_f} p(\vec{w} - \vec{u}_g) \cdot \vec{n} da + \int_{\Sigma} \sigma' \cdot \vec{u}_g \cdot \vec{n} da \end{aligned}$$

如果颗粒变形不很快,可以把 u_g 在 Σ 上当作常数来处理,因此有

$$\int_{\Sigma} \sigma' \cdot \vec{u}_g \cdot \vec{n} da = -A(1 - \varphi) \hat{\rho}_g f_{u_g} \frac{S_f}{M_g} dx$$

我们注意到以下关系式

$$\int_{A_f \cup \Sigma} p\vec{w} \cdot \vec{n} da = p \frac{\partial}{\partial t} (A\varphi) dx$$

从物理意义来说,上式表示由于气相控制体的伸缩而产生的压力功率。于是

$$\begin{aligned} &\int_{A_f \cup \Sigma} \sigma \cdot \vec{u}_g \cdot \vec{n} da + \int_{A_f \cup \Sigma} \hat{\rho}_g(e_g + \frac{u_g^2}{2})(\vec{w} - \vec{u}_g) \cdot \vec{n} da \\ &= -A(1 - \varphi) \hat{\rho}_g f_{u_g} \frac{S_f}{M_g} dx - p \frac{\partial}{\partial t} (A\varphi) dx + \int_{\Sigma} \hat{\rho}_g(E_g + \frac{p}{\rho_g} + \frac{u_g^2}{2}) \vec{r} da \\ &\quad + \int_{A_f} \hat{\rho}_g(e_g + \frac{p}{\rho_g} + \frac{u_g^2}{2})(\vec{w} - \vec{u}_g) \cdot \vec{n} da \\ &= -A(1 - \varphi) \hat{\rho}_g f_{u_g} \frac{S_f}{M_g} dx - p \frac{\partial}{\partial t} (A\varphi) dx \\ &\quad + A(1 - \varphi) \hat{\rho}_g \vec{r}(E_g + \frac{p}{\rho_g} + \frac{u_g^2}{2}) \frac{S_f}{M_g} dx \\ &\quad - \frac{\partial}{\partial x} [A\varphi \hat{\rho}_g u_g(e_g + \frac{p}{\rho_g} + \frac{u_g^2}{2})] dx \end{aligned}$$

代入(5-24)式,则气相能量方程为

$$\begin{aligned} &\frac{\partial}{\partial t} [A\varphi \hat{\rho}_g(e_g + \frac{u_g^2}{2})] + \frac{\partial}{\partial x} [A\varphi \hat{\rho}_g u_g(e_g + \frac{p}{\rho_g} + \frac{u_g^2}{2})] + p \frac{\partial}{\partial t} (A\varphi) \\ &= -A(1 - \varphi) \hat{\rho}_g f_{u_g} \frac{S_f}{M_g} - A(1 - \varphi) q \hat{\rho}_g \frac{S_f}{M_g} + A(1 - \varphi) \hat{\rho}_g \vec{r}(E_g + \frac{p}{\rho_g} + \frac{u_g^2}{2}) \frac{S_f}{M_g} \end{aligned} \quad (5-25a)$$

考虑到气相连续方程和动量方程,上述的能量方程可改写为

$$\begin{aligned}
& \varphi \hat{\rho}_g \frac{de_g}{dt} + \varphi p \frac{\partial u_g}{\partial x} + p \frac{d\varphi}{dt} \\
& = (1 - \varphi) \hat{\rho}_p f_p (u_g - u_p) \frac{S_p}{M_p} - (1 - \varphi) q \hat{\rho}_p \frac{S_p}{M_p} \\
& + (1 - \varphi) \hat{\rho}_p^2 \left[E_p + \frac{p}{\rho_p} - e_g + \frac{1}{2} (u_g^2 - u_p^2) \right] \frac{S_p}{M_p} \quad (5-25b)
\end{aligned}$$

在(5-14), (5-16), (5-20), (5-23)及(5-25)等五个平衡方程中包含有 $\hat{\rho}_g, p, u_g, u_p, c_g, f_p, q, \varphi, R, A, S_p$ 及 M_p 等 13 个变量。根据假设条件, 火药力 f 是常数。固相能量 E_p 表示火药燃烧释放出的化学能, 即

$$E_p = \frac{f}{k-1} \quad (5-26)$$

式中 k 是火药气体的比热比, 因此 E_p 是常数。

5.3.3 连续混合法内弹道两相流平衡方程

连续混合法是将多组元构成的多相流动作为一个整体的混合流动来处理。通过建立混合流平均值的物质导数和各分组元的物质导数之间的关系, 从而可得到各分组元的质量、动量和能量的平衡方程。这种方法又称为 Truesdell-Toupin 方法。

为了使讨论问题具有一般性, 设有 L 种组元构成的多相流混合物, 混合物的密度为

$$\rho = \sum_{n=1}^L \rho^{(n)} \quad (5-27)$$

式中 $\rho^{(n)}$ 表示 n 分组元对于混合流体所占总体积的密度。而混合流体第 i 个速度分量的平均值 u_i 为

$$\rho u_i = \sum_{n=1}^L \rho^{(n)} u_i^{(n)} \quad (5-28)$$

若 n 分组元的单位体积气体生成速率为 $r^{(n)}$, 则分组元的连续方程应具有以下形式

$$\frac{\partial \rho^{(n)}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho^{(n)} u_j^{(n)}) = r^{(n)} \quad (5-29)$$

式中 x_j 是空间坐标第 j 个分量。对于混合流体应满足

$$\sum_{n=1}^L r^{(n)} = 0$$

所以混合流体的总体连续方程应为

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j) = 0 \quad (5-30)$$

设 τ_{ij} 是混合流体的应力张量, F_i 是作用在混合流体上的体积力第 i 个分量, 则动量方程为

$$\rho \frac{du_i}{dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} (\tau_{ij}) + \rho F_i \quad (5-31)$$

式中

$$\tau = -p\mathbf{I} + \sigma \quad (5-32)$$

设混合流体总能量为

$$E = e + \frac{1}{2} u^2$$

式中 e 是比内能。则能量方程形式是

$$\rho \frac{dE}{dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j \tau_{ij}) + \frac{\partial}{\partial x_j} (k_j \frac{\partial T}{\partial x_j}) + F_e \quad (5-33)$$

式中 F_e 是单位体积能量生成速率。混合流体总能量与分组元的总能量关系如下

$$\rho E = \sum_{n=1}^L \rho^{(n)} E^{(n)} \quad (5-34)$$

根据(5-27)和(5-28)式,可得

$$\frac{du_i}{dt} = \frac{d}{dt} \left[\frac{\sum_{(n)} \rho^{(n)} u_i^{(n)}}{\sum_{(n)} \rho^{(n)}} \right]$$

或

$$\rho \frac{du_i}{dt} = \sum_{(n)} \left[\rho^{(n)} \frac{du_i^{(n)}}{dt} + r^{(n)} (u_i^{(n)} - u_i) - (u_i^{(n)} - u_i) \rho^{(n)} \frac{\partial u_j^{(n)}}{\partial x_j} \right] \quad (5-35)$$

注意到(5-35)式方括号中的第三项有如下的恒等关系

$$\begin{aligned} \sum_{(n)} [(u_i^{(n)} - u_i) \rho^{(n)} \frac{\partial u_j^{(n)}}{\partial x_j}] &\equiv \sum_{(n)} [\frac{\partial}{\partial x_j} \rho^{(n)} (u_i^{(n)} - u_i) (u_j^{(n)} - u_j)] \\ &+ \sum_{(n)} [(u_i^{(n)} - u_i) \rho^{(n)} \frac{\partial u_j}{\partial x_j}] - \sum_{(n)} [(u_j^{(n)} - u_j) \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i^{(n)} - u_i) \rho^{(n)}] \end{aligned}$$

根据(5-28)式,上式的等号右边第二项应恒等于零,即

$$\sum_{(n)} [(u_i^{(n)} - u_i) \rho^{(n)} \frac{\partial u_j}{\partial x_j}] = \frac{\partial u_j}{\partial x_j} (\sum_{(n)} \rho^{(n)} u_i^{(n)} - u_i \sum_{(n)} \rho^{(n)}) = \frac{\partial u_j}{\partial x_j} (\rho u_i - \rho u_i) = 0$$

并且第三项亦恒等于零

$$\begin{aligned} &\sum_{(n)} [(u_j^{(n)} - u_j) \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i^{(n)} - u_i) \rho^{(n)}] \\ &= \sum_{(n)} u_j^{(n)} \frac{\partial}{\partial x_j} [(u_i^{(n)} - u_i) \rho^{(n)}] - \sum_{(n)} u_j \frac{\partial}{\partial x_j} [(u_i^{(n)} - u_i) \rho^{(n)}] \\ &= \sum_{(n)} \left\{ \frac{d}{dt} [(u_i^{(n)} - u_i) \rho^{(n)}] - \frac{\partial}{\partial t} [(u_i^{(n)} - u_i) \rho^{(n)}] \right\} - \sum_{(n)} u_j \frac{\partial}{\partial x_j} [(u_i^{(n)} - u_i) \rho^{(n)}] = 0 \end{aligned}$$

因此,(5-35)式可改写为

$$\rho \frac{du_i}{dt} = \sum_{(n)} \left\{ \rho^{(n)} \frac{du_i^{(n)}}{dt} + r^{(n)} (u_i^{(n)} - u_i) - [\frac{\partial}{\partial x_j} \rho^{(n)} (u_j^{(n)} - u_j) (u_i^{(n)} - u_i)] \right\} \quad (5-36)$$

(5-36)式称为 Truesdell--Toupin 基本恒等式。(5-31)和(5-36)式可得到如下的关于 n 组元的动量平衡方程

$$\rho^{(n)} \frac{du_i^{(n)}}{dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \tau_{ij}^{(n)} - r^{(n)} (u_i^{(n)} - u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} [(u_i^{(n)} - u_i) (u_j^{(n)} - u_j) \rho^{(n)}] + \rho^{(n)} p_i^{(n)} + f_i^{(n)} \quad (5-37)$$

式中 $f_i^{(n)}$ 是相间阻力,即各组元间单位体积相互作用力。对于总体来说,必须满足

$$\sum_{(n)} f_i^{(n)} = 0$$

若组成混合流体的组元只有气固两相,作用在气相上的力为 f_g ,则作用在固相上的力为 f_s ,而且有 $f_g = -f_s$ 。相间阻力由实验方法来确定。

由(5-34)式,混合流体总能量的物质导数与各组元总能量平均值的物质导数之间的关

系可表示为

$$\frac{dE}{dt} = \frac{d}{dt} \left[\frac{\sum_{(n)} \rho^{(n)} E^{(n)}}{\sum_{(n)} \rho^{(n)}} \right]$$

因此可得能量关系的 Truesdell—Toupin 基本恒等式,即

$$\rho \frac{dE}{dt} = \sum_{(n)} \left\{ \left[\rho^{(n)} \frac{dE^{(n)}}{dt} + r^{(n)} E^{(n)} - \frac{\partial}{\partial x_j} [\rho^{(n)} (u_j^{(n)} - u_j) E^{(n)}] \right] \right\} \quad (5-38)$$

若 n 组元单位质量燃烧释放出的化学能为 $\hat{E}^{(n)}$, 气体生成速率为 $r^{(n)}$, 则单位体积的能量释放速率为

$$F_c^{(n)} = r^{(n)} \hat{E}^{(n)}$$

由(5-33)式, n 分组元的能量方程为

$$\begin{aligned} \rho^{(n)} \frac{dE^{(n)}}{dt} &= \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j \tau_{ij}^{(n)}) - r^{(n)} E^{(n)} \\ &+ \frac{\partial}{\partial x_j} [\rho^{(n)} (u_j^{(n)} - u_j) E^{(n)}] + \frac{\partial}{\partial x_j} (h_g^{(n)} \frac{\partial T^{(n)}}{\partial x_j}) + r^{(n)} \hat{E}^{(n)} \end{aligned} \quad (5-39)$$

将以上的结果用于火炮膛内射击过程, 组成两相流动的组元是火药燃气和正在燃烧的火药颗粒。分别用下标“ g ”和“ p ”表示。假设为一维非定常流动, 不考虑相内的热传导过程和体积力, 但考虑相间的对流传热。由(5-29), (5-37)及(5-39)式, 可得到下述的内弹道两相流平衡方程系。

质量平衡方程

气相

$$\frac{\partial}{\partial t} (\varphi \hat{\rho}_g) + \frac{\partial}{\partial x} (\varphi \hat{\rho}_g u_g) = r_g \quad (5-40)$$

固相

$$\frac{\partial}{\partial t} [(1 - \varphi) \hat{\rho}_p] + \frac{\partial}{\partial x} [(1 - \varphi) \hat{\rho}_p u_p] = -r_g \quad (5-41)$$

式中 r_g 是比体积气体生成量, 并且有

$$r_g = \bar{A}_p \hat{\rho}_p \dot{r}$$

\bar{A}_p 是火药比表面积, 它等于

$$\bar{A}_p = (1 - \varphi) \hat{\rho}_p \frac{S_p}{M_p}$$

动量平衡方程

气相

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\varphi \hat{\rho}_g u_g) + \frac{\partial}{\partial x} (\varphi \hat{\rho}_g u_g^2) &= - \frac{\partial}{\partial x} (\varphi p) \\ &+ r_g u_m - f_{pg} + \frac{\partial}{\partial x} [\varphi \hat{\rho}_g (u_g - u_m)^2] \end{aligned} \quad (5-42a)$$

及其非守恒形式

$$\begin{aligned} \varphi \hat{\rho}_g \frac{du_g}{dt} &= - \frac{\partial}{\partial x} (\varphi p) - r_g (u_g - u_m) - f_{pg} \\ &+ \frac{\partial}{\partial x} [\varphi \hat{\rho}_g (u_g - u_m)^2] \end{aligned} \quad (5-42b)$$

固相

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}[(1-\varphi)\hat{\rho}_p u_p] + \frac{\partial}{\partial x}[(1-\varphi)\hat{\rho}_p u_p^2] = & -\frac{\partial}{\partial x}[(1-\varphi)\tau_p] \\ & -\Gamma_p u_m + f_{ps} + \frac{\partial}{\partial x}[(1-\varphi)\hat{\rho}_p(u_p - u_m)^2] \end{aligned} \quad (5-43A)$$

及其非守恒形式

$$\begin{aligned} (1-\varphi)\hat{\rho}_p \frac{du_p}{dt} = & -\frac{\partial}{\partial x}[(1-\varphi)\tau_p] + \Gamma_p(u_p - u_m) + f_{ps} \\ & + \frac{\partial}{\partial x}[(1-\varphi)\hat{\rho}_p(u_p - u_m)^2] \end{aligned} \quad (5-43B)$$

式中 $\frac{\partial}{\partial x}[\varphi\hat{\rho}_s(u_s - u_m)^2]$ 和 $\frac{\partial}{\partial x}[(1-\varphi)\hat{\rho}_p(u_p - u_m)^2]$ 称作惯性耦合项,它是由混合守恒方程转换为分组元基本方程时产生的。 u_m 为混合流体平均速度,即

$$u_m = \frac{\varphi\hat{\rho}_s u_s + (1-\varphi)\hat{\rho}_p u_p}{\varphi\hat{\rho}_s + (1-\varphi)\hat{\rho}_p} \quad (5-44)$$

能量平衡方程

气相

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\varphi\hat{\rho}_s E_s) + \frac{\partial}{\partial x}(\varphi\hat{\rho}_s E_s u_s) = & -\frac{\partial}{\partial x}(\varphi p u_m) + \Gamma_s \hat{E}_s \\ & - f_{ps} u_m - \bar{A}_p h(T_s - T_p) + \frac{\partial}{\partial x}[\varphi\hat{\rho}_s E_s(u_s - u_m)] \end{aligned} \quad (5-45a)$$

及其非守恒形式

$$\begin{aligned} \varphi\hat{\rho}_s \frac{dE_s}{dt} = & -\frac{\partial}{\partial x}(\varphi p u_m) + \Gamma_s(\hat{E}_s - E_s) - f_{ps} u_m \\ & - \bar{A}_p h(T_s - T_p) + \frac{\partial}{\partial x}[\varphi\hat{\rho}_s E_s(u_s - u_m)] \end{aligned} \quad (5-45b)$$

固相

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}[(1-\varphi)\hat{\rho}_p E_p] + \frac{\partial}{\partial x}[(1-\varphi)\hat{\rho}_p E_p u_p] = & -\frac{\partial}{\partial x}[(1-\varphi)\tau_p u_m] + \Gamma_p \hat{E}_p \\ & + f_{ps} u_m + \bar{A}_p h(T_s - T_p) + \frac{\partial}{\partial x}[(1-\varphi)\hat{\rho}_p E_p(u_p - u_m)] \end{aligned} \quad (5-46a)$$

及其非守恒形式

$$\begin{aligned} (1-\varphi)\hat{\rho}_p \frac{dE_p}{dt} = & -\frac{\partial}{\partial x}[(1-\varphi)\tau_p u_m] + \Gamma_p(\hat{E}_p - E_p) + f_{ps} u_m \\ & + \bar{A}_p h(T_s - T_p) + \frac{\partial}{\partial x}[(1-\varphi)\hat{\rho}_p E_p(u_p - u_m)] \end{aligned} \quad (5-46b)$$

式中 $\tau_p = p + R$, R 是颗粒间应力; h 为放热系数。 $\frac{\partial}{\partial x}[\varphi\hat{\rho}_s E_s(u_s - u_m)]$ 称作能量耦合项。

5.3.4 分散颗粒群内弹道两相流模型

分流法和连续混合法都是把两相或混合相当作连续介质来处理,但由于火药颗粒尺寸与不均匀度的尺寸相比是很可观的,因此把它当作连续介质处理将产生较大的误差。特别在弹丸运动以后,药粒在弹后成为流化状态,这时的颗粒群比较稀疏,有必要把火药颗粒作为一种分

散群来处理。这种模型仅把气相看作真正的连续介质,在考察火药颗粒群的运动及其能量与尺寸变化时不当作连续介质,而作为有滑移的分散颗粒群处理。颗粒相自身无湍流扩散,湍流粘性及湍流导热,颗粒群按初始尺寸分组,不按当地尺寸分组。考察各组颗粒沿其各自轨道的运动及沿轨道中由阻力或燃烧所产生的颗粒速度、温度及几何尺寸的变化,因此在拉格朗日坐标系中考察颗粒的行为。但另一方面,考察颗粒群与气相耦合作用时又把颗粒群对气相的质量、动量及能量相互作用当作某种连续分布的“物质源”、“动量源”、和“热源”,就这一意义而言,颗粒群又被当作一种具有连续性质的拟流体处理。

假设火药颗粒的几何尺寸是均一的,并服从几何燃烧定律和燃烧速度定律。显然,气相的质量、动量和能量平衡方程与(5-14),(5-20)和(5-25)式是相同的,仅需讨论固相颗粒运动及其变化经历。作为连续介质假设颗粒群质量守恒方程如(5-16)式所示,即

$$\frac{\partial}{\partial t}(A\rho_p) + (A\rho_p u_r) = -r_p \quad (5-47)$$

式中

$$\begin{aligned} \rho_p &= (1-\varphi)\hat{\rho}_p \\ r_p &= -A\hat{n}_p \frac{dM_p}{dt} = -\bar{A}_p A \hat{\rho}_p \hat{r} \end{aligned} \quad (5-48)$$

$$\hat{n}_p = \frac{\hat{\rho}_p(1-\varphi)}{M_p} \quad (5-49)$$

式中 \hat{n}_p 为颗粒数,由(5-47)和(5-48)式可以导出

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(A\bar{n}_p M_p) + \frac{\partial}{\partial x}(A\bar{n}_p M_p u_r) \\ &= M_p \left[\frac{\partial}{\partial t}(A\bar{n}_p) + \frac{\partial}{\partial x}(A\bar{n}_p u_r) \right] + A\bar{n}_p \left(\frac{\partial M_p}{\partial t} + u_r \frac{\partial M_p}{\partial x} \right) \\ &= M_p \left[\frac{\partial}{\partial t}(A\bar{n}_p) + \frac{\partial}{\partial x}(A\bar{n}_p u_r) \right] - r_p = -r_p \end{aligned}$$

则

$$\frac{\partial}{\partial t}(A\bar{n}_p) + \frac{\partial}{\partial x}(A\bar{n}_p u_r) = 0 \quad (5-50)$$

上式为颗粒数密度的连续方程,在定常情况下,则有

$$A\bar{n}_p u_r = \text{const} \quad (5-51)$$

(5-51)式表示通过某断面的单位时间的颗粒数相等。

至于颗粒群的动量方程,若忽略颗粒间应力,由(5-23b),有

$$(1-\varphi)\hat{\rho}_p \frac{du_r}{dt} + (1-\varphi) \frac{\partial p}{\partial x} = (1-\varphi)\hat{\rho}_p f_r \frac{S_p}{M_p}$$

将上式两边除以 \bar{n}_p ,可得到第 k 个颗粒动量方程,即

$$M_{pk} \frac{du_{rk}}{dt} = S_p f_{rk} - \frac{M_{pk}}{\hat{\rho}_p} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (5-52)$$

式中 f_{rk} 是单位面积相间阻力, S_p 是一颗火药的表面积。若 x_r 为第 k 个颗粒的空间坐标,则该颗粒的轨道方程为

$$\frac{d}{dx} x_r = u_{rk} \quad (5-53)$$

方程(5-52)和(5-53)式是在拉格朗日坐标系中描述颗粒运动及其变化经历的基本方程。

§ 5.4 混合装药内弹道多相流数学模型

5.4.1 基本假设

在某些大口径火炮中常常采用混合装药结构以达到特定的内弹道性能要求。为了一般起见,设有 n 种形状、尺寸及性能不同的火药混合物。这些不同品号的火药颗粒群满足以下要求:

(1)每一种品号的火药其形状尺寸保持严格一致。在火药生产中,由于工艺过程和生产条件难以保证完全相同,因此同一品号而不同批号火药的理化性能也存在着一定的差别。为了使研究问题得到简化,忽略这种差别。

(2)每一种品号的火药颗粒服从几何燃烧定律,即在所考虑的微元体内保证所有火药颗粒表面同时着火,燃烧面的各点燃速相等。

(3)火药颗粒不可压缩, $\hat{\rho}_p = \text{const}$ 。

(4)在点火及射击开始阶段考虑颗粒间应力,并认为微元体内颗粒间产生的应力在接触面上大小相等方向相反。

(5)假定各品号火药的颗粒数密度足够大,颗粒群满足连续介质条件。

(6)不考虑火药颗粒群湍流扩散、湍流粘性及湍流导热。

另外还假定由 n 种火药所构成的多相流是准一维的。除考虑相间传热以外,不计其他形式的热交换过程。

5.4.2 平衡方程

若第 i 种品号火药的体积百分数为 $\varepsilon_i (i = 1, 2, \dots, n)$, 空隙率为 φ , 则满足

$$\varphi + \sum_{i=1}^n \varepsilon_i = 1 \quad (5-54)$$

$$\varepsilon_i = \tilde{n}_p \frac{M_p}{\rho_p} = \tilde{n}_p V_p$$

式中 \tilde{n}_p 是第 i 种品号火药的颗粒数密度, V_p 是第 i 种品号火药单个颗粒的瞬时体积。根据 5.3.2 所阐述的方法,可建立以下混合装药的内弹道平衡方程。

1. 质量平衡方程

气相连续方程

$$\frac{\partial}{\partial t}(A\rho_g) + \frac{\partial}{\partial x}(A\rho_g u_g) = \bar{A}_p A \hat{\rho}_p \dot{r}_i \quad (5-55)$$

$$(i = 1, 2, \dots, n)$$

式中 \bar{A}_p 是第 i 种品号火药的比表面积,即

$$\bar{A}_p = \tilde{n}_p S_p = \frac{\hat{\rho}_p \varepsilon_i S_p}{M_p} \quad (5-56)$$

$$(i = 1, 2, \dots, n)$$

设气相总密度为 ρ_g , 与分密度有以下关系

$$\varphi \hat{\rho}_g = \rho_g = \sum_{i=1}^n \rho_{gi}$$

将(5-55)式相加,可得气相总体连续方程

$$\frac{\partial}{\partial t}(A\varphi \hat{\rho}_g) + \frac{\partial}{\partial x}(A\varphi \hat{\rho}_g u_g) = A \sum_{i=1}^n \bar{A}_n \hat{\rho}_n \dot{r}_i \quad (5-57)$$

在(5-55)和(5-56)式 $n+1$ 个方程中,只有 n 个是独立的。

同理,可建立固相连续方程

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(A\varepsilon_i \hat{\rho}_n) + \frac{\partial}{\partial x}(A\varepsilon_i \hat{\rho}_n u_n) &= -\bar{A}_n A \hat{\rho}_n \dot{r}_i \\ (i=1,2,\dots,n) \end{aligned} \quad (5-58a)$$

由于固相颗粒不可压缩,上述方程可写为

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(A\varepsilon_i) + \frac{\partial}{\partial x}(A\varepsilon_i u_n) &= -\bar{A}_n A \dot{r}_i \\ (i=1,2,\dots,n) \end{aligned} \quad (5-58b)$$

这实际上是各品号火药的体积百分数方程。

2. 动量平衡方程

气相动量平衡方程

若第 i 种品号火药颗粒的相间阻力为 f_n , 则总相间阻力为

$$f_g = \sum_{i=1}^n \bar{A}_n f_n \quad (5-59)$$

则气相动量方程为

$$\frac{\partial}{\partial t}(A\varphi \hat{\rho}_g u_g) + \frac{\partial}{\partial x}(A\varphi \hat{\rho}_g u_g^2) + A\varphi \frac{\partial p}{\partial x} = -A f_g + A \sum_{i=1}^n \bar{A}_n \hat{\rho}_n \dot{r}_i u_n \quad (5-60)$$

或写成非守恒形式

$$\varphi \hat{\rho}_g \frac{du_g}{dt} + \varphi \frac{\partial p}{\partial x} = -f_g + \sum_{i=1}^n \bar{A}_n \hat{\rho}_n \dot{r}_i (u_n - u_g) \quad (5-61)$$

同理,可得到 n 个固相动量方程

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(A\varepsilon_i \hat{\rho}_n u_n) + \frac{\partial}{\partial x}(A\varepsilon_i \hat{\rho}_n u_n^2) + A\varepsilon_i \frac{\partial p}{\partial x} + A \frac{\partial}{\partial x}(\varepsilon_i R_i) &= -A \bar{A}_n \hat{\rho}_n \dot{r}_i u_n + A \bar{A}_n f_n \\ (i=1,2,\dots,n) \end{aligned} \quad (5-62)$$

式中 R_i 是第 i 种火药的颗粒间应力。非守恒形式的固相动量方程为

$$\varepsilon_i \hat{\rho}_n \frac{du_n}{dt} + \varepsilon_i \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}(\varepsilon_i R_i) = \bar{A}_n f_n \quad (i=1,2,\dots,n) \quad (5-63)$$

非守恒形式的固相动量方程中不存在由火药燃烧而产生的变质量力的源项。

3. 气相能量平衡方程

设 e_g 为 n 种火药燃烧而生成混合气体的内能。仅考虑相间传热过程,不计及其它能量形式的损失。于是能量方程为

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}[A\varphi \hat{\rho}_g (e_g + \frac{u_g^2}{2})] + \frac{\partial}{\partial x}[A\varphi \hat{\rho}_g u_g (e_g + \frac{p}{\rho_g} + \frac{u_g^2}{2})] + p \frac{\partial}{\partial t}(A\varphi) \\ = -A \sum_{i=1}^n \bar{A}_n \hat{\rho}_n f_n u_n - A \sum_{i=1}^n \bar{A}_n q + A \sum_{i=1}^n \bar{A}_n \hat{\rho}_n \dot{r}_i (E_n + \frac{p}{\rho_n} + \frac{u_n^2}{2}) \end{aligned} \quad (5-64)$$

式中 E_n 是第 i 种品号火药燃烧释放出的化学能,可表示为

$$E_{pi} = \frac{f_i}{k_i - 1}$$

f_i 是火药力, k_i 是绝热指数。若在燃烧过程中火药气体的组分不变, f_i 和 k_i 均可视为常数, 因此 E_{pi} 也为常数。

非守恒形式能量方程为

$$\begin{aligned} \varphi \hat{\rho}_g \frac{de_g}{dt} + \varphi p \frac{du_g}{dx} + p \frac{d\varphi}{dt} = \sum_{i=1}^n A_{pi} f_{pi} (u_g - u_{pi}) - \sum_{i=1}^n \bar{A}_{pi} q \\ + \sum_{i=1}^n \bar{A}_{pi} \hat{\rho}_{pi} r_i [E_{pi} + \frac{p}{\rho_{pi}} - e_g + \frac{1}{2} (u_g^2 - u_{pi}^2)] \quad (5-65) \end{aligned}$$

以上总共有的 $3n + 2$ 个平衡方程。在实际当中应用最多的是两种火药的混合。如 122mm 和 152mm 榴弹炮, 130mm 加农炮的 2[#]、3[#]、4[#] 装药, 均为两种火药的混合。在这种情况下有八个平衡方程。

§ 5.5 辅助方程

为了使内弹道两相流基本方程构成一个封闭的方程系, 除平衡方程以外, 还要根据两相物质的物理化学特性, 两相间的质量、动量和能量输运的条件构造出必要的辅助方程。它们包括:

- (1) 由于惯性和粘性的作用在气体和颗粒之间产生的相互作用的阻力;
- (2) 高温火药气体向火药颗粒能量输运的相间热传导;
- (3) 火药颗粒相互挤压而产生的颗粒间应力;
- (4) 高温高压气体状态方程;
- (5) 以当地压力函数表示的火药燃烧速率;
- (6) 根据几何燃烧定律确定形状函数;
- (7) 点火准则及火药颗粒表面温度。

5.5.1 相间阻力

火药颗粒在膛内随燃气运动过程中, 由于存在粘性以及两相间的相对运动, 因而产生相间阻力。在推导动量方程时, 曾引入阻力项 f_r , 它表示单位湿润面积的相间阻力。在非稳态情况下, 应考虑到由加速而引起的附加质量效应, 所以阻力一般公式为

$$\bar{A}_r f_r = f_r + \beta \hat{\rho}_g (1 - \varphi) \left(\frac{du_g}{dt_g} - \frac{du_r}{dt_r} \right) \quad (5-66)$$

式中 f_r 表示稳态条件下单位体积相间阻力; β 为有效质量系数, 对于孤立球, $\beta = 0.5$, 对于颗粒群, 虽然由布也维奇 (Buyevich) 和朱伯 (Zuber) 提出 β 的建议值, 然而只是一种推测, 因此只讨论稳态条件下固定床和流化床的阻力公式。

1. 固定床相间阻力

在点火及内弹道循环的起始阶段, 这时弹丸运动速度很小, 而弹后空间火药的装填密度却又很大, 可以按固定床的条件确定其相间阻力。厄岗 (Ergun) 研究了由直径为 d 的球形颗粒所组成的固定床阻力关系。他根据空隙率在 0.40~0.65 这一范围内的实验结果, 给出以下的阻

力公式

$$f_s = \frac{\Delta p}{L} g_c = 150 \frac{(1-\varphi)^2}{\varphi^3} \frac{\mu_f u_0}{d_p^2} + 1.75 \frac{1-\varphi}{\varphi^3} \frac{\rho u_0^2}{d_p} \quad (5-67)$$

式中 L 是床的长度, Δp 是气体通过固定床的压力降, g_c 是换算因子, u_0 是实验时的来流速度, μ_f 为粘性系数。引入雷诺数 $R_{e,r}$ 后(5-67)式可表示为

$$f_s = \frac{1-\varphi}{d_p} |u_g - u_r| (u_g - u_r) \hat{\rho}_g \left\{ 1.75 + 150 \frac{1-\varphi}{\varphi R_{e,r}} \right\} \quad (5-68)$$

式中有效直径 d_p 和雷诺数 $R_{e,r}$ 分别为

$$d_p = 6 \frac{M_p}{\rho_p S_p} = 6 \frac{V_p}{S_p} \quad (5-69)$$

$$R_{e,r} = \frac{\hat{\rho}_g |u_g - u_r| d_p}{\mu_f} \quad (5-70)$$

(5-67)式第一项表示与粘性有关的阻力,第二项表示与动能损失有关的阻力。在低雷诺数下($R_{e,r} < 20$),以粘性项为主;在高雷诺数条件下,当 $R_{e,r} > 1000$ 时,仅需考虑其动能损失项。在火炮膛内两相流动过程中,一般情况下雷诺数 $R_{e,r} > 10^5$,所以粘性阻力可以忽略。必须指出:厄岗公式仅在雷诺数小于 4000 的情况下才是正确的。在更高雷诺数条件下对球颗粒所测得的结果要比(5-66)式预测值小一些。但对惰性多孔圆柱形药柱颗粒床中瞬变流动的一些测量结果,与(5-66)式预测值之间得到较好的一致性。用于内弹道射击现象的模型中能得到部分的满足。

2. 流化床阻力公式

当弹丸在膛内不断加速运动时,弹后的火药床变成松散状态。由于流化作用,阻力将有所减小。在这种条件下,通常采用考虑弯曲因子的安德生(Anderssen)公式,即

$$\frac{f_s}{[(1-\varphi)/d_p] |u_g - u_r| (u_g - u_r) \hat{\rho}_g} = \begin{cases} 1.75 & \varphi \leq \varphi_0 \\ 1.75 \left(\frac{1-\varphi}{1-\varphi_0} \frac{\varphi_0}{\varphi} \right)^{0.4} & \varphi_0 < \varphi \leq \varphi_1 \\ 0.3 & \varphi_1 < \varphi \leq 1 \end{cases} \quad (5-71)$$

式中 $\varphi_1 = \{1 + 0.02[(1-\varphi_0)/\varphi_0]\}^{-1}$, φ_0 表示稳定空隙率,即火药自然装填后所表现出的空隙率。 φ_1 表示相间阻力被流化为单颗粒数值时的空隙率。

文献[49]给出以下的由圆柱形多孔火药组成的颗粒床摩擦系数 C_f 实验关系

$$C_f = \begin{cases} C_{fz} & \varphi \leq \varphi_0 \\ C_{fz} \left(\frac{1-\varphi}{1-\varphi_0} \frac{\varphi_0}{\varphi} \right)^{0.21} & \varphi_0 < \varphi \leq 0.97 \\ 0.45 & 0.97 < \varphi \leq 1 \end{cases} \quad (5-72)$$

式中

$$C_{fz} = \begin{cases} 0.31(\lg Rep)^2 - 2.551 \lg Rep + 6.4 & Rep < 2 \times 10^4 \\ 1.10 & Rep \geq 2 \times 10^4 \end{cases}$$

5.5.2 相间热传导

高温的火药气体流过火药表面时要发生强烈的热量交换。这种气相和固相之间的热量传递的方式主要是对流换热。辐射换热比对流换热要小得多,因此可以忽略。通常用比热流 q 来

表示对流换热的强度,它表示在单位时间内通过单位等温面传递的热量。根据传热学的知识,对流换热可表示为

$$q = h(T_g - T_{ps}) \quad (5-73)$$

式中 T_{ps} 是火药表面的温度; h 是放热系数,它是努塞尔(Nusselt)数的函数,即

$$Nu_p = \frac{hd_p}{k_f} \quad (5-74)$$

式中 k_f 是火药气体的导热系数, d_p 是火药有效直径。以下分别讨论固定床和流化床条件下的努塞尔数。

1. 固定床条件下的努塞尔数

由埃克尔特(Eckert)和德雷克(Drake)给出修正的丹顿(Denton)关系式,即

$$Nu_p = 0.4 Re_p^{0.7} Pr^{1/3} \quad (5-75)$$

式中 Pr 和 Re_p 分别为普朗特(Prandtl)数和雷诺(Reynolds)数。并可表示为

$$Pr = \frac{4k}{9k - 5} \quad (5-76)$$

$$Re_p = \frac{\hat{\rho}_g |u_g - u_t| d_p}{\mu_f} \quad (5-77)$$

其中 k 是火药气体的比热比; μ_f 是粘性系数。(5-76)式是欧肯(Eucken)考虑到分子内部结构效应,给出多原子气体普朗特数的粗略计算公式。粘性系数 μ_f 可以根据刚球弱引力场分子模型的萨瑟兰(Sutherland)定律来计算,即

$$\frac{\mu_f}{\mu'_f} = \left(\frac{T}{T'} \right)^{\frac{1}{2} + \frac{\chi}{T'}} \quad (5-78)$$

式中 μ'_f 是某个参考温度 T' 下的粘性系数, χ 是常数,对于吸引力为负时, χ 是正值。由实验确定这些常数后,对于某些气体,如氧、氮等气体,用该式计算的结果是比较满意的。一般情况下,参考温度 $T' = 273K$,这时对一些气体的 χ 和 μ'_f 值如表 5-1。

表 5-1 一些气体的 χ 和 μ'_f 值

气体种类	H ₂	H ₂ O(汽)	CO	CO ₂	N ₂	空气
χ	75	673	102	250	107	122
$\mu / (g \cdot km^{-1} \cdot s^{-1})$	8.487	8.526	16.533	13.740	16.738	17.200

对于混合气体

$$\mu_f = \frac{\sum_{i=1}^n \mu_{fi} n_i}{\sum_{i=1}^n n_i} \quad (5-79)$$

式中 n_i 为某气体成分物质量。

文献[47]利用改进的恩斯科克(D. Enskog)理论,根据简单混合规则,给出火药燃烧混合气体的粘性系数计算公式

$$\mu_f = \frac{17.7T^{\frac{3}{2}}}{360 + T} + \frac{p^{(1+5.675+10^{-2}\frac{T}{2})}}{2.9 \times 10^{-2}T - 6.8} \quad (5-80)$$

式中, T 是温度(K), p 是压力(atm), μ_f 的单位是微泊(μP)。它与工程单位制和国际单位制有下述关系:

$$1\mu P = 10^{-6} \text{g}/(\text{cm} \cdot \text{s}) = 10^{-7} \text{Pa} \cdot \text{s}$$

(5-80)式的适用范围: $1000\text{K} \leq T \leq 3000\text{K}$, $1000 \leq p \leq 4000\text{atm}$ 。

导热系数 k_f 可按普朗特数计算, 即

$$Pr = \frac{c_p \mu_f}{k_f} \quad (5-81)$$

若已知气体的定压比热, 由(5-76)和(5-78)式计算出 Pr 和 μ_f 之后, 由(5-81)式计算出 k_f 。

2. 流化床条件下的努塞尔数

对于流化床, 通常采用格尔培林(Gelperin)-爱因斯坦(Einsten)公式, 即

$$Nu_p = 0.4 Re_p^{\frac{2}{3}} Pr^{\frac{1}{3}} \quad (5-82)$$

郭建议采用罗威(Rowe)-克拉克斯科(Claxlon)公式

$$Nu_p = \frac{1}{1 - (1 - \varphi)^{\frac{1}{3}}} + \frac{0.35}{\varphi} Pr^{\frac{1}{3}} Re_p^m \quad (5-83)$$

式中

$$m = \frac{0.6667 + 1.55 Re_p^{-0.28}}{4.65 Re_p^{0.28} + 1}$$

该式的雷诺数范围为 $10 < Re_p < 10^7$ 。

5.5.3 颗粒间应力

在颗粒群相当稠密的情况下, 除了考虑颗粒与流体的相互作用外, 还要考虑到由于颗粒间相互碰撞和挤压而产生的颗粒间应力。在膛内射击开始阶段的点火传火过程中, 这时火药的颗粒密度数都比较大。在点火激励以及火药气体作用下, 对火药床产生强烈的压缩, 虽然假设火药颗粒不可压缩, 但整个火药床仍将发生变形和相对运动, 药粒间就会产生相互作用的应力 R 。一般情况下颗粒间应力是空隙率 φ 、颗粒的几何和尺寸以及颗粒材料机械性能的函数。如果取定某种几何形状尺寸的颗粒, 则颗粒间应力表示为单一的空隙率的函数, 即

$$R = R(\varphi)I \quad (5-84)$$

式中 I 是两阶单位张量。为了求得颗粒间应力, 首先讨论稠密颗粒群的声速。

1. 稠密颗粒群声速

稠密颗粒床在外界压力作用下, 由于颗粒间存在着间隙, 颗粒床受到压缩而发生变形。这种受压的状态以一种扰动的形式沿着颗粒床逐层的传递。类似于气相的声速概念。将这种在颗粒床中弱扰动传播的速度称为稠密颗粒群声速。若把火药床看成一种连续的弹性介质, 可以由火药床的一维波动方程确定稠密颗粒群声速。对火药床提出以下假设:

- (1) 火药颗粒不可压缩, $\hat{\rho}_p = \text{const}$;
- (2) 空隙率均匀分布, $\partial\varphi/\partial x = 0$;
- (3) 应力和应变满足线性关系, 即

$$\sigma_r = E_r \varepsilon \quad (5-85)$$

式中 E_r 为火药床的压缩模量。

设火药床长为 L , 容积为 V_0 , 断面积为 A , 装药质量为 ω , 体密度为 ρ_r (即装填密度), 如图 5-6 所示。 σ_r 、 ε 、 u 及 v 分别表示火药床的应力、应变、纵向位移和速度。初始空隙率 φ_0 为

$$\varphi_0 = \frac{V_0 - \frac{\omega}{\rho_r}}{V_0} = 1 - \frac{\Delta}{\rho_r} \quad (5-86)$$

式中 Δ 为装填密度, 即

$$\Delta = \rho_r = \frac{\omega}{V_0}$$

若药床被压缩 ΔL , 这时所对应的空隙率为

$$\varphi = \frac{V_0 - A\Delta L - \frac{\omega}{\rho_r}}{V_0 - A\Delta L} = 1 - \frac{\Delta}{\rho_r(1-\varepsilon)} \quad (5-87)$$

式中 $\varepsilon = \Delta L/L$ 。

由(5-86)和(5-87)可得应变 ε 和空隙率 φ 的如下关系

$$\varepsilon = \frac{\varphi_0 - \varphi}{1 - \varphi_0} \quad (5-88)$$

根据微元体平衡条件, 则有

$$A_r \left[\left(\sigma_r + \frac{\partial \sigma_r}{\partial x} \Delta x \right) - \sigma_r \right] = \rho_r A \Delta x \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

式中 $A_r = (1 - \varphi)A$ 。上式可简化为

$$(1 - \varphi) \frac{\partial \sigma_r}{\partial x} = \rho_r \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

根据

$$\frac{\partial u}{\partial t} = v$$

则

$$(1 - \varphi) \frac{\partial \sigma_r}{\partial x} = \rho_r \frac{\partial v}{\partial t} \quad (5-89)$$

由连续性条件

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \quad (5-90)$$

于是根据(5-89)和(5-90)式消去 v , 可得

$$(1 - \varphi) \frac{\partial^2 \sigma_r}{\partial x^2} = \rho_r \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial t^2} \quad (5-91)$$

再由假设(3), 两边对 t 求导数, 则有

$$\frac{\partial^2 \sigma_r}{\partial t^2} = E_r \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial t^2}$$

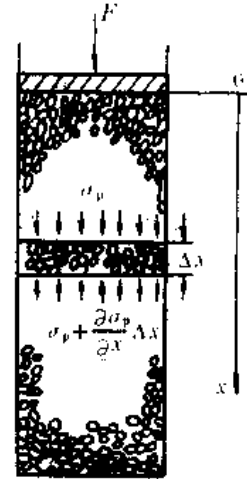


图 5-6 火药床示意图

(5-91)式可写成

$$\frac{(1-\varphi)E_p}{\rho_p} \frac{\partial^2 \sigma_p}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \sigma_p}{\partial t^2}$$

令

$$a^2 = \frac{(1-\varphi)E_p}{\rho_p} = \frac{E_p}{\rho_p} \quad (5-92)$$

波动方程最后形式为

$$a^2 \frac{\partial^2 \sigma_p}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \sigma_p}{\partial t^2} \quad (5-93)$$

(5-92)式中的 a 即表示颗粒群声速。该式与索珀(Soper) 所给出的声速公式有所不同,在他的公式中的密度不是物质密度 $\hat{\rho}_p$,而是体密度 ρ_p 。差别产生的主要原因是在索珀的推导中,没有考虑颗粒床的空隙率所致。

高夫根据类似于气相弱扰动传播速度的概念,用动量方程和连续方程推导固相颗粒群的声速公式。设颗粒床的横断面积为 A ,颗粒所占的面积为 A_p ,密度为 $\hat{\rho}_p$ 。 dR 表示颗粒间应力的增量, a 表示扰动在颗粒床中传播速度,如图 5-7 所示。在扰动扫过的区域,颗粒床速度为 du_p ,扰动未达到的区域 $u_p = 0$ 。扰动自左向右传播。把坐标取在波阵面上,并取图 5-7 所示的控制体。这时相当于颗粒的质量流分别以 a 和 $a - du_p$ 流入和流出控制体。由动量方程,则

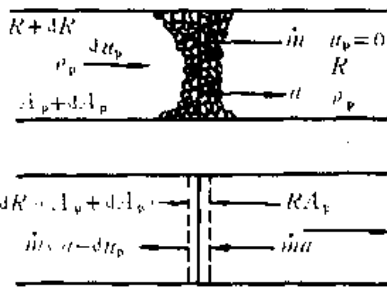


图 5-7 弱扰动的传播

$$-RA_p + (R + dR)(A_p - dA_p) = \dot{m}[-(a - du_p)] - \dot{m}(-a)$$

考虑到 $A_p/A = 1 - \varphi$, 上式可改写成

$$dR(1 - \varphi) = \dot{m} \frac{du_p}{A} = \hat{\rho}_p A_p a \frac{du_p}{A} = \hat{\rho}_p (1 - \varphi) a du_p \quad (a)$$

再根据连续方程

$$\hat{\rho}_p A_p a = \hat{\rho}_p (A_p + dA_p)(a - du_p)$$

或

$$du_p = a \frac{dA_p}{A_p} = a \frac{d(1 - \varphi)}{1 - \varphi} \quad (b)$$

由 (a) 和 (b) 式可得

$$d[R(1 - \varphi)] = \hat{\rho}_p a^2 d(1 - \varphi) = a^2 d(1 - \varphi) \hat{\rho}_p$$

则得

$$a^2(\varphi) = \frac{d[R(\varphi)(1 - \varphi)]}{d[\rho_p(1 - \varphi)]}$$

或

$$a(\varphi) = \sqrt{-\frac{1}{\rho_p} \frac{d[R(\varphi)(1 - \varphi)]}{d\varphi}} \quad (5-94)$$

如果已知 $a(\varphi)$ 的变化规律,则可以通过上式确定颗粒间应力 $R(\varphi)$ 。在不同的空隙率下, a 可以用以下公式来表示

$$a(\varphi) = \begin{cases} a_1(\varphi_0/\varphi) & \varphi \leq \varphi_0 \\ a_1 \exp[-K(\varphi - \varphi_0)] & \varphi_0 < \varphi \leq \varphi_* \\ 0 & \varphi \geq \varphi_* \end{cases} \quad (5-95)$$

其中 φ_0 是堆积空隙率,即在药粒自然装填时所具有的空隙率值。对于七孔火药, φ_0 约为 0.4 左右。 K 叫做应力衰减因子,而 φ_* 表示当空隙率大于该值时 $a(\varphi) = 0$ 的数值。 φ_* 和 φ_0 的关系可表示为

$$\varphi_* = \varphi_0 + 0.1513 \quad (5-96)$$

a_1 是当 $\varphi = \varphi_0$ 时 a 的数值。对于美国 NACO 火药,索珀测得 $a \approx 426.7 \text{ m/s}$ 。 $a(\varphi)$ 随 φ 的变化规律如图 5-8 所示。当 $\varphi \leq \varphi_0$ 时, a 与 φ 之间呈反比关系。当 $\varphi_0 < \varphi \leq \varphi_*$ 时,呈指数衰减关系变化。由于 K 值比较大,一般情况下, $K = 45$,所以随着 φ 的增大, a 很快下降到零。

2. 颗粒间应力

根据(5-94)式,即可求出颗粒间应力的计算公式。现分两种情况:

(1) 密实床的范围, $\varphi \leq \varphi_0$ 。将(5-95)式积分,则有

$$\begin{aligned} - \int_{\varphi_0}^{\varphi} d[(1-\varphi)R(\varphi)] &= \hat{\rho}_p a_1^2 \int_{\varphi_0}^{\varphi} \left(\frac{\varphi_0}{\varphi}\right)^2 d\varphi \\ - [(1-\varphi)R(\varphi)] \Big|_{\varphi_0}^{\varphi} &= - \hat{\rho}_p a_1^2 \varphi_0^2 \frac{1}{\varphi} \Big|_{\varphi_0}^{\varphi} \end{aligned}$$

当 $\varphi = \varphi_0$ 时,这时 R 等于气相压力 p ,因此上式应为

$$- (1-\varphi_0)p + (1-\varphi)R(\varphi) = - \hat{\rho}_p a_1^2 \varphi_0^2 \left(\frac{1}{\varphi} - \frac{1}{\varphi_0}\right)$$

整理后得

$$R(\varphi) = - \frac{\hat{\rho}_p a_1^2}{1-\varphi} \frac{\varphi}{\varphi_0} (\varphi - \varphi_0) + \frac{1-\varphi_0}{1-\varphi} p \quad (5-97)$$

由(5-97)式看出,颗粒间应力由两部分组成,第一部分是由颗粒间法向受力而产生的法向应力,即为公式第一项所表示的。第二部分是由流体静压 p 所产生的颗粒间应力。然而对固相颗粒来说, p 在颗粒内没有定义,即 $p = 0$ 。因此时对于固相颗粒,颗粒间应力为

$$R(\varphi) = - \frac{\hat{\rho}_p a_1^2}{1-\varphi} \frac{\varphi}{\varphi_0} (\varphi - \varphi_0) \quad (5-98)$$

由(5-98),上式又可表示为

$$R(\varphi) = \hat{\rho}_p a_1^2 \varepsilon \frac{\varphi}{\varphi_0} \quad (5-99)$$

如果颗粒是液滴或是气泡,则 p 有定义,这应由(5-97)式计算颗粒间应力。

(2) 颗粒分散情况, $\varphi_0 < \varphi < \varphi_*$ 。在这种条件下,则有

$$- [(1-\varphi)R(\varphi)] \Big|_{\varphi_0}^{\varphi} = \hat{\rho}_p a_1^2 \int_{\varphi_0}^{\varphi} e^{-2K(\varphi-\varphi_0)} d\varphi$$

整理后得

$$R(\varphi) = \frac{\hat{\rho}_p a_1^2}{2K(1-\varphi)} [1 - e^{-2K(1-\varphi)}] \quad (5-100)$$

很显然,当 $\varphi \rightarrow 1$ 时, $R(\varphi) \rightarrow 0$ 。

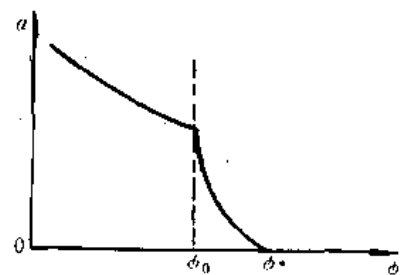


图 5-8 a 随 φ 变化曲线

3. 颗粒间应力的测定

郭等人曾用一个专门的装置来测定密集火药床的颗粒间应力。由不同的火药尺寸所测的实验结果如图 5-9 所示。图中的 Ku 称为无量纲密实参数, 即

$$Ku = \sqrt{\frac{\varphi_0 - \varphi}{\varphi_0}} \varphi_0^{0.75} \quad (5-101)$$

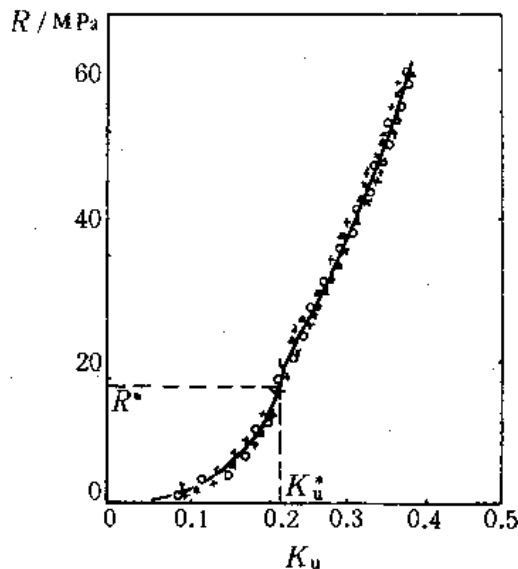


图 5-9 颗粒间应力与 Ku 的关系

它与火药的形状尺寸有关。如果火药的尺寸小, 则起始的装填密度就大, 因而 φ_0 就小。反之, φ_0 则大。从图 5-9 中看出, 在 $Ku = Ku^*$ 处存在着一个拐点。索珀和艾登(Eaton)认为是由密实过程的变化而引起的。火药颗粒压缩到一定程度以后, 成为均匀的粘弹介质, 整个火药床的机械性能发生明显的变化, 因此形成这种拐点现象。

对于美国 WC-870 和 WC-846 两种火药测得的颗粒间应力和 Ku 的关系如下

WC-870 火药

$$\bar{R} = \begin{cases} \left(\frac{Ku}{0.216} \right)^{3.759} & Ku \leq 0.216 \\ 1 + 10.194\varphi_0^{1.533} \left(\frac{Ku - 0.216}{\varphi_0^{0.75} - Ku} \right)^{0.603} & Ku > 0.216 \end{cases} \quad (5-102)$$

式中 $\bar{R} = R/R^*$, $R^* = 14.5 \text{ MPa}$, $Ku^* = 0.216$

WC-846 火药

$$\bar{R} = \begin{cases} \left(\frac{Ku}{0.216} \right)^{3.181} & Ku \leq 0.216 \\ 1 + 11.475\varphi_0^{1.533} \left(\frac{Ku - 0.216}{\varphi_0^{0.75} - Ku} \right)^{0.882} & Ku > 0.216 \end{cases} \quad (5-103)$$

式中 $R^* = 22.32 \text{ MPa}$ 。

最近, 作者通过测定火药床压缩模量的方法给出比较实用的颗粒间应力计算公式。火药床的压缩装置如图 5-10 所示。在钢质的容器内放入被测试火药。为了安全和排出空气, 在容器壁上开有若干小孔。外力通过力传感器, 再由活塞传递给火药床。活塞上装有位移传感器, 记录活塞的位移, 得到的信息通过放大, 送到记录装置输出力与位移曲线。

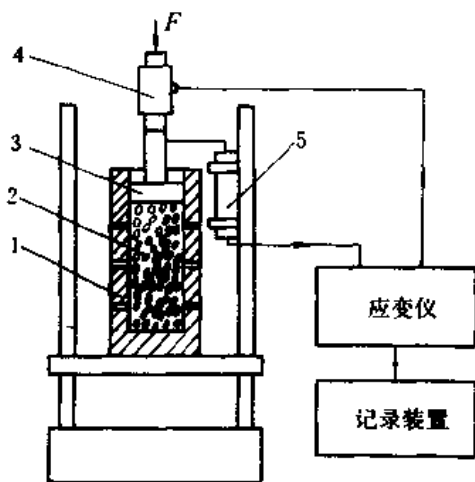


图 5-10 压缩模量测试系统

图 5-11 和 5-12 分别是 6/7 火药和 7/14 火药在不同温度条件的力和位移曲线。从实验曲线看出：在起始压缩阶段，由于火药床比较疏松、均匀性差，力与位移的关系近似于二次曲线。随着压缩加大，药床逐渐趋于致密状态和均匀化，力位移关系近似于正比关系。当外力增大到一定程度后，压缩曲线又开始偏离直线。由此可见，药床压缩过程大致可分为三个阶段：

(1) 由无规则排列的火药颗粒所组成的疏松药床，在外力作用下重新排列使药床趋于致密和均匀化。

(2) 火药颗粒挤入药床中的间隔，这时药粒与药粒基本上是点接触，药粒的局部表面上有压痕，药床的空隙不断减小。

(3) 药粒发生明显的变形或碎裂，并逐渐地填满药床的空隙，使空隙趋于零，整个药床成为均匀的粘弹体。

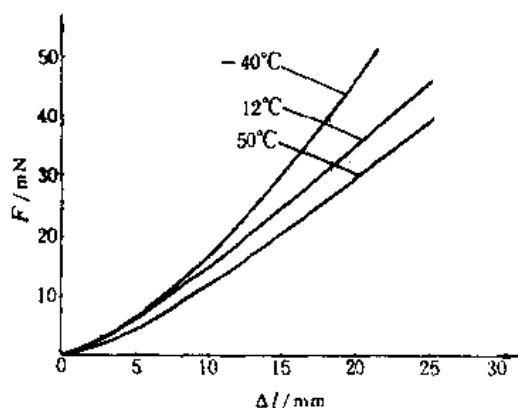


图 5-11 6/7 火药在不同温度下的力和位移曲线

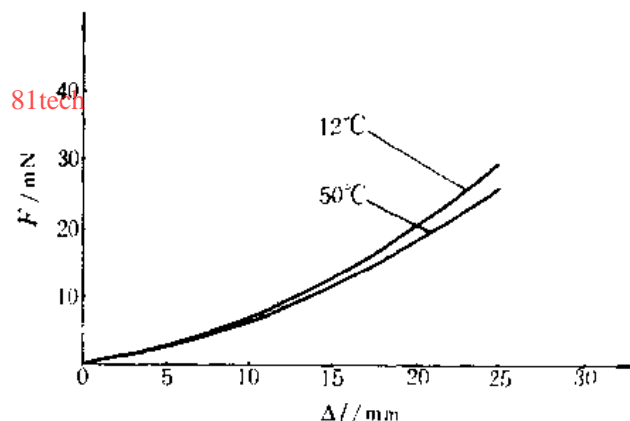


图 5-12 7/14 火药在不同温度下的力和位移曲线

药床的初温对压缩曲线有很大的影响，高温下火药床容易压缩，低温下火药床则难以压缩，这也是低温条件下药粒容易压碎以及形成大振幅压力波的原因之一。火药颗粒的形状及大小对压缩过程也有明显的影响，大颗粒所组成的药床有较大的空隙率，药粒容易挤入药床中的间隙，因此整个药床容易变形，小颗粒火药则相反。在相同的弹道条件下，采用大颗粒火药可以减小压力波。

根据火药床的压缩曲线，把它换算为颗粒间应力和空隙率的关系曲线，如图 5-13 和 5-14 所示。图中表示不同初温对颗粒间应力的影响。随着空隙率的减小，初温对颗粒间的影响特别显著。同时表明，颗粒的形状尺寸对颗粒间应力也有很大的影响。将实验曲线经过最小二乘法拟合合成以下公式。

$$R = - \frac{E_p}{1 - \varphi_0} \frac{\varphi}{\varphi_0} (\varphi - \varphi_0) \exp[a_0 + a_1(\varphi - \varphi_1)] \quad (5-104)$$

式中 φ_0 为起始空隙率， φ_1 、 a_1 和 a_0 为拟合常数，由下表所示。

表 5-2 12℃条件下各参数值

参 数 \ 装 药	6/7	7/14
E_p/MPa	276	176
φ_0	0.3914	0.4646
φ_1	0.2825	0.3433
α_0	0.058	0.1925
α_1	-14.19	-13.13

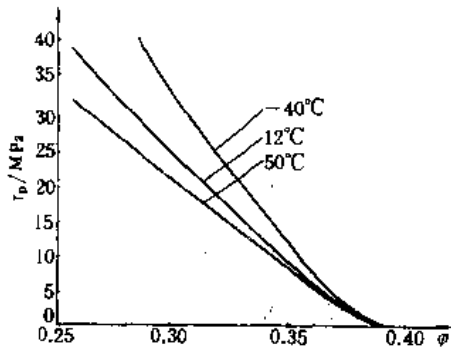


图 5-13 6/7 火药床颗粒间应力曲线

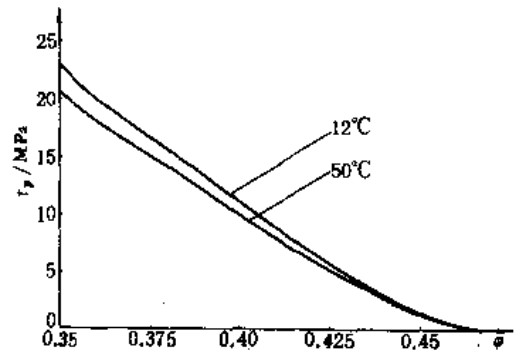


图 5-14 7/14 火药床颗粒间应力曲线

(5-104)式中的 E_p 是火药床压缩模量,它与初温的关系由图(5-15)所示。初温高,火药变软, E_p 值减小。初温低,火药变硬, E_p 值增大。它与初温之间近似于线性关系。

5.3.4 状态方程

关于气相状态方程,在内弹道高温高压条件下通常采用诺贝尔-阿贝尔状态方程,即

$$p\left(\frac{1}{\rho_g} - \alpha\right) = RT_g \quad (5-105)$$

或

$$e_g = \frac{p}{\rho_g(k-1)}(1 - \alpha\hat{\rho}_g) \quad (5-106)$$

式中 e_g 是气相比内能, k 是比热比, α 是火药气体余容。其

中 k 和 α 均作为常数来处理。

库克(Cook)在对爆炸过程气体密度测量的基础上,假设余容仅仅是密度的函数,忽略分子间的吸引力,给出以下的状态方程

$$p\left[\frac{1}{\rho_g} - \alpha(\hat{\rho}_g)\right] = RT_g \quad (5-107)$$

或

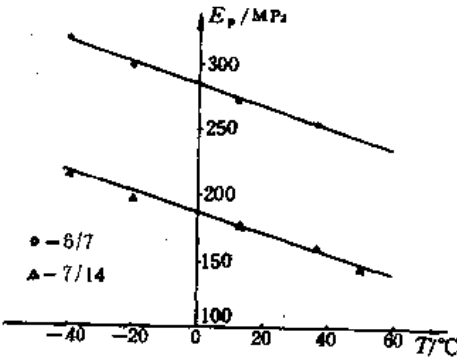


图 5-15 压缩模量与初温关系曲线

$$\frac{pv_g}{RT_g} = \frac{1}{1 - \hat{\rho}_g \cdot a(\hat{\rho}_g)} = f(\hat{\rho}_g) \quad (5-108)$$

余容和密度的关系如表 5-3 所示。从表中看出:当密度较小的情况下,很接近于理想气体,当 $\hat{\rho}_g > 1.25$ 时,非理想气体效应就相当显著。余容和密度的函数关系可以拟合为以下的经验公式

$$a(\hat{\rho}_g) = e^{-0.4\hat{\rho}_g} \quad (\hat{\rho}_g < 2.0 \text{ g/cm}^3) \quad (5-109)$$

关于固相状态方程,根据颗粒不可压缩的假设,固相密度为常数,即

$$\hat{\rho}_r = \text{const} \quad (5-110)$$

表 5-3 余容与密度的函数关系

$\hat{\rho}_g (\text{g/cm}^3)$	$a(\hat{\rho}_g) (\text{cm}^3/\text{g})$	$p_g/RT_g = f(\hat{\rho}_g)$
0.005	0.998	1.005
0.01	0.996	1.010
0.05	0.980	1.052
0.10	0.961	1.106
0.50	0.819	1.693
1.00	0.670	3.033
1.50	0.549	5.657

在极高的压力下(如对燃烧转爆轰的研究),固相可压缩性变得非常重要。对于可压缩固相密度的关系可以表示为压力的函数,即

$$\hat{\rho}_r = \hat{\rho}_r^{\text{ch}}(p) \quad (5-111)$$

较为实用的公式是泰特(Tait)压缩方程

$$p = \frac{\hat{\rho}_{r0} a_0^2}{n_t} \left[\left(\frac{\hat{\rho}_r}{\hat{\rho}_{r0}} \right)^{n_t} - 1 \right] \quad (5-112)$$

式中 $\hat{\rho}_{r0}$ 是固相起始密度, a_0 是固相起始声速, n_t 是常数。对于压缩爆炸, $n_t = 3$ 。

模拟由于压缩使颗粒形状变化是很困难。如果保持质量守恒,压力增大引起固相密度增加对其颗粒体积的变化是有限的。颗粒直径的减小明显地依赖固相的物质性质,特别是它的体积模量。

5.5.5 燃烧速率

稳态的燃烧速率通常采用指数燃烧定律的形式,即

$$\dot{r} = b + \bar{u}_1 p' \quad (5-113)$$

或

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\dot{r}}{\delta_1}$$

式中 $z = \delta/\delta_1$, δ_1 是火药厚度的一半, δ 是任意瞬间燃去的火药厚度。常数 b 、 \bar{u}_1 是燃烧速度系数, n 是燃速指数,它们的数值可由密闭爆发器实验来测定。

在气相和固相的相对速度比较大的情况下,侵蚀燃烧作用必须要加以考虑。应用较为广泛的公式是勒努瓦(Lenoir)—罗必雷特(Robilland)的半经验的燃速公式

$$\dot{r} = \bar{u}_1 p^n + K_s \exp \left(- \frac{\beta \hat{\rho}_s d_p}{\hat{\rho}_g |u_g - u_r|} \right) \quad (5-114)$$

式中 h 是对流放热系数, 可由 (5-83) 式确定。 K_e 和 β 是侵蚀燃烧常数, 由实验确定, 可取 $\beta = 105$, $K_e = 0.1(\text{cm}^\circ\text{C}/\text{cal})$ 。

5.5.6 形状函数

由几何燃烧定律的假设可以得到相对燃烧面积 σ 和相对燃烧体积的关系式 ψ 的关系式。分别表示为

$$\sigma = \frac{S_z}{S_1} = 1 + 2\lambda z + 3\mu z^2 \quad (5-115)$$

$$\psi = \left(1 - \frac{M_z}{M_1}\right) = \lambda z(1 + \lambda z + \mu z^2) \quad (5-116)$$

式中 S_1 和 M_1 分别为一颗火药的起始燃烧面积和起始的质量。 S_z 和 M_z 分别为任意瞬间的燃烧面积和未燃烧的一颗火药的质量。

5.5.7 点火准则和火药表面温度

目前, 有关火药点火机理的说法是各种各样的, 归纳起来可分为气相点火、固相点火、界面点火及两相点火理论。而不同的点火理论所提出的点火准则也是不同的。有的采用体平均点火能量准则, 认为通过对流传热使固相火药获得某个预定的能量值, 则火药表面即开始燃烧而生成气体。这个典型的点火能量值, 克莱尔(Krier)等人取 6.0kJ/kg 。若按下式来计算点火能量

$$E_i = c_v(T_{pi} - T_0)$$

式中 c_v 是火药定容比热, T_{pi} 点火温度, T_0 是火药初温。一种典型的火药定容比热为 $1.8711\text{kJ/kg} \cdot \text{K}$ 。若火药的初温为 20°C , 则有效的点火温度约 5°C 左右。

然而, 大多数工程计算采用着火点温度作为判别火药着火的准则。这种点火准则认为, 一旦火药颗粒表面温度达到着火温度时火药即被点燃, 这是一种相当直观的假设。当然也可以表示类似气相能量方程, 建立固相体积平均温度所表示的固相能量方程, 然而整个点火过程相当短促, 火药又是一种导热性很差的物质, 火药表面的温度梯度相当的大。因此, 完全可以近似地当作半无穷大平板的传热问题来处理, 即使由固相能量方程求得体积平均温度, 但对于判别火药是否着火并没有直接关系。根据火药颗粒不可压缩的假设, 也没有必要建立固相能量方程, 而只需要建立起不稳定的热传导方程即可。由热传导方程解出火药颗粒的表面温度 T_{ps} 。当火药表面温度达到点火温度 T_{pi} 时这颗火药就认为被点燃。不同学者所给出的点火温度也有很大的差别, 克莱尔在计算中取值为 310.8K , 高夫给出的是 488.9K , 而郭则选用 615K 。由此可见, 对于点火准则还应深入研究。

根据火药点火过程的特点, 假设点火药瞬时燃完, 火药气体温度迅速地上升到 T_g 并保持不变。火药的初温为 T_0 , 放热系数 h 和导温系数 a 均为常数。在上述条件下, 研究由于高温的火药气体对固体火药的加热作用而引起的沿火药厚度的温度分布规律。这时的固相传热方程及初始条件和 边值条件为

$$\frac{\partial T(x, t)}{\partial t} = a_1 \frac{\partial^2 T(x, t)}{\partial x^2} \quad (5-117)$$

$$T(x, 0) = T_0 \quad (5-118)$$

$$k_p \frac{\partial T(0, t)}{\partial x} + h[T_g - T(0, t)] = 0 \quad (5-119)$$

$$\frac{\partial T(\infty, t)}{\partial x} = 0 \quad (5-120)$$

式中 $a_1 = k_r/c_r \rho_r$, k_r , c_r 及 ρ_r 分别代表火药的导热系数、比热容和密度。

分别将(5-117), (5-119)和(5-120)式对时间施行拉氏变换, 则得

$$T''(x, s) - \frac{s}{a_1} T(x, s) + \frac{T_0}{a_1} = 0 \quad (5-121)$$

$$k_r T'(0, s) + h \left(\frac{T_s}{s} - T(0, s) \right) = 0 \quad (5-122)$$

$$T'(\infty, s) = 0 \quad (5-123)$$

根据常数微分方程理论, (5-121)式的一般解为

$$T(x, s) = \frac{T_0}{s} + Ae^{\sqrt{\frac{s}{a_1}}x} + Be^{-\sqrt{\frac{s}{a_1}}x} \quad (5-124)$$

由(5-123)式, 则 $A = 0$, B 可由(5-122)式确定, 即

$$B = \frac{h(T_s - T_0)}{k_r s \left(\frac{h}{k_r} + \sqrt{\frac{s}{a_1}} \right)}$$

于是有

$$\frac{T(x, s) - T_0}{T_s - T_0} = \frac{\frac{h}{k_r} \sqrt{a_1}}{s \left(\sqrt{s} + \frac{h}{k_r} \sqrt{a_1} \right)} e^{-\sqrt{\frac{s}{a_1}}x} \quad (5-125)$$

对上式取逆变换, 则

$$\begin{aligned} \frac{T(x, t) - T_0}{T_s - T_0} &= 1 - \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{a_1 t}}\right) \\ &- e^{\frac{h}{k_r} \left(x + \frac{h}{k_r} a_1 t\right)} \left[1 - \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{a_1 t}} + \frac{h}{k_r} \sqrt{a_1 t}\right) \right] \end{aligned} \quad (5-126)$$

当 $x = 0$ 时, 即为火药表面 T_s , 表示为

$$\frac{T_s - T_0}{T_s - T_0} = 1 - e^{\left(\frac{h}{k_r}\right)^2 a_1 t} \left[1 - \operatorname{erf}\left(\frac{h}{k_r} \sqrt{a_1 t}\right) \right] \quad (5-127)$$

由于整个传热过程是极其短促的, 因此有

$$\operatorname{erf}\left(\frac{h}{k_r} \sqrt{a_1 t}\right) \approx \frac{h}{k_r} \sqrt{a_1 t}$$

于是表面温度的计算公式为

$$T_s = T_0 + (T_s - T_0) \left[1 - e^{\left(\frac{h}{k_r}\right)^2 a_1 t} \left(1 - \frac{h}{k_r} \sqrt{a_1 t} \right) \right] \quad (5-128)$$

§ 5.6 平衡方程系的特征线及相容性方程

确定偏微分方程系的型是相当重要的。一般情况下可以通过求方程系的特征值及其相容条件, 判别方程系的型。方程系的型是确定数值解和评价初始及边界条件适定性的重要根据, 此外在解决边界问题上, 也要借助于特征线及相容性方程来计算边界值。

5.6.1 平衡方程系的特征值

为了求出平衡方程的特征线,首先把平衡方程系展开并进行适当的变换,写成矩阵形式,然后根据矩阵求特征根的方法,求出平衡方程系的特征根和特征线上的关系式,即相容性条件。

现将气相连续方程(5-14)式展开,并用固相方程(5-16c)消去 $\partial\varphi/\partial t$ 。为了讨论问题方便,令断面面积 A 为常数。于是可得以下的方程

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{\rho}_g}{\partial t} + u_g \frac{\partial \hat{\rho}_g}{\partial x} + \frac{\hat{\rho}_g}{\varphi} (u_g - u_s) \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \hat{\rho}_g \frac{\partial u_g}{\partial x} \\ + \frac{1-\varphi}{\varphi} \hat{\rho}_g \frac{\partial u_s}{\partial x} = \frac{1-\varphi}{\varphi} \hat{\rho}_g \frac{S_g}{M_g} (\hat{\rho}_s - \hat{\rho}_g) \end{aligned} \quad (5-129)$$

由固相连续方程,则有

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + u_g \frac{\partial \varphi}{\partial x} - (1-\varphi) \frac{\partial u_s}{\partial x} = (1-\varphi) \hat{\rho}_s \frac{S_g}{M_g} \quad (5-130)$$

将气相动量方程(5-20b)展开,经整理后有

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_g}{\partial t} + u_g \frac{\partial u_g}{\partial x} + \frac{1}{\rho_g} \frac{\partial p}{\partial x} \\ = \frac{1-\varphi}{\varphi \hat{\rho}_g} \hat{\rho}_g \frac{S_g}{M_g} [\hat{\rho}_s \hat{r} (u_g - u_s) - f_s] \end{aligned} \quad (5-131)$$

由固相动量方程(5-23b)式,并注意到

$$\frac{d[(1-\varphi)R]}{d\varphi} = -\hat{\rho}_s a^2$$

则

$$\frac{dR}{d\varphi} = \frac{1}{1-\varphi} (R - \hat{\rho}_s a^2)$$

式中 a 是固相声速。将上式代入(5-23b)式中,于是可得

$$\frac{\partial u_s}{\partial t} + u_s \frac{\partial u_s}{\partial x} - \frac{a^2}{1-\varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{1}{\rho_s} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{S_g}{M_g} f_s \quad (5-132)$$

最后根据能量方程(5-25b)式,并由状态方程将内能 e_g 改写为

$$e_g = c_v T = \frac{RT}{k-1} = \frac{p}{k-1} \left(\frac{1}{\rho_g} - \alpha \right)$$

因此有

$$\frac{\partial e_g}{\partial t} = \frac{1}{k-1} \left[\left(\frac{1}{\rho_g} - \alpha \right) \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{p}{\rho_g^2} \frac{\partial \rho_g}{\partial t} \right]$$

由气相连续方程消去 $\frac{p}{\rho_g} \frac{\partial \rho_g}{\partial t}$, 经整理后得

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial t} + u_g \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\hat{\rho}_g}{\varphi} c^2 (u_g - u_s) \frac{\partial \varphi}{\partial x} + c^2 \hat{\rho}_g \frac{\partial u_g}{\partial x} + \frac{1-\varphi}{\varphi} \hat{\rho}_g c^2 \frac{\partial u_s}{\partial x} \\ = \frac{(k-1)(1-\varphi) \hat{\rho}_g}{(1-\alpha \hat{\rho}_g) \varphi} \frac{S_g}{M_g} [f_s (u_g - u_s) \\ - q + \hat{\rho}_g \hat{r} [E_g - e_g + \frac{1}{2} (u_g - u_s)^2]] \end{aligned}$$

$$+ \frac{\dot{p}r}{(k-1)\hat{\rho}_g}(\hat{\rho}_r - \hat{\rho}_g)\} \quad (5-133)$$

式中

$$c^2 = \frac{k\dot{p}}{\hat{\rho}_g - \alpha\hat{\rho}_g^2} \quad (5-134)$$

即是气相声速。

将上述的(5-129)至(5-133)式改写成矩阵形式

$$\frac{\partial F}{\partial t} + A \frac{\partial F}{\partial x} = H \quad (5-135)$$

式中

$$F = \begin{bmatrix} \hat{\rho}_g \\ \varphi \\ u_g \\ u_r \\ p \end{bmatrix}, \quad H = \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \\ H_4 \\ H_5 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} u_g & \frac{\hat{\rho}_r}{\varphi}(u_g - u_r) & \hat{\rho}_r & \frac{1-\varphi}{\varphi}\hat{\rho}_r & 0 \\ 0 & u_r & 0 & -(1-\varphi) & 0 \\ 0 & 0 & u_g & 0 & \frac{1}{\hat{\rho}_r} \\ 0 & -\frac{\alpha^2}{1-\varphi} & 0 & u_r & \frac{1}{\hat{\rho}_r} \\ 0 & \frac{\hat{\rho}_r}{\varphi}c^2(u_g - u_r) & c^2\hat{\rho}_r & \frac{1-\varphi}{\varphi}\hat{\rho}_rc^2 & u_r \end{bmatrix}$$

$$H_1 = \frac{1-\varphi}{\varphi}\hat{\rho}_r\dot{S}_r(\hat{\rho}_r - \hat{\rho}_g)$$

$$H_2 = (1-\varphi)\hat{\rho}_r\dot{S}_r\frac{S_r}{M_r}$$

$$H_3 = \frac{1-\varphi}{\hat{\rho}_g\varphi}\hat{\rho}_r\frac{S_r}{M_r}[\hat{\rho}_r\dot{r}(u_g - u_r) - f_r]$$

$$H_4 = \frac{S_r}{M_r}f_r$$

$$H_5 = \frac{(k-1)(1-\varphi)\hat{\rho}_r}{\hat{\rho}_r(\frac{1}{\hat{\rho}_g} - \alpha)\varphi}\frac{S_r}{M_r}\{f_r(u_g - u_r) - q$$

$$+ \hat{\rho}_r\dot{r}[E_r - e_r + \frac{1}{2}(u_g - u_r)^2] + \frac{\dot{p}r}{(k-1)\hat{\rho}_g}(\hat{\rho}_r - \hat{\rho}_g)\}$$

由(5-135)式,其特征根方程为

$$|\lambda I - A| = 0 \quad (5-136)$$

式中 I 是单位矩阵, A 是系数矩阵。将 A 代入上式,于是有

$$\begin{vmatrix} \lambda - u_g & -\frac{\hat{\rho}_g}{\varphi}(u_g - u_r) & -\hat{\rho}_g & -\frac{1-\varphi}{\varphi}\hat{\rho}_g & 0 \\ 0 & \lambda - u_r & 0 & 1-\varphi & 0 \\ 0 & 0 & \lambda - u_g & 0 & -\frac{1}{\hat{\rho}_g} \\ 0 & \frac{a^2}{1-\varphi} & 0 & \lambda - u_r & -\frac{1}{\hat{\rho}_r} \\ 0 & -\frac{\hat{\rho}_g}{\varphi}c^2(u_g - u_r) & -c^2\hat{\rho}_g & -\frac{1-\varphi}{\varphi}\hat{\rho}_g c^2 & \lambda - u_g \end{vmatrix} = 0 \quad (5-137)$$

由(5-137)式, $\lambda - u_g = 0$ 是其中一个根。其余四个根可将上述行列式展开后求得, 即

$$[(\lambda - u_r)^2 - a^2][(\lambda - u_g)^2 - c^2] = \frac{1-\varphi}{\varphi} \frac{\hat{\rho}_g}{\hat{\rho}_r} c^2 (\lambda - u_g)^2 \quad (5-138)$$

令 $y = \frac{\lambda - u_r}{c}$, 特征方程(5-138)式可化为

$$(y^2 - 1)[(y + \frac{u_g - u_r}{c})^2 - (\frac{a}{c})^2] = \frac{1-\varphi}{\varphi} \frac{\hat{\rho}_g}{\hat{\rho}_r} y^2 \quad (5-139)$$

若 $a(\varphi) \neq 0$, 即 $\varphi < \varphi_*$ 情况下, (5-139) 式左边为四次多项式, 与 y 轴有四个交点, 即 $y = \pm 1$ 和 $y = (u_g - u_r)/c \pm a/c$, 而右边为抛物线。当颗粒扰动速度 $a(\varphi)$ 比气相声速不太小时, (5-139) 有四个实根, 所以平衡方程系是完全双曲型的。

若固相被分散, 即 $\varphi_* < \varphi < 1$ 的情况, $a(\varphi) = 0$, 方程(5-139) 变为

$$(y^2 - 1)(y + \frac{u_g - u_r}{c})^2 = \frac{1-\varphi}{\varphi} \frac{\hat{\rho}_g}{\hat{\rho}_r} y^2 \quad (5-139a)$$

很显然, (5-139a) 式的左边有四个根, 即 $y = \pm 1, y = -(u_g - u_r)/c$ (重根)。右边仍然是抛物线。现分三种情况进行讨论:

(1) 当 $|(u_g - u_r)/c| < 1$ 时, 即相对马赫数小于 1, 且 $u_g \neq u_r$, 则方程(5-139a) 只存在两个实根, 所以平衡方程系就不是完全双曲型的。

(2) 当 $|(u_g - u_r)/c| > 1$, 方程(5-139a) 可能有四个实根。

(3) 若 $u_g = u_r$, 方程(5-139a) 存在四个实根, 其中 $y = 0$ 为二重根。

对于腔内的具体流动情况, 一般情况下相对马赫数都小于 1, 即 $|(u_g - u_r)/c| < 1$ 。所以在腔内整个流动过程中, 平衡方程系并不是完全双曲型的。这给计算带来了一定困难, 特别是边界条件给定以及边界条件的离散化, 都会给问题带来不稳定因素。

如果假设气相与固相之间的密度比足够的小, $\hat{\rho}_g/\hat{\rho}_r \ll 1$ 。于是(5-138) 式可写为

$$[(\lambda - u_r)^2 - a^2][(\lambda - u_g)^2 - c^2] = 0$$

从上式可解出四个特征根, 即

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 &= \left(\frac{dx}{dt}\right)_1 = u_g + c \\ \lambda_2 &= \left(\frac{dx}{dt}\right)_2 = u_g - c \\ \lambda_3 &= \left(\frac{dx}{dt}\right)_3 = u_r + a \\ \lambda_4 &= \left(\frac{dx}{dt}\right)_4 = u_r - a \end{aligned} \right\} \quad (5-140)$$

再加上前面已经得到的气相的迹线

$$\lambda_v = \left(\frac{dx}{dt} \right)_v = u_v \quad (5-141)$$

此外,由燃速方程

$$\frac{d\delta}{dt_s} = \dot{r}$$

可得固相迹线方程

$$\lambda_n = \left(\frac{dx}{dt} \right)_n = u_s \quad (5-142)$$

从(5-140),(5-141)和(5-142)式得到六个特征线方程,包括气、固两项的马赫线及其迹线。

5.6.2 相容性方程

现在,求沿特征线的关系式,即相容性方程。由(5-135)式,则有

$$\begin{vmatrix} H_1 dt - d\hat{\rho}_s - 0d\varphi - 0du_s - 0du_s - 0dp - \frac{\hat{\rho}_s}{\varphi}(u_s - u_s) - \hat{\rho}_s - \frac{1-\varphi}{\varphi}\hat{\rho}_s & 0 \\ H_2 dt - 0d\hat{\rho}_s - d\varphi - 0du_s - 0du_s - 0dp & \lambda_s - u_s & 0 & 1 - \varphi & 0 \\ H_3 dt - 0d\hat{\rho}_s - 0d\varphi - du_s - 0du_s - 0dp & 0 & \lambda_s - u_s & 0 & -\frac{1}{\rho_s} \\ H_4 dt - 0d\hat{\rho}_s - 0d\varphi - 0du_s - du_s - 0dp & \frac{a^2}{1-\varphi} & 0 & \lambda_s - u_s & -\frac{1}{\rho_s} \\ H_5 dt - 0d\hat{\rho}_s - 0d\varphi - 0du_s - 0du_s - dp - \frac{\hat{\rho}_s}{\varphi}c(u_s - u_s) - c^2\hat{\rho}_s - \frac{1-\varphi}{\varphi}c^2\hat{\rho}_s & \lambda_s - u_s \end{vmatrix} = 0$$

将上述行列式展开,则有

$$M_1 d\hat{\rho}_s + N_1 d\varphi + P_1 du_s + Q_1 du_s + R_1 dp - C_1 dt = 0 \quad (5-143)$$

式中的系数分别为

$$M_1 = [(\lambda_s - u_s)^2 - a^2][(\lambda_s - u_s)^2 - c^2]$$

$$N_1 = \frac{\hat{\rho}_s}{\varphi}(\lambda_s - u_s)^2[(u_s - u_s)(\lambda_s - u_s) - a^2]$$

$$P_1 = -\hat{\rho}_s(\lambda_s - u_s)[a^2 - (\lambda_s - u_s)^2]$$

$$Q_1 = \frac{1-\varphi}{\varphi}\hat{\rho}_s(\lambda_s - u_s)^3$$

$$R_1 = -[a^2 - (\lambda_s - u_s)^2]$$

$$C_1 = H_1 \{ [c^2 - (\lambda_s - u_s)^2][a^2 - (\lambda_s - u_s)^2] - \frac{1-\varphi}{\varphi} \frac{\hat{\rho}_s}{\rho_s} c^2 (\lambda_s - u_s)^2 \}$$

$$- H_2 \frac{\hat{\rho}_s}{\varphi} (\lambda_s - u_s)^2 [a^2 - (\lambda_s - u_s)(u_s - u_s)]$$

$$- H_3 \hat{\rho}_s (\lambda_s - u_s) [a^2 - (\lambda_s - u_s)^2]$$

$$+ H_4 \frac{1-\varphi}{\varphi} \hat{\rho}_s (\lambda_s - u_s)^3 + H_5 \{ \frac{1-\varphi}{\varphi} \frac{\hat{\rho}_s}{\rho_s} (\lambda_s - u_s)^2$$

$$- [a^2 - (\lambda_s - u_s)^2] \}$$

将这些系数代入(5-143)式,可分别求出相应特征线上的相容性条件。

特征线 $\lambda_1 = u_s + c$ 上的关系

$$\begin{aligned}
& \frac{\hat{\rho}_t c^2}{\varphi} [(u_g - u_r)(u_g - u_r + c) - a^2] d\varphi - \hat{\rho}_t c [a^2 - (u_g - u_r \\
& + c)^2] du_r + \frac{1-\varphi}{\varphi} \hat{\rho}_t c^3 du_r - [a^2 - (u_g - u_r + c)^2] dp \\
& = \{H_2 \frac{\hat{\rho}_t}{\varphi} c^2 [(u_g - u_r)(u_g - u_r - a^2)] - H_3 \hat{\rho}_t c [a^2 - (u_g - u_r + c)^2] \\
& + H_4 \frac{1-\varphi}{\varphi} \hat{\rho}_t c^3 - H_5 [a^2 - (u_g - u_r + c)^2]\} dt \quad (5-144)
\end{aligned}$$

特征线 $\lambda_2 = u_r - c$ 上的关系

$$\begin{aligned}
& \frac{\hat{\rho}_t c^2}{\varphi} [(u_g - u_r)(u_g - u_r - c) - a^2] d\varphi \\
& + \hat{\rho}_t c [a^2 - (u_g - u_r - c)^2] du_r - \frac{1-\varphi}{\varphi} \hat{\rho}_t c^3 du_r \\
& - [a^2 - (u_g - u_r - c)^2] dp \\
& = \{H_2 \frac{\hat{\rho}_t}{\varphi} c^2 [(u_g - u_r)(u_g - u_r - c) - a^2] \\
& + H_3 \hat{\rho}_t c [a^2 - (u_g - u_r - c)^2] - H_4 \frac{1-\varphi}{\varphi} \hat{\rho}_t c^3 \\
& - H_5 [a^2 - (u_g - u_r - c)^2]\} dt \quad (5-145)
\end{aligned}$$

特征线 $\lambda_3 = u_r + a$ 上的关系

$$\begin{aligned}
& \frac{\hat{\rho}_t}{\varphi} a (u_g - u_r - a)^3 d\varphi - \frac{1-\varphi}{\varphi} \hat{\rho}_t (u_g - u_r - a)^3 du_r \\
& = [H_2 \frac{\hat{\rho}_t}{\varphi} a (u_g - u_r - a)^3 - H_4 \frac{1-\varphi}{\varphi} \hat{\rho}_t (u_g - u_r - a)^3] dt
\end{aligned}$$

或

$$a d\varphi - (1-\varphi) du_r = [H_2 a - (1-\varphi) H_4] dt$$

将 H_2 和 H_4 的关系式代入上式,则有

$$a d\varphi - (1-\varphi) du_r = (1-\varphi) \frac{S_2 \hat{\rho}_t}{M_r} (ar - \frac{f_r}{\rho_r}) dt \quad (5-146)$$

特征线 $\lambda_4 = u_r - a$ 上的关系

$$a d\varphi + (1-\varphi) du_r = [H_2 a + (1-\varphi) H_4] dt$$

或

$$a d\varphi + (1-\varphi) du_r = (1-\varphi) \hat{\rho}_t \frac{S_2}{M_r} (ar + \frac{f_r}{\rho_r}) dt \quad (5-147)$$

(5-146)和(5-147)式是计算内边界的两个重要公式。

特征线 $\lambda_5 = u_r$ 上的关系

$$c^2 d\hat{\rho}_t - dp = (c^2 H_1 - H_5) dt \quad (5-148)$$

上式是沿气相的迹线上的关系。若流动过程中无化学反应,也不存在热传导和气相的粘滞性,则过程应是等熵过程。很显然,在这种情况下, $H_1 = H_5 = 0$, 由(5-148)式,则有

$$c^2 = \frac{dp}{d\hat{\rho}_t}$$

这就是气相声速方程。说明上述建立的平衡方程系在等熵这个极限条件下也是正确的。

特征线 $\lambda_6 = u_r$ 上的关系

$$\begin{aligned} & [c^2 - (u_r - u_g)^2] d\hat{\rho}_g + \frac{\hat{\rho}_g}{\varphi} (u_r - u_g)^2 d\varphi - \hat{\rho}_g (u_r - u_g) du_g \\ & + \frac{1 - \varphi}{\varphi} \frac{\hat{\rho}_g}{a^2} (u_r - u_g)^3 du_r - dp = \{ H_1 [c^2 - (u_r - u_g)^2] \\ & + H^2 \frac{\hat{\rho}_g}{\varphi} (u_r - u_g)^2 - H_3 \hat{\rho}_g (u_r - u_g) + H_4 \frac{1 - \varphi}{\varphi} \frac{\hat{\rho}_g}{a^2} (u_r - u_g)^3 - H_5 \} dt \quad (5-149) \end{aligned}$$

§ 5.7 定解条件

前面已经指出,基本方程组包括有 13 个变量,其中 E_r 表示火药燃烧释放出的化学能。根据假设条件,火药力 f 是常数,因此 $E_r = f/(k-1)$ 也是一个已经给定的常数。根据固相不可压缩的条件, $\hat{\rho}_r = \text{常数}$, 所以实际上只有 11 个变量。现在有 5 个平衡方程以及包括颗粒间应力、相间阻力、相间热传导、状态方程、燃速方程及形状函数等 6 个辅助方程,共有 11 个方程,方程组是封闭的。但要使方程适定,还要给出边界条件和初始条件。

5.7.1 初始条件

如果把点火过程作为射击的起始阶段来处理,则初始条件是指起始阶段结束瞬间弹后空间各参量的初值。 $t=0$ 瞬间, $a(\varphi) \neq 0$, 平衡方程系是双曲型,有 6 条特征线穿越定解域,因此需要给出 6 个初始条件,它们是

$$\begin{aligned} u_g(x, 0) &= f_1(x) \\ u_r(x, 0) &= f_2(x) \\ p(x, 0) &= f_3(x) \\ \varphi(x, 0) &= f_4(x) \\ \hat{\rho}_g(x, 0) &= f_5(x) \\ \delta(x, 0) &= f_6(x) \end{aligned}$$

由已燃厚度 δ , 则可计算出 $z = \delta/\delta_0$ 。因此就可以给出初始阶段的 S_r 和 M_r 的分布值。

5.7.2 边界条件

(1) 左边界(膛底),若不考虑后坐的影响,则

$$\begin{aligned} u_g(0, 0) &= u_r(0, t) = 0 \\ u_r(0, 0) &= u_r(0, t) = 0 \end{aligned}$$

(2) 右边界(弹底),它是一个动边界,在弹底部位的气体速度应等于弹丸运动速度,因此有

$$u(x_b, t) = \int_0^t \frac{A(p_b - p_r)}{\varphi_1 m} dt$$

式中 x_b 是弹底坐标, p_b 是弹底压力, p_r 是弹前激波阻力。

(3) 内边界(混合区与纯气相区的交界面)。在射击过程中,正在燃烧的药粒被弹后空间的火药气流所载送。根据实验所观察到的,最快的药粒运动速度总比弹丸速度低,因此,紧跟弹

后部位出现一个纯气相区。于是在膛内形成气固混合区和纯气相区的内边界,如图 5—16 所示。在交界面上,空隙率将产生不连续的突跃。对于气相区, $\varphi = 1$ 。目前关于内边界处理的方法,一般采用特征线和宏观流场所表示突跃条件来确定内边界上的值。由图 5—16 可以看出,交界面的运动速度等于最前端的固相药粒的运动速度,并用 u_g^* 来表示。于是可利用质量、能量、和熵守恒的条件把混合区和纯气相区联系起来。即

质量守恒

$$[A\varphi\hat{\rho}_g(u_g - u_g^*)]_m = [A\hat{\rho}_g(u_g - u_g^*)]_g \quad (5-150)$$

能量守恒

$$(h_g + \frac{u_g^2}{2})_m = (h_g + \frac{u_g^2}{2})_g \quad (5-151)$$

等熵条件

$$S_m = S_g \quad (5-152)$$

式中的脚标,“m”代表混合区的流动参量,“g”代表纯气相区的流动参量。

根据 x 射线闪光摄影探测膛内药粒分布的实验表明,在弹后确定存在一个纯气相区,在膛底也发现近似于零速的药粒存在,但药粒的分布仍然是连续变化的,如图 5—17 所示。该实验是在玻璃钢身管中 $p_m = 80\text{MPa}$, $v_0 = 357\text{m/s}$ 条件测得的曲线。从图中看出:药粒密度先逐渐地增大,然后很快的下降,接着出现一个纯气相区。但在

纯气区内也发现有少量的药粒,所以是否存在空隙率的连续突跃,这个问题有待进一步的研究。

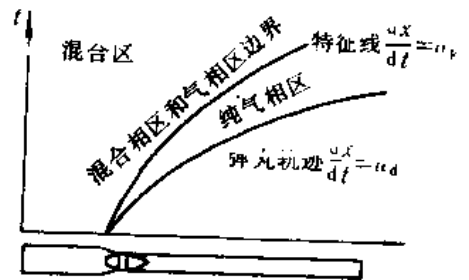


图 5-16 弹后两相的物理面

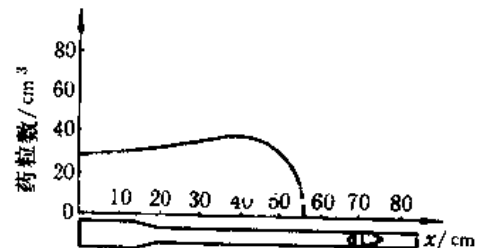


图 5-17 X 射线闪光仪
在玻璃钢身管中测得的药粒分布

§ 5.8 多维两相内弹道数学模型

对于大口径火炮,通常都采用药包装填,药包和药室之间存在着环形间隙,装药结构也比较复杂。在点火和传火过程中,除了考虑轴向流动以外,径向流动现象也不能忽视。根据一维两相模型的计算结果表明:对于中等口径药筒装填的火炮,预测值与实验之间的一致性是相当满意的。然而对大口径药包装填的火炮,这种一致性就比较差。说明一维两相模型已经不能满足对这种复杂射击现象的描述,因此,必须研究和发展多维两相内弹道数学模型。

5.8.1 多维两相内弹道平衡方程组

仍然把弥散的固体火药颗粒当作连续介质来处理,并且固相颗粒不可压缩, $\hat{\rho}_s = \text{常数}$ 。火药服从几何燃烧定律,火药表面移动速度(即燃速度 \dot{r}) 是足够的平滑,以至在平均值 \bar{r} 附近的起伏可忽略不计。在源项中考虑点火的影响。在两相交界面上满足下述的边界条件

$$\hat{\rho}_g(\vec{u}_g - \vec{w}) \cdot \vec{n} = \hat{\rho}_r(\vec{u}_r - \vec{w}) \cdot \vec{n} \quad (5-153)$$

$$[\mathbf{T}_g + \hat{\rho}_g \vec{u}_g(\vec{u}_g - \vec{w})] \cdot \vec{n} = [\mathbf{T}_r + \hat{\rho}_r \vec{u}_r(\vec{u}_r - \vec{w})] \cdot \vec{n} \quad (5-154)$$

$$\begin{aligned} & [\mathbf{T}_g \cdot \vec{u}_g + \vec{q}_g + \hat{\rho}_g(\vec{u}_g - \vec{w})(e_g + \frac{\vec{u}_g \cdot \vec{u}_g}{2})] \cdot \vec{n} \\ &= [\mathbf{T}_r \cdot \vec{u}_r + \vec{q}_r + \hat{\rho}_r(\vec{u}_r - \vec{w})(e_r + \frac{\vec{u}_r \cdot \vec{u}_r}{2})] \cdot \vec{n} \end{aligned} \quad (5-155)$$

两相交界面速度为

$$\vec{w} = \vec{u}_r + \vec{n}\dot{r}$$

假设速度的切向分量和拉应力连续,引入以下的突跃条件

$$(\mathbf{T}_r - \mathbf{T}_g) \cdot \vec{n} = \vec{n}\Delta p \quad (5-156)$$

根据火药表面移动速度足够平滑的假设以及在内弹道具体条件下, Δp 与膛压 p 相比,完全可以忽略不计,则 $\Delta p = 0$ 。假设气体应力各向同性,则

$$\mathbf{T}_g = p\mathbf{I} \quad (5-157)$$

式中 \mathbf{I} 为二阶单位张量。最后令每相平均热流为零,即

$$\vec{q}_g = \vec{q}_r = 0 \quad (5-158)$$

另外,按下述定义引入颗粒间应力张量 \mathbf{R}

$$\mathbf{T}_r = \mathbf{R} + p\mathbf{I} \quad (5-159)$$

根据(5-6)、(5-7)和(5-8)式即可建立以下的多维两相内弹道平衡方程组。

1. 守恒形式

$$\frac{\partial}{\partial t}(\varphi\hat{\rho}_g) + \nabla \cdot (\varphi\hat{\rho}_g\vec{u}_g) = \bar{A}_r\hat{\rho}_r\dot{r} + \dot{m}_{ig} \quad (5-160)$$

式中 \dot{m}_{ig} 为点火药气体质量流率。

$$\bar{A}_r = \hat{\rho}_r(1 - \varphi) \frac{S_r}{M_r}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}[(1 - \varphi)\hat{\rho}_r] + \nabla \cdot [(1 - \varphi)\hat{\rho}_r\vec{u}_r] = -\bar{A}_r\hat{\rho}_r\dot{r} \quad (5-161)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(\varphi\hat{\rho}_g\vec{u}_g) + \nabla \cdot (\varphi\hat{\rho}_g\vec{u}_g\vec{u}_g) + \varphi\nabla p \\ &= -\bar{A}_r\vec{f}_r + \bar{A}_r\hat{\rho}_r\vec{u}_r\dot{r} + \dot{m}_{ig}\vec{u}_{ig} \end{aligned} \quad (5-162)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}[(1 - \varphi)\hat{\rho}_r\vec{u}_r] + \nabla \cdot [(1 - \varphi)\hat{\rho}_r\vec{u}_r\vec{u}_r] + (1 - \varphi)\nabla p \\ &+ \nabla \cdot [(1 - \varphi)\vec{R}] = -\bar{A}_r\hat{\rho}_r\vec{u}_r\dot{r} + \bar{A}_r\vec{f}_r \end{aligned} \quad (5-163)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}[\varphi\hat{\rho}_g(e_g + \frac{u_g^2}{2})] + \nabla \cdot [\varphi\hat{\rho}_g\vec{u}_g(e_g + \frac{p}{\hat{\rho}_g} + \frac{u_g^2}{2})] + p\frac{\partial\varphi}{\partial t} \\ &= -\bar{A}_r\vec{f}_r \cdot \vec{u}_r - \bar{A}_r q + \bar{A}_r\hat{\rho}_r\dot{r}(E_r + \frac{p}{\hat{\rho}_r} + \frac{u_r^2}{2}) + \dot{m}_{ig}(e_{ig} + \frac{u_{ig}^2}{2}) \end{aligned} \quad (5-164)$$

式中 \vec{f}_r 为相间阻力, q 为相间热传导, e_{ig} 为点火药内能。

2. 非守恒形式

$$\varphi \frac{d\hat{\rho}_g}{dt} + \varphi\hat{\rho}_g \nabla \cdot \vec{u}_g + (1 - \varphi)\hat{\rho}_g \nabla \cdot \vec{u}_r = \bar{A}_r\dot{r}(\hat{\rho}_r - \hat{\rho}_g) + \dot{m}_{ig} \quad (5-165)$$

$$\frac{d\varphi}{dt} - (1 - \varphi)\nabla \cdot \vec{u}_r = \bar{A}_r\dot{r} \quad (5-166)$$

$$\varphi \hat{\rho}_g \frac{d\vec{u}_g}{dt} + \varphi \nabla p = -\bar{A}_r \vec{f}_r + \bar{A}_r \hat{\rho}_g \dot{r} (\vec{u}_r - \vec{u}_g) + \dot{m}_{ig} (\vec{u}_{ig} - \vec{u}_g) \quad (5-167)$$

$$(1-\varphi) \hat{\rho}_r \frac{d\vec{u}_r}{dt} + (1-\varphi) \nabla p + \nabla \cdot [(1-\varphi) \mathbf{R}] = \bar{A}_r f_r \quad (5-168)$$

$$\begin{aligned} \varphi \hat{\rho}_g \frac{de_g}{dt} + \varphi p \nabla \cdot \vec{u}_g + p \frac{d\varphi}{dt} = & -\bar{A}_r \vec{f}_r \cdot (\vec{u}_r - \vec{u}_g) - \bar{A}_r q \\ & + \bar{A}_r \hat{\rho}_g \dot{r} \left[E_r + \frac{p}{\rho_r} - e_g + \frac{1}{2} |\vec{u}_r - \vec{u}_g|^2 \right] \\ & + \dot{m}_{ig} [e_{ig} - e_g + \frac{1}{2} (u_{ig}^2 - u_g^2)] \end{aligned} \quad (5-169)$$

5.8.2 柱坐标下两维两相内弹道平衡方程组

气相连续方程

$$\begin{aligned} \varphi \frac{d\hat{\rho}_g}{dt} + \varphi \hat{\rho}_g \left(\frac{\partial u_r}{\partial x} + \frac{\partial v_g}{\partial r} \right) + (1-\varphi) \hat{\rho}_r \left(\frac{\partial u_r}{\partial x} + \frac{\partial v_r}{\partial r} \right) \\ = \bar{A}_r \dot{r} (\hat{\rho}_r - \hat{\rho}_g) - \frac{\varphi \hat{\rho}_g v_r}{r} - \frac{(1-\varphi) \hat{\rho}_g v_r}{r} \end{aligned} \quad (5-170)$$

式中

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u_r \frac{\partial}{\partial x} + v_r \frac{\partial}{\partial r}$$

u_r 和 v_r 分别表示固相轴向分速度和径向分速度。

固相连续方程

81tech

$$\frac{d\varphi}{dt} - (1-\varphi) \left(\frac{\partial u_r}{\partial x} + \frac{\partial v_r}{\partial r} \right) = -\bar{A}_r \dot{r} + (1-\varphi) \frac{v_r}{r} \quad (5-171)$$

式中

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u_r \frac{\partial}{\partial x} + v_r \frac{\partial}{\partial r}$$

u_r 和 v_r 分别表示固相轴向分速度和径向分速度。

气相动量方程

$$\varphi \hat{\rho}_g \frac{d\vec{u}_g}{dt} + \varphi \nabla p = -\bar{A}_r \vec{f}_r + \bar{A}_r \hat{\rho}_g \dot{r} (\vec{u}_r - \vec{u}_g) \quad (5-172)$$

分轴向和径向,即

$$\varphi \hat{\rho}_g \frac{du_g}{dt} + \varphi \frac{\partial p}{\partial x} = -\bar{A}_r f_r + \bar{A}_r \hat{\rho}_g \dot{r} (u_r - u_g) \quad (5-172a)$$

$$\varphi \hat{\rho}_g \frac{dv_g}{dt} + \varphi \frac{\partial p}{\partial r} = -\bar{A}_r f_r + \bar{A}_r \hat{\rho}_g \dot{r} (v_r - v_g) \quad (5-172b)$$

式中 f_r 和 f_r 分别表示轴向和径向阻力分量。

固相动量方程

$$(1-\varphi) \hat{\rho}_r \frac{d\vec{u}_r}{dt} + (1-\varphi) \nabla p + \nabla \cdot [(1-\varphi) \mathbf{R}] = \bar{A}_r \vec{f}_r \quad (5-173)$$

分轴和径向,即

$$(1-\varphi) \hat{\rho}_r \frac{du_r}{dt} + (1-\varphi) \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} [(1-\varphi) R] = \bar{A}_r f_r \quad (5-173a)$$

$$(1 - \varphi) \hat{\rho}_g \frac{dv_g}{dt_g} + (1 - \varphi) \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial r} [(1 - \varphi) R] = \bar{A}_g f_g \quad (5-173b)$$

气相能量方程

$$\begin{aligned} \varphi \hat{\rho}_g \frac{de_g}{dt} + \varphi p \left(\frac{\partial u_g}{\partial x} + \frac{\partial v_g}{\partial r} \right) + p \frac{d\varphi}{dt} = - \bar{A}_g [f_g (u_g - u_s) \\ + f_r (v_g - v_s)] - \bar{A}_g q + \bar{A}_g \hat{\rho}_g r \left\{ E_g + \frac{p}{\rho_g} - e_g + \frac{1}{2} [(u_g - u_s)^2 + (v_g - v_s)^2] \right\} \end{aligned} \quad (5-174)$$

有关辅助方程这里不再重复,可参阅 § 5.5。当然在多维情况下,相间阻力、相间热传导及颗粒间应力是当前要深入研究的一个课题。

§ 5.9 内弹道两相流模型的数值计算

内弹道两相流的数学模型,在某些特定的条件下(如 $a(\varphi) \neq 0$),是属于拟线性双曲线型偏微分方程组。但一般情况下,它不完全是双曲线型,而是混合的双曲—抛物型偏微分方程组。这对数值解的适定性带来很大的困难。除特殊情况外(例如拉格朗日假设 $\partial p / \partial x = 0$ 的条件),一般都不可能得到分析解,而只能通过数值的方法近似的求解方程组。目前在内弹道当中常用的数值方法有两种:一种是网格差分法,一种是特征线法。或者两种方法结合使用,在求内点数值时采用网格差分法,求边界点时则用特征线法。本节仅介绍几种在内弹道计算中应用较多的网格差分法

81tech

5.9.1 差分格式及稳定性条件

差分法是在一定的精度范围内用有限差分方程来代替微分方程的一种数值方法,而这种差分方程具有收敛性和稳定性。在解内弹道两相流数学模型中常用的差分格式有以下几种。

一、拉克斯—温得罗夫(Lax—Wendroff)差分格式

这是一种两步差分格式,对欧拉或拉格朗日坐标的偏微分方程都适用。它也是属于守恒型的差分格式,如果方程具有以下的守恒形式

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F(U)}{\partial x} = H$$

式中 U 、 $F(U)$ 和 H 均为向量,差分格式为

$$U_{j+1/2}^* = \frac{1}{2} (U_{j+1}^n + U_j^n) - \frac{\Delta t}{2\Delta x} (F_{j+1}^n - F_j^n) + \frac{\Delta t}{2} H_{j+1/2}^n \quad (5-175)$$

$$U_j^{n+1} = U_j^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} (F_{j+1/2}^* - F_{j-1/2}^*) + \Delta t H_j^{n+1/2} \quad (5-176)$$

式中

$$H_{j+1/2}^* = \frac{1}{2} (H_{j+1}^n + H_j^n)$$

$$H_j^{n+1/2} = \frac{1}{2} (H_{j+1/2}^* + H_{j-1/2}^*)$$

(5-175)式为预测计算,(5-176)式为校正计算。预测计算是在 (x, t) 平面上矩形网格的中心

计算,校正计算是整格点的计算,如图 5-18 所示。在边界点上可用“镜面印像”的方法来处理。即计算 $n+1/2$ 步时,边界向外扩出 $\Delta x/2$,该点的物理量和对称的内点物理量的大小完全相同,对于矢量要注意方向。此格式为弱耗散强色散型,对于光滑流场可给出很好的计算结果。遇到有间断或激波时,弱耗散得到很好的空间和时间的分辨度,但强色散又往往产生解的振荡现象。对于线性偏微分方程,L-W 格式具有二阶精度。而内弹道两相流方程组是非线性的,因此用于内弹道两相流计算时,只具有一阶精度。

L-W 格式的稳定性条件,只要保证 $\Delta t/\Delta x$ 在任何地方都不超过任何一条特征线的斜率,则该差分格式是稳定的。对于欧拉型坐标,则有

$$(|u| + c) \frac{\Delta t}{\Delta x} \leq 1 \quad (5-177)$$

因此,当取定 Δx 以后,时间步长 Δt 的选取应满足上述的稳定性条件,即

$$\Delta t \leq \frac{A' \Delta x}{|u| + c} \quad (5-178)$$

式中 c 是声速,并为

$$c = \sqrt{\frac{k p}{\rho^2 \left(\frac{1}{\rho} - \alpha \psi - \frac{1-\psi}{\rho_1} \right)}} \quad (5-179)$$

A' 是小于 1 的系数,一般可取 0.8 ~ 0.9。对于弱波可取大一些,对于强波可取小一些。在炮膛内一般是较弱的压力波,可取 $A' = 0.9$ 。从(5-178)式看出,当 Δx 取定后, Δt 必须要小于扰动波穿越 Δx 所需要的时间。

对于拉格朗日型坐标,稳定性条件为

$$\frac{A \rho}{A_0 \rho_0} c \frac{\Delta t}{\Delta x} \leq 1 \quad (5-180)$$

式中 c 是声速。

二、麦克考尔迈克(MacCormack)差分格式

这是一种非中心差分格式,它基于常数微分方程的龙格-库塔法的基础上建立起来的。与 L-W 格式一样,对于线性偏微分方程组具有二阶精度,而对于非线性偏微分方程组只有一阶精度。这种格式的特点是交替地使用前差与后差格式作为预测和校正计算。格式为

预测计算

$$\bar{U}_j^{n+1} = U_j^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} [\xi \Delta F_j^n + (1 - \xi) \nabla F_j^n] + \Delta t H_j^n \quad (5-181)$$

校正计算

$$U_j^{n+1} = \frac{1}{2} \{ U_j^n + \bar{U}_j^{n+1} - \frac{\Delta t}{\Delta x} (1 - \xi) \Delta \bar{F}_j^{n+1} + \xi \nabla \bar{F}_j^{n+1} \} + \Delta t \bar{H}_j^{n+1} \quad (5-182)$$

式中

$$\begin{aligned} \Delta F_j^n &= F_{j+1}^n - F_j^n \\ \nabla F_j^n &= F_j^n - F_{j-1}^n \end{aligned}$$

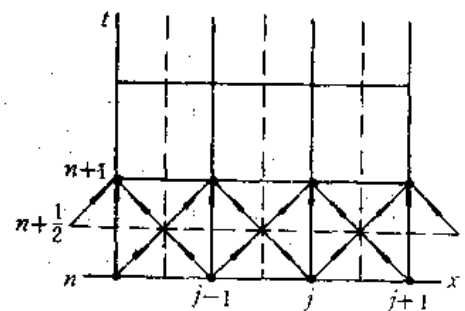


图 5-18 L-W 格式

ξ 为选择开关, ξ 取 1 时, 预测计算取前差格式, 而校正计算取后差格式。 $\xi = 0$ 时, 情况正与上述情况相反。稳定性条件与 L-W 格式相同。

5.9.2 间断处理及工人粘滞

在膛内射击过程中, 由于点火及装药结构的影响, 或者在膛内运动受阻, 都会产生压力的突跃而形成间断。在这些间断处, 微分方程不再适用, 而应由突跃条件来处理。这些突跃条件起着内边界的作用, 并要保证解的唯一性, 这就给计算带来一些困难。为了解决这个问题, 在方程中人为地加上一项粘滞项, 将激波在很窄的宽度内“抹平”, 即在这个宽度内激波过渡层是光滑的, 形成一种急剧但又连续变化的流动。使得在计算时不必区分连续与间断, 用统一的差分格式进行处理, 因此对计算带来了方便。这种方法称为人工粘滞法。从其物理意义上来说, 对于实际流动总是存在着粘性, 这种粘性产生一定的耗散效应。对于任何强度的激波, 将使得通过激波层各个参量的变化都是连续的。过渡层的厚度与耗散系数成正比。当不存在粘性的极限情况下, 变化才趋于雨贡纽 (Hugoniot) 间断。

设人工粘滞项为 q , 在方程中引入粘滞项, 只要把方程中的压力 p 全部以 $p + q$ 来代替。对于拉格朗日型方程

$$q = \begin{cases} \rho l^2 \left(\frac{\partial u}{\partial m} \right)^2 & \frac{\partial u}{\partial m} < 0 \text{ (压缩)} \\ 0 & \frac{\partial u}{\partial m} \geq 0 \text{ (膨胀)} \end{cases} \quad (5-183)$$

式中 l 是具有长度量纲的常数。对于一维流动, $l = \eta \Delta m$, m 是质量坐标, $\Delta m = A_0 \rho_0 \Delta a$, η 约为 1.5 ~ 2.0, 它是一个无量纲常数, 相应的激波厚度约为 $(3 \sim 5) \Delta m$ 。差分形式为

$$q_{j+\frac{1}{2}}^* = \begin{cases} \frac{2\eta^2}{\left(\frac{1}{\rho}\right)_{j+\frac{1}{2}}^* + \left(\frac{1}{\rho}\right)_{j+\frac{1}{2}}} (u_{j+1}^* - u_j^*)^2, & u_{j+1}^* - u_j^* < 0 \\ 0 & u_{j+1}^* - u_j^* \geq 0 \end{cases} \quad (5-184)$$

对于欧拉型方程

$$q = \begin{cases} l^2 \rho \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 & \frac{\partial u}{\partial x} < 0 \\ 0 & \frac{\partial u}{\partial x} \geq 0 \end{cases} \quad (5-185)$$

差分形式为

$$q_{j+\frac{1}{2}}^* = \begin{cases} \frac{1}{2} \eta^2 (\rho_{j+1/2}^* + \rho_{j-1/2}^*) (u_{j+1}^* - u_j^*)^2, & u_{j+1}^* - u_j^* < 0 \\ 0 & u_{j+1}^* - u_j^* \geq 0 \end{cases} \quad (5-186)$$

人工粘滞项通常放在校正计算中, 加入人工粘滞项以后, 动量方程变成抛物型方程。对于拉格朗日型方程, 其稳定性条件为

$$\frac{\Delta t}{\Delta x} \leq \frac{A_0 \rho_0}{4A \rho \eta^2 |\Delta u|}$$

或

$$\Delta t \leq \frac{\sigma A_0 \rho_0 \Delta x}{4A \rho \eta^2 |\Delta u|} \quad (0 \leq \sigma \leq 1) \quad (5-187)$$

当存在间断时,可根据(5-180)和(5-181)式计算出 Δt ,再选其最小者作为下步计算的步长。

5.9.3 滤波和守恒性检查

由激波产生而出现的间断,可以通过人工粘滞法使其流动在激波层内形成光滑的过渡,因而解决了这一类间断的计算问题。但计算过程中,由于差分格式存在色散性,波头可能出现振荡,随着计算的进行,振荡有可能积累使计算无法进行下去,造成停机现象。又如在变截面的情况下,由于面积的导数也会产生间断。诸如此类的问题,用人工粘滞法是不能消除的,因此要采用滤波的方法。常用的滤波法是休曼(Shumann)滤波,采用的一种加权平均方法,即

$$U_j^n = \frac{1}{K+2}(U_{j-1}^n + KU_j^n + U_{j+1}^n) \quad (5-188)$$

式中 U_j^n 代表 ρ, u, p 等参数, K 叫滤波因子。 K 值取得太大,则起不了滤波作用,若取得过小,则滤波点可能产生“失真”现象,所以滤波因子取多大也是一个具体实践问题。而计算实验表明。滤波次数过多,也会使射击现象失真,最明显的是计算膛压偏低。另外,不必要对所有流动参量都进行滤波,只要对流速 u 和密度 ρ 进行滤波即可。

由于内弹道两相流数学模型的计算是相当复杂的,对计算过程中的各参量的结果是否正确,可以根据守恒关系进行必要的检查。若 V_i 代表某一个单元体的容积, ρ_i 是相应的混合密度,则由质量守恒

$$\sum_i V_i \rho_i = \omega \quad (5-189)$$

式中 ω 为装药质量。若每个单元体内流体质量为 $m_i = V_i \rho_i$, e_i 是气相的比内能, u_i 是流速, E_i 是单位质量火药的潜能, v 是弹丸速度, m 为弹丸质量,则任意瞬间的能量守恒为

$$\sum_i [m_i e_i \psi + \frac{1}{2} m_i u_i^2 + E_i m_i (1 - \psi)] + \frac{1}{2} m \phi v^2 = \frac{f \omega}{k-1} \quad (5-190)$$

通过(5-189)和(5-190)式的质量守恒和能量守恒检查计算过程的可靠性。

5.9.4 计算实验及结果分析

首先在弹后 (x, t) 平面上设置网格点,如图5-19所示。在弹丸未运动以前,药室空间的网格可根据计算精度的要求而划定。随着弹丸的运动网络也逐渐的扩展,直至弹丸离开炮口。因为内弹道问题的计算不仅是一个初值问题,也是一个边值问题。在内点使用差分格式时,要用到边界上的值,而根据适定的内弹道两相流问题初边问题的提法,在边界上只能给定部分参量值,仍然有一些参量需要从边界的特定条件出发,为内点计算补充边界条件。因此对边界问题处理正确与否,是数值计算成败的一个关键问题。下面介绍几种边界处理的方法。

1. 反射法

在膛底边界处理时,通常不考虑炮身的后坐,把膛底当作静止的固壁。对于这一类边界采用反射法比较方便。反射法是通过在边界以外设置虚拟点,并用反射原理确定虚拟点上的值,把边界点化为内点,从而完成内点上的各参量计算。根据解域离散方法不同,反射法有以下两

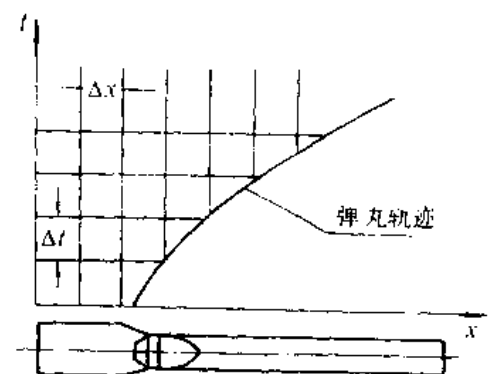


图5-19 (x, t) 平面网格

种:

(1) 第一网格系中的反射法

如图5-20所示, 结点放在膛底固壁上。在壁面外定义一个虚拟点 $i = -1$ 。该点处的速度 u 用反对称反射, 其余参量用对称反射来确定它们的虚拟值, 即

$$\begin{cases} u_{-1} = -u_1 & (u = u_g, u_p) \\ q_{-1} = q_1 & (q = \hat{\rho}_g, p, \varphi, T) \end{cases} \quad (5-191)$$

在格点 $i = 0$ 处, $u = 0$ 。(5-191) 式实际上是对称条件, 这种边界处理, 对于 $q = \hat{\rho}_g, p, \varphi$ 和 T 等参量来说, 引入了额外的条件 $\partial q / \partial x = 0$ 。它仅适用于对称边界, 对用于固壁边界不能产生数学上相容的差分方程。不过在网格不是很粗的情况下, 这种具有误差边界条件的差分方程仍可在某种实用的意义下给出连续方程的近似解。

(2) 第二网格系中的反射法

如图5-21所示, 它与膛底固壁一致的格点是格子的中心而不在结点上, 虚拟点 $i = 0$ 定义在壁面内, 利用反射法则有

$$\begin{cases} u_0 = -u_1 & (u = u_g, u_p) \\ q_0 = q_1 & (q = \hat{\rho}_g, p, \varphi, T) \end{cases} \quad (5-192)$$

(5-192) 式不同于第一网格系中的对称条件, 而等效于壁面上所有输运性质量的通量均等于零。即在 $i = 1$ 处用正规二阶内点差分, 在壁面 $i = 1/2$ 处, 所有 q 的通量项均恒等于零

$$(uq)_{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} [(uq)_0 + (uq)_1] = \frac{1}{2} [-(uq)_1 + (uq)_1] = 0$$

从数学上的相容要求出发, 推荐采用第二网格系中的反射法。

2. 守恒型格式

在考虑一种运动边界时(如弹底边界), 应用一种守恒型格式比较可行。它是从积分意义下考虑边界上的近似离散。若非齐次守恒方程为

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} = H$$

按图5-22所示的弹底网格区域积分, 可得

$$\oint U dx = F dt = \iint H dx dt$$

或

$$\int_{x_{m-1}}^{x_m} U^n dx = \int_{x_{m-1}}^{x_m} U^{n+1} dx$$

$$-F_{m-1}^n \Delta t + F_m^n \Delta t = H_{m-1/2}^{n+1/2} \Delta x \Delta t$$

引入网格平均值

$$U_{m-1/2}^{n+1/2} = \frac{1}{x_m - x_{m-1}} \int_{x_{m-1}}^{x_m} U^n dx$$

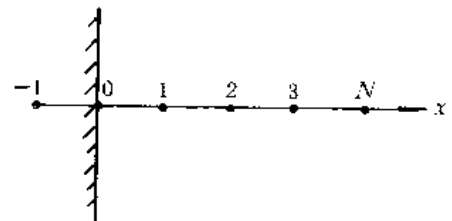


图5-20 第一网格系中的反射

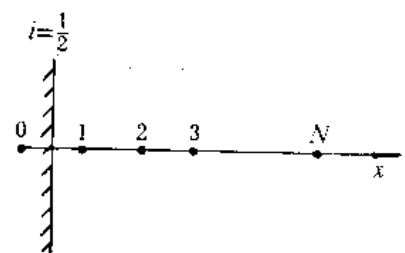


图5-21 第二网格系中的反射

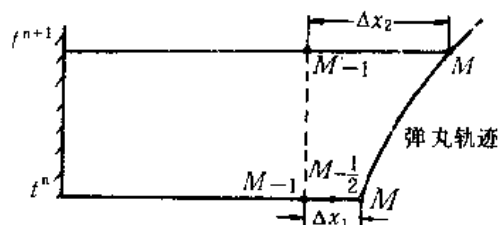


图5-22 弹底网格

$$U_{m-\frac{1}{2}}^{s+1} = \frac{1}{x_m - x_{m-1}} \int_{x_{m-1}}^{x_m} U^{s+1} dx$$

代入上式,则有

$$U_{m-\frac{1}{2}}^{s+1} = U_{m-\frac{1}{2}}^s \frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} - F_{m-1}^s \frac{\Delta t}{\Delta x_2} + F_m^s \frac{\Delta t}{\Delta x_2} - H_{m-\frac{1}{2}}^{s+1/2} \frac{\Delta x_1 \Delta t}{\Delta x_2}$$

令

$$U_{m-\frac{1}{2}}^{s+1/2} = \frac{1}{2} (U_{m-1}^{s+1} + U_m^{s+1})$$

$$U_{m-\frac{1}{2}}^s = \frac{1}{2} (U_{m-1}^s + U_m^s)$$

于是可得

$$U_m^{s+1} = 2 \left[\frac{1}{2} (U_{m-1}^s + U_m^s) \frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} + F_{m-1}^s \frac{\Delta t}{\Delta x_2} + F_m^s \frac{\Delta t}{\Delta x_2} - H_{m-\frac{1}{2}}^{s+1/2} \frac{\Delta x_1 \Delta t}{\Delta x_2} \right] - U_{m-1}^{s+1} \quad (5-193)$$

式中

$$H_{m-\frac{1}{2}}^{s+1/2} \approx \frac{1}{2} (H_m^s + H_{m-1}^s)$$

将边界条件与边界上离散条件下的守恒关系(5-193)式相结合,则可确定边界值。例如

$$u_g(m, n+1) = u_m \quad (5-194)$$

由固相连续方程(5-16b),令 $\beta = (1-\varphi)A$, 则利用(5-193)式,可得

$$\beta_m^{s+1} = 2 \left[\frac{1}{2} (\beta_{m-1}^s + \beta_m^s) \frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} + \beta_{m-1}^s u_g \Delta t + H_{m-\frac{1}{2}}^{s+1/2} \frac{\Delta x_1 \Delta t}{\Delta x_2} \right] - \beta_{m-1}^{s+1}$$

则空隙率 φ 可由下式计算出

$$\varphi_m^{s+1} = 1 - \frac{\beta_m^{s+1}}{A(m)} \quad (5-195)$$

同理,根据气相连续方程,固相动量方程,气相能量方程,状态方程及燃烧速度方程分别确定 $\hat{\rho}_g(m, n+1)$, $u_g(m, n+1)$, $e_g(m, n+1)$, $p(m, n+1)$ 及 $z(m, n+1)$ 等边值参量。

边界上的参量也可以通过特征线和相容性关系来求得。在理论上特征线法是一种比较准确的、高精度的处理边界问题的方法,但由于特征线上的相容性关系为一组联立的非线性常微分方程组,需要迭代求解,而且还要多次插值才能求得边界值。在具体应用当中,实际上降低了这种方法的精度。因此,在实际的计算中采用守恒格式方法处理边界问题比较合适。

3. 计算例题

根据30mm 弹道炮的装填条件和内膛结构诸元,对底部点火的内弹道过程作了模拟计算。计算结果反映了膛内主要流动特性,其压力波曲线与实验结果之间有较好的一致性。图5-23表示不同时刻压力分布曲线。从 $t = 0.5867\text{ms}$ 的压力分布曲线看出,弹底压力大于膛底压力。 $t = 0.8624\text{ms}$,压力分布的最大值向中间移动。 $t = 1.026\text{ms}$ 时,膛底压力高于弹底压力。这种压力分布曲线的演变反映了膛内的波动特性。

图5-24是不同时刻的空隙率 φ 的变化规律。在射击开始前空隙率为均匀分布。在点火过程中,将药粒推向弹底,如 $t = 0.434\text{ms}$ 时的曲线,弹底空隙率小于膛底空隙率。由于药粒挤压在弹底,使弹底压力很快的升高,形成了如图5-23所示的压力分布曲线,形成反向的压力差又将火药颗粒推向膛底,使膛底空隙率增加,如 $t = 1.1178\text{ms}$ 时所示的曲线。在图中还可

以看出,在弹底附近空隙率有一个突跃过程,说明在弹底存在一个纯气相区。由图5-17所示的实验结果,证明这个计算模拟的结果是正确的。

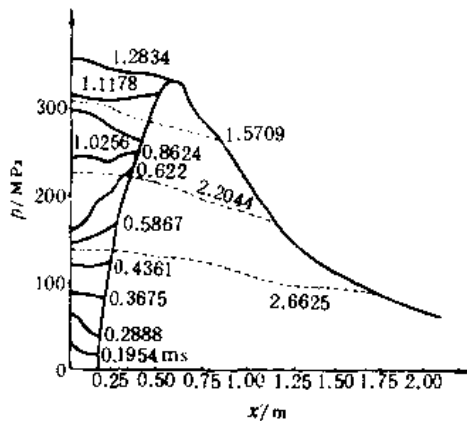


图5-23 不同时刻的压力分布曲线

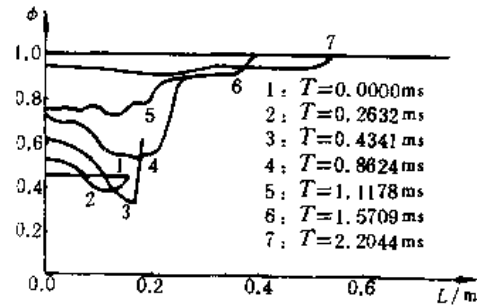


图5-24 不同时刻的空隙率分布曲线

图5-25表示不同时刻气固两相速度的变化规律。从图中看出,固相速度小于气相速度,相间存在明显的滑移现象。它们的比值 $u_s/u_g = 0.8$ 。

图5-26是不同位置上的压力随时间的变化规律,接近膛底部位的曲线1和膛壁部位的曲线2发生多次相交,说明膛内的压力波存在。有关压力波的计算在第七章中将进行详细的讨论。

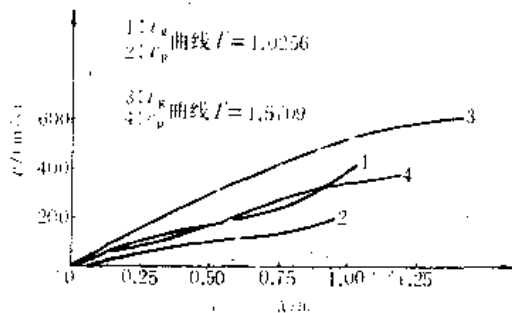


图5-25 气固两相速度分布曲线

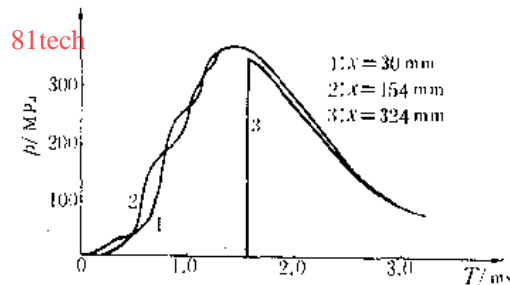


图5-26 不同位置的 p-t 曲线

参 考 文 献

- [1] Wallis G. B. One-Dimensional Two-phase Flow, McGraw-Hill, New York, 1969.
- [2] Soo S. L. Fluid Dynamics of Multiphase Systems, Blaidell Publishing Co., Waltham, 1967.
- [3] Pai S. I. Two-phase Flows, Vieweg, 1977.
- [4] Chermisinoff N. P. Hydrodynamics of Gas-Solids Fluidization, Gulf Publishing Co., Houston, 1984.
- [5] Rudinger G. Fundamentals of Gas-Particle Flow, Elsevier Scientific Publishing Co., New York, 1980.
- [6] Krier H and Summerfield M. Interior Ballistics of Guns, AIAA, 1979.
- [7] 贝切赫钦 C A 等. 内弹道学的气体动力学原理. 北京: 国防工业出版社, 1966.
- [8] 金志明, 袁业雄. 内弹道学气体动力学原理. 北京: 国防工业出版社, 1983.
- [9] Leva M. Fluidization, McGraw-Hill Book Co., 1959.
- [10] Kunii D, Levenspiel O. Fluidization Engineering, 1969.
- [11] 周力行. 燃烧理论和化学流体动力学. 北京: 科学出版社, 1986.
- [12] Drew D A. 两相流的数学模型(上). 上海力学, 1985年第1期(原载 Ann. Rev. Fluid Mech., Vol. 15, 1983, 261~291).
- [13] Drew D A. 两相流的数学模型(下). 上海力学, 1985年第2期.

- [14]蔡树棠,范正翘,陈越南.两相流的基本方程.应用数学和力学,第七卷,1986年第6期.
- [15]袁亚雄.考虑湍流影响的内弹道离散粒子模型.弹道学报,1989年第1期.
- [16]周彦煌等.火炮膛内两相燃烧流体动力学模型.兵工学报(武器分册),1981年第2期.
- [17]Gough P S. Modeling of Two-phase Flow in Guns, Interior Ballistics of guns, AIAA, 1979.
- [18]Gough P S, Zwarts F J. Modeling Heterogeneous Two-phase Reacting Flow, AIAA Journal, Vol. 17, 1979.
- [19]Celmins A K R and Schmitt J A. Modeling of Gas-Solid Phenomena in Interior Ballistics, Proceedings of the 7th International Symposium on Ballistics, 1983.
- [20]Gough P S. Computer Modeling of Interior Ballistics, Naval Ordnance Station, Indian Head, Md. IHCR 75-3, 1975.
- [21]Gough P S. Two-Dimensional, Two-phase Modeling of Multi-increment Bagged Artillery Charges, ADA125482, March 1983.
- [22]Horst A W. A Two-Dimensional, Two-Phase Simulation of Propelling Charge Phenomenology, Proceedings of the 7th International Symposium on Ballistics, 1983.
- [23]Krier H. Model of Gun Propellant Flame Spreading and Combustion, AD918832, Mar. 1974.
- [24]Nelson C W. Comparison of Predictions of Three Two-phase Flow Codes, ADA037348, Feb. 1977.
- [25]Kooker D E. Numerical Predictions for Ignition of a Confined Reactive Case, ADA051092, 1978.
- [26]Kuo K K, Vichnevetsky R and Sumerfield M. Theory of Flame Front Propagation in Porous Propellant Charges under Confinement, AIAA Journal, 1973.
- [27]Krier H and Gokhale S S. Modeling of Convective Mode Combustion through Granulated Propellant to Predict Detonation Transition, AIAA Journal, Vol. 16, 1978.
- [28]Gough P S and Zwarts F J. Some Fundamental Aspects of the Digital Simulation of Convective Burning in Porous Beds, AIAA / SAE 13th Propulsion Conference, 1977.
- [29]Gibeling H J. Development of a Two-Dimensional Implicit Interior Ballistics Code, ADA084092, 1980.
- [30]Tuckmantel D L. TWOFLO-A Computer Code to Solve the Problem of Two-phase Flow with shocks in Duct, BRL, Aberdeen Proving Ground, 1975.
- [31]殷鹤宝等.考虑弹后工质一维不定常运动的内弹道模型.火炮研究, 1979.
- [32]金志明,袁亚雄.内弹道两相流的数学物理模型及其计算.兵工学报(武器分册), 1982.
- [33]赵志健.考虑可燃药筒的内弹道多相流数学物理模型及计算;〔硕士论文〕.南京:华东工学院, 1984.
- [34]宋明.空包弹发射榴榴弹内弹道气动力研究;〔硕士论文〕.南京:华东工学院, 1985.
- [35]宋明.膛内压力波理论与实验研究;〔博士论文〕.南京:华东工学院, 1988.
- [36]周彦煌等.炮用点火装药床点火理论模型及计算.火炮研究, 1980.
- [37]王升晨.准一维两相流火炮内弹道方程组的计算.兵工学报(武器分册), 1984.
- [38]龚海刚.高压点火管的理论模型及计算.兵工学报(武器分册), 1984.
- [39]王升晨,周彦煌.中心点火装药结构两相流内弹道模型及计算.兵工学报, 1987.
- [40]曲作家.点火管的内弹道模型.兵工学报(武器分册), 1981.
- [41]陶其恒.中心点火管的两相流模型.兵工学报(武器分册), 1983.
- [42]周丽娟,梁世超,金志明.装药条件对膛内压力波影响的数值模拟.兵工学报(武器分册), 1989.
- [43]Ergun S. Fluid Flow through Packed Columns, Chemical Engineering Progress, Vol. 48, 85~94, 1952.
- [44]Anderssen K E B. Pressure Drop in Ideal Fluidization, Chemical Engineering Science, Vol. 15, 276~297, 1961.
- [45]Eckert E R and Drake E M. Analysis of Heat and Mass Transfer, Mc Graw, New York, 1977.
- [46]Kuo K K. Intragranular Stress, Particle-Wall Friction and Speed of Sound in Granular Propellant Beds, Journal of Ballistics, vol. 4, 1980.
- [47]郁军.火药气体粘性系数的研究;〔硕士论文〕.南京:华东工学院, 1985.
- [48]张广海.火炮火药点火的实验与理论研究;〔硕士论文〕.南京:华东工学院, 1988.
- [49]周彦煌等.气固两相流中颗粒群的稠密度对阻力系数影响的研究,兵工学报(武器分册), 1984.
- [50]李群.火药撞击破裂规律及其对燃烧速率影响的实验研究.兵工学报(武器分册), 1984.
- [51]周彦煌,魏建国.炮用火药点火研究,兵工学报(武器分册), 1985.
- [52]金志明,宋明.火药床压缩模量及颗粒间应力,兵工学报, 1990.

- Horst A W, Keller G E. New Directions in Multiphase Flow Interior Ballistic Modeling. Proceedings of the 11th International Symposium on Ballistics, 1989.
- [54] Meineke E, Heineke R A. Complete Numerical Solution of the Interior Ballistics Chamber Problem. Proceedings of the 11th International Symposium on Ballistics, 1989.
- [55] Steffens U, Rittel R. Applications of a Three-Dimensional Gasdynamic Simulation Model to Interior Ballistics, Proceedings of the 11th International Symposium on Ballistics, 1989.
- [56] Groenenboom P H L. Two Phase Flow Computation for a 40mm Granular Propellant Gun in Comparison with Experimental Results. Proceedings of the 11th International Symposium on Ballistics, 1989.
- [57] Fitt A D, Crowley A B, Astom J A G. Contrasting Numerical Methods for Two-Dimensional Two-Phase Internal Ballistics Test Problems. Proceedings of the 11th International Symposium on Ballistics, 1989.
- [58] Jin Zhiming, Song Ming. Forming Mechanism and Numerical Simulation of Pressure Waves in Guns, Proceedings of the 11th International Symposium on Ballistics, 1989.

81tech

第六章 膛内压力波现象及机理

§ 6.1 引言

膛内压力波是指射击过程中火炮膛内燃气压力纵向传递的波动现象。然而,火药颗粒群的运动及其聚集对这种波动现象有着明显的影响,所以膛内压力波是气固两相共同作用的结果。这种现象早已被人们所发现,但在武器的内弹道设计中却往往被忽视。由于早期的火炮弹道性能,一般来说膛压和初速均比较低,装填密度也比较小,通常在 $0.65\text{kg}/\text{dm}^3$ 左右,很少超过 $0.75\text{kg}/\text{dm}^3$,因此压力波现象不很明显,还不足以由压力波而造成某种不测事故。但即使这种低性能的火炮武器,在使用小号装药时,也曾发生由压力波而引起膛炸现象,后来装药设计者对小号装药采用瓶状装药结构,比较有效地避免了这种膛炸现象的发生。并且规定了这样一条原则,即装药长度不能小于药室长度的 $2/3$ 。近 30 年来,随着坦克装甲抗侵彻能力的增强和飞机航速的加快,以及火炮反导弹工程的需要,对火炮的弹道性能提出更高的要求,特别是要求弹丸初速有大幅度的提高。要增加弹丸初速就势必引起膛压和装填密度的增加,这就可能严重地导致膛内大振幅压力波的产生。由压力波引起的燃烧不稳定,药床对弹底的冲击使火药碎裂,造成膛压的反常增大,以致发生弹丸早炸、引信失灵及膛炸等严重事故。因此,引起了国内外的内弹道工作者对研究压力波的极大兴趣和重视。

强压力波的存在,不仅影响到内弹道性能的稳定性,引起初速的分散,而且也必然会影响到火炮、弹丸、引信及火药装药的整个武器系统的设计。肯特(R. H. Kent)认为:存在大振幅压力波的情况下,应增加身管设计的安全系数。索珀(W. G. Soper)指出:药床撞击所引起的冲击激发作用足以引爆弹丸中所装填的炸药。所以弹丸设计除考虑强度外,还必须考虑到炸药的允用应力问题。由压力波而引起的弹丸冲击振动,对引信的保险设计也带来新的课题,压力波与装药设计之间的关系则更加密切,给装药设计提出崭新的概念和广泛的研究领域。在这方面的研究,梅(May)和霍斯特(Horst)有专门的论述。

对膛内压力波的研究应追溯到 19 世纪后期,维也里用铜柱测压器首次测得密闭爆发器中当火药集中在一端时,压力“阶跃”现象及其反常的增加。因此,压力波也称为维也里波。与维也里的实验同时,俄国的卡拉库斯基(Калакуцкий)在枪膛中测得装药沿空间不均匀分布时膛内发生的压力波动现象。当时尽管没有提出压力波的概念,但已认识到局部点火和不均匀装药结构会造成不均匀的压力分布。1935 年肯特使用压电传感器在 155mm 榴弹炮上研究了底部点火对压力分布不均匀性的影响,并明确提出压力波(pressure wave)的概念。本世纪 50 到 60 年代,对压力波的研究主要集中在实验上认识各种因素对压力波的影响。赫登(S. E. Heddon)和南斯(G. A. Nance)的工作代表了对压力波最广泛的实验研究之一。他们在 155mm 火炮中研究了点火源不同位置和自由空间对膛内压力曲线不光滑性的影响。洛克特(N. Lockett)和霍斯特

关于点火对源压力波的影响也有专门的论述。但是,这些研究没有超出定性观察的范围。70年代以后,对压力波的研究有了新的进展,一些学者开始致力于对压力波的定量分析研究。克拉科(E. V. Clarke)等人根据 155mm 榴弹炮的大量试验结果,提出所谓压力波敏感度概念。将代表压力波主要特性的第一个负向幅值 $-\Delta p_1$ 与膛底最大压力 p_m 建立起压力波敏感度曲线,以判断压力波对最大压力影响的敏感程度。这个概念已用于美国陆军火炮装药安全性检验的《TOP》规范中。霍斯特提出对压力波频谱分析的方法,以研究压力波的整体特性,而不仅仅考虑 $-\Delta p_1$ 对最大压力的影响。在理论研究方面,用内弹道气固两相流理论对压力波数值模拟,以揭示压力波形成的数学物理本质是从高夫开始的。在第五章中已作了详细的阐述。准一维内弹道两相流的 NOVA 编码,在药筒装填条件下给出无论是定性或定量上与实验结果具有良好一致性的计算结果。二维轴对称两相流模型对大口径药包装填火炮的压力波模拟也取得了某些进展。

我国的内弹道工作者对压力波的实验和理论上的研究是从70年代后期开始的。在一维均相、一维两相内弹道模型的建立和数值方法的计算实践方面做了很多研究工作,并获得了不少的研究成果。在火药的点火规律、药床压缩规律、相间阻力及应用脉冲 X 光摄影探测膛内火药颗粒群运动规律等基础问题上做了大量的实验研究工作。近几年来,内弹道两相流理论在模拟膛内压力波方面已取得很大的进展。在小口径和大口径火炮上数值模拟结果与实验数值之间的一致性能满足工程上的要求。对压力波的研究工作已有一定的深度和广度。

§ 6.2 膛内压力波形成的机理

81tech

射击过程中膛内所产生的压力波是一种可能发生不测事故的危险征兆。为了保证射击的安全可靠,采取某些有效的技术措施以抑制或削弱这种压力波现象,这是内弹道装药设计的一项重要任务。因此,首先对压力波形成机理及其特性作深入的分析。

6.2.1 压力波一般特性分析

膛内压力波现象首先表现在压力时间曲线上具有不光滑的“阶跃”特征,如图6-1所示。压力时间曲线上明显的出现两处“阶跃”现象,这种现象一般是由不均匀点火、药床运动和波的反射所造成的,所以压力曲线上的“阶跃”就是压力波的特征。但从某一特定位置的压力曲线还不能直观的量化的认识压力波的规律。为了在工程上应用方便,通常用膛底处测得的压力减去坡膛处测得的压力的差值,建立起压力差随时间变化曲线来量度压

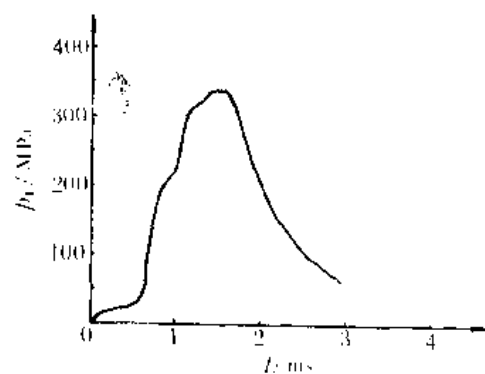


图6-1 实验的压力时间曲线

力波变化特征。所以,大量的研究工作是在实验测定压力差分曲线的基础上进行的。

1. 压力波的实验方法

压力波曲线的测试装置如图6-2所示。试验通过压电传感器获得压力的电信号,经电荷放大器将电信号放大,再输入瞬态记录仪进行转换,然后由微机系统进行数据采集,根据压力标定结果将电信号还原为压力值存放在磁盘里,或将所测的结果打印输出。其中 $p_1 - p_2 = \Delta p$ 与

时间的关系即为压力波变化曲线。

典型的压力波曲线如图6-3和图6-4所示。在相同的内弹道性能的条件下,小颗粒火药床的压力波比较大,而大颗粒火药床的压力波则比较小。颗粒的大小影响药床的透气性。颗粒越大,透气性越好,因此压力波也较小。由此可见药床透气性是影响压力波的一个重要因素。

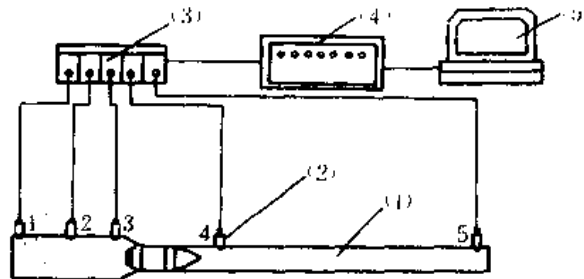


图6-2 压力波测试装置

(1)火炮身管;(2)传感器;(3)电荷放大器;(4)瞬态记录仪;(5)微机

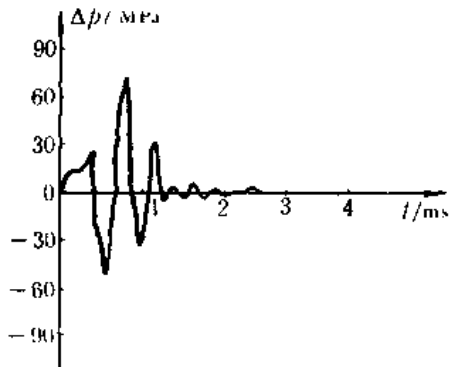


图6-3 小颗粒火药床的压力波曲线

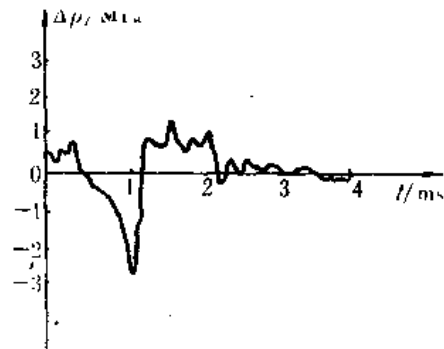


图6-4 大颗粒火药床的压力波曲线

2. 压力波曲线的特征分析

从图6-3和图6-4两种典型的压力波曲线,可以得出以下的特征:

(1) 两种装药结构所得到的压力差分曲线都具有波动特性。在火药床点燃后,压力波幅很快达到最大值。对于小颗粒装药,第一个负波幅约为80~100MPa,而大颗粒装药约在25~35MPa之间变化。到达最大值后,振幅开始衰减,起初衰减较慢,后来衰减加快。在膛内达到最大压力值以后,压力波振幅衰减为零。

(2) 压力波曲线的初始阶段,由于局部点火而形成第一个正波幅。在正向压力梯度作用下,药床向弹底方向运动和波在弹底的反射,出现了第一个幅值大的负波幅。实验证明,初始的正波幅与第一个负波幅有着密切的关系。一般情况下,初始正波幅越大,则第一个负波幅也越大。

(3) 在两个相邻的波峰或波谷之间的时间间隔定义为振动周期,可以发现它的振动周期将随时间不断的减小。以图6-3所示的压力波曲线为例,前四个周期分别为:0.470,0.310,0.300和0.230ms。它的振动频率将随时间增加,所以膛内压力波是一种变频振动现象。

(4) 膛内压力波不是一种稳态的周期振动,而是一种瞬变的非周期阻尼运动。它的频谱分布不是离散型的,而是一种连续的振动频谱。

以上讨论的是典型的收敛型压力波的一般特性,但也可能产生发散型压力波。这种类型的

压力波会导致膛炸或其它灾难性的事故,把它称为危险压力波,图6-5所示的是美国175mm火炮发生膛炸时压力波曲线。从图中可以看出,压力波的振幅随时间越来越大,是一种发散型的压力波曲线。图6-6所示的是海30mm火炮膛炸时压力波曲线和压力曲线。第一个负波幅接近400MPa。在膛底处的压力曲线急剧地升高,说明射击中药床受到严重的挤压,在弹底部位形成了一个稠密的火药区,部分药粒在挤压过程中破碎。火药燃烧呈爆燃状态,在弹底形成一个高压区。

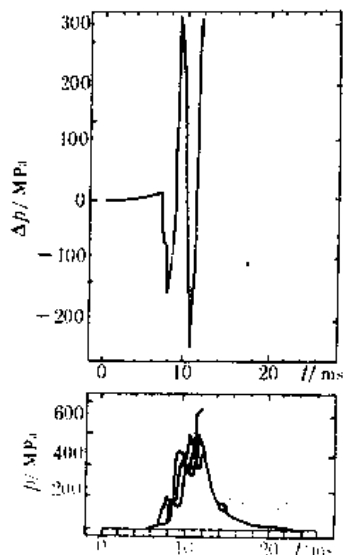


图6-5 美175mm 火炮膛炸压力波曲线

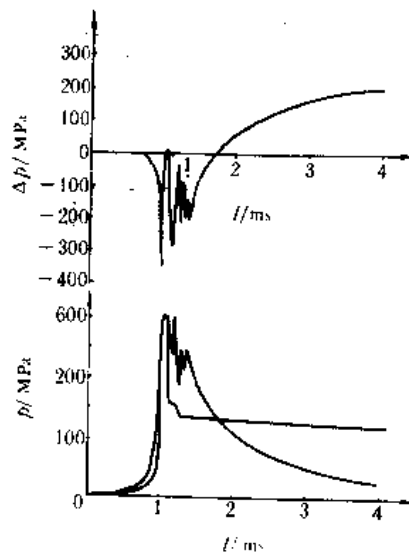


图6-6 海30mm 火炮膛炸压力波曲线和压力曲线

6.2.2 压力波的传播规律

内弹道循环的初期,由于不均匀的点火,在弹后空间的压力分布形成明显的压力梯度,表现为纵向压力波的存在。在沿药室四个位置上测得压力曲线,将其处理为不同时刻的压力分布,可揭示膛内纵向压力波的产生、发展和衰减的过程。图6-7是海30mm火炮6/7装药测试的结果。从图中看出:点火药气体从底火中喷出在膛内首先形成正向的压力梯度,并随着逐层的引燃发射装药,压力梯度不断被加强,逐渐地向弹底方向传播。大约在0.49ms时刻,波阵面在弹底反射,很快使弹底压力高于膛底压力,形成反向的压力梯度,这相应于压力波曲线上的第一个负波幅形成过程。约在0.68ms时刻,波阵面在膛底再次反射,使膛底压力又一次高于弹底压力,形成第二次正向压力梯度,它相应于压力波曲线上的第二个正波幅的形成过程。经过几个周期的来回反射后,随着弹丸的运动,压力梯度逐渐的减小,膛内压力趋于均匀,并接近于拉格朗日假设下的压力分布。

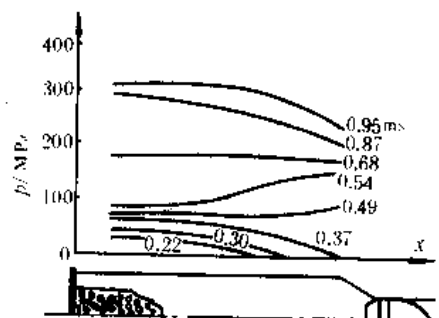


图6-7 6/7装药条件下压力波传递过程

6.2.3 压力波形成机理

为了说明膛内压力波的产生和发展过程,通过一个理想的射击过程来描述。射击从击发底

火开始,通过电或机械方法引发底火,由底火产生的燃气去引燃点火药。它燃烧后所产生的高温气体和灼热的固体微粒,以一定的速度喷射入火药床。这些燃烧产物的温度和压力随时间的分布决定于点火系统的结构。当火药表面被加热到足以燃烧的时候(达到着火点),接近于点火药部位的火药开始燃烧,形成一个初始的压力梯度和第一个正波幅。高温的火药气体和点火药气体混合一道又迅速地渗透到未燃的火药区,它以对流传热的方式加热火药表面,火药床被逐层的点燃。这时在火药床中形成一个火焰波的传递。这一过程称为传火过程。

当形成气、固两相后,由于药床密集性对气流产生阻尼和新燃气的不断加入,压力梯度逐渐被加强,并推动和挤压火药床向弹底方向运动。通过脉冲 X 光对膛内的探测,可以观察到火药床的运动过程(见 6.5.5 节 X 光照片)。在火药床被压缩过程中,固相的火药床中形成应力波的传递。火药床在应力波的作用下,逐层的被压缩,在弹底形成高颗粒密集区,部分药粒由于挤压和撞击而破碎。一旦火焰波传到弹底时,弹底部的气体生成速率猛然增大,从而加强了弹底的反射波,形成了逆向的压力梯度,导致第一个负波幅的产生。

在逆向压力梯度作用下,火药床又被推回到膛底,使弹底部的气体生成速率减小。由于弹丸运动,弹后空间的增大,弹底部位的压力上升速率减慢,而这时膛底的压力上升速率逐渐地增大,于是又形成正向的压力梯度,导致了第二个正波幅的产生。这种在膛底和弹底之间往复反射,形成了膛内纵向压力波的传递过程。

在膛内压力上升阶段,膛内的气体总是受到压缩,后一个压缩波传播速度大于前一个压缩波的传播速度。这些压缩波要互相叠加起来,使得压力波阵面越来越陡峭,最后形成大振幅的压力波。与此同时,弹丸在膛内压力作用下,不断地被加速,弹后空间增大。这时在弹底产生一系列的膨胀波,压力梯度因此而被削弱,膛内压力分布趋于均匀。一般情况下,当膛内压力达到最大压力之后,压力波就很快地衰减并直至消失。但也可能造成这样一种极端的情况,由于点火条件恶化,药粒在弹底被严重击碎,使膛内局部压力急升。而弹丸运动不足以抑制这种上升的趋势,压力波的振幅不断地增大,形成了极大的压力波头,造成灾难性事故发生。

根据上述的分析,压力波形成的机理可归纳为以下几个要点:

(1) 点火激励是膛内压力波形成的“波源”。点火源的位置及其点火冲量对压力波的形成和发展起着决定的作用。

(2) 膛内压力波不仅是气相所发生的行为,而是气、固两相共同作用的结果。火药颗粒在膛内运动及其聚散对压力波的强度和传播有着重要的影响。

(3) 火药床的结构(如透气性,自由空间)显著地影响到压力波形成和发展。

(4) 火药床中的火焰波(传热的“热”作用)和应力波(压缩的“力”作用)与压力波之间存在着相互影响和相互制约的关系。压力波促进火焰波在药床中的传播,火焰波又加强压力波的形成。在大颗粒火药床中,压力波超前于火焰波。在小颗粒火药床中,压力波与火焰波几乎重叠。至于压力波与应力波之间的关系,在压力波的作用下,火药床受到压缩而形成应力波的传播,在应力波作用下火药床在弹底聚集,这是造成大振幅负向压力波的重要因素。

(5) 弹丸在膛内运动是削弱压力波的一种因素。当这种削弱压力波因素不足以抑制其增长时,就有可能导致危险压力波的产生。

§ 6.3 压力波实验结果的定量研究

6.3.1 压力波定量描述

为了将压力波的研究用于火药装药设计和装药安全性检验,首先要对压力波进行定量的描述,即用什么的标志量来表征压力波的强度,这是一个十分重要的问题。目前国内、外大多数研究者都采用压力差分时间曲线上的第一个负波幅 $-\Delta p_1$ 来描述压力波的强度。如图6-8所示。

美国的内弹道学者采用第一个负波幅 $-\Delta p_1$ 和相应的膛底最大压力 p_m 之间的压力波敏感度曲线作为装药安全性检验的依据,如图6-9所示。当 $-\Delta p_1$ 在某个范围变化时,随着 $-\Delta p_1$ 增加 p_m 变化较小,也就是说 $-\Delta p_1$ 对 p_m 的影响不敏感。当 $-\Delta p_1$ 超过某个临界值时, $-\Delta p_1$ 的变化对 p_m 的影响显得相当敏感。由此可见,选用 $-\Delta p_1$ 作为压力波的标志量是有着实际意义的,它与衡量内弹道性能的主要标志量 p_m 联系起来,为装药安全性检验提供一种有实用价值的方法。 $-\Delta p_1$ 这个量大致可反映点火药气流渗透进火药床到弹底之前的滞止程度,以及药床压缩在弹底产生高颗粒密度区的稠密状况。显然,这些因素都是产生压力波的主要原因,所以 $-\Delta p_1$ 在一定程度上反映了装药结构设计的完善程度。

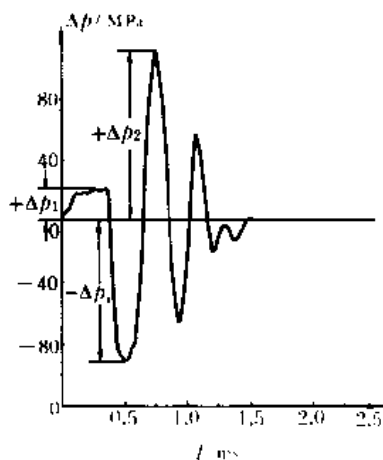


图6-8 压力波曲线的标志量

81tech

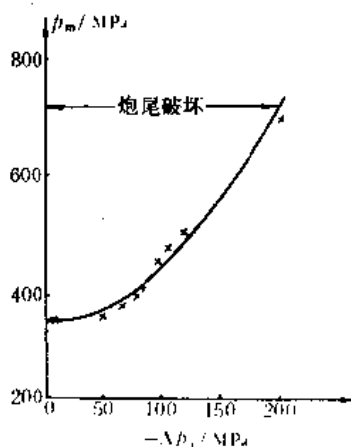


图6-9 美175mm火炮压力波敏感度曲线

然而实验研究表明,压力波曲线上的第一个正波幅 $+\Delta p_1$ 更能反映出膛内点火的完善程度,同时还能综合反映了发射药起始燃气生成速率的大小及药床透气性对压力波的影响。这一些无疑是决定膛内压力波强度的因素。因此,美国内弹道学者霍斯特主张采用第一个正波幅和第一个负波幅的绝对值之和 $\Delta p_1 + |-\Delta p_1|$ 来表征压力波的强度。这种观点虽然不甚合理,但对引起人们认识第一个正波幅是一个进步。

压力波曲线上的第二个正波幅 $+\Delta p_2$ 是弹丸运动后所形成的。这时弹后空间在膨胀波的作用下,压力上升速率减慢。返回膛底的火药又促使膛底压力的增加,再次形成膛底压力高于弹底压力的正向压力梯度。压力波曲线是否能成为衰减型的,关键在于弹丸运动后能否削弱压

力波继续发展,否则就可能使压力波振幅越来越大,导致大振幅的危险压力波的发生。因此,在对压力波定量描述时,也必须充分地考虑到第二个正波幅 $+\Delta p_2$ 的作用。实验证明: $+\Delta p_1$ 、 $-\Delta p_1$ 和 $+\Delta p_2$ 之间存在着一定的相互联系。在一般情况下,随着 $+\Delta p_1$ 的增大, $-\Delta p_1$ 和 $+\Delta p_2$ 值也相应的增大,如图 6-10 所示。从实验关系曲线看出: $+\Delta p_1$ 、 $-\Delta p_1$ 和 $+\Delta p_2$ 三者之间的关系具有相当一致的变化规律。因此,选择上述任何一个标志量都可以在一定程度上反映膛内压力波的强度。

然而,仅仅单独的采用某一个标志量或把它们机械地相加来描述膛内压力波的强度是不完善的,因为它们当中的任何一个标志量均不能反映整个压力波曲线的特征,如何利用压力波曲线提供更多的信息,是很值得研究的问题。以下提出的频谱分析就是用压力波曲线整体特性来定量研究压力波的一种有实用意义的方法。

6.3.2 压力波频谱分析

一、滤波和傅里叶频谱分析

膛内纵向压力波在膛底和弹底之间的传递是一种瞬变非周期振动的物理现象。而压力波的实际测定是通过膛底和坡膛处的压力差 Δp 来表示。把这种压力差分信号按各种频率分解是很有意义的一种研究方法。特别是用快速傅里叶变换(FFT)考察各种压力波特性,确定代表压力波特性的频谱范围,作为定量描述压力波的一种新方法。

在测定压力波曲线时,由于多种随机因素的影响,测试结果会出现失真,在曲线的局部地方产生“毛刺”现象。因此在谱分析前,应该进行滤波,将这些高频分量滤掉,使压力波曲线成为光滑连续曲线,便于频谱分析。

滤波是采用二阶低通滤波器,其传递函数为

$$H(S) = \frac{1}{1 + AS + BS^2} \quad (6-1)$$

然后用双线性变换

$$S \leftarrow \frac{z-1}{z+1} \quad (6-2)$$

将 $H(S)$ 变换成 $H(z)$, $H(z)$ 即为所求数字滤波器的 z 传递函数。式中 A 、 B 是与滤波性能有关的常数。实践证明,这种数字滤波器的效果很好。

设压力波 $\Delta p = f(t)$, 为时间 t 的某个函数。将 $f(t)$ 在区间 $-T/2 \leq t \leq T/2$ 展成傅里叶级数,其中 T 为压力波持续的时间。则有

$$f(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} C_n e^{in\omega_0 t} \quad (6-3)$$

式中 $\omega_0 = 2\pi/T$, C_n 为傅里叶系数,即

$$C_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(\tau) e^{-in\omega_0 \tau} d\tau \quad (6-4)$$

令 $n\omega_0 = \omega$, 则 $\Delta\omega = (n+1)\omega_0 - n\omega_0 = \omega_0$, 当 $\Delta\omega \rightarrow 0$ (或 $\omega_0 \rightarrow 0$) 时, (6-3) 式成为傅里叶

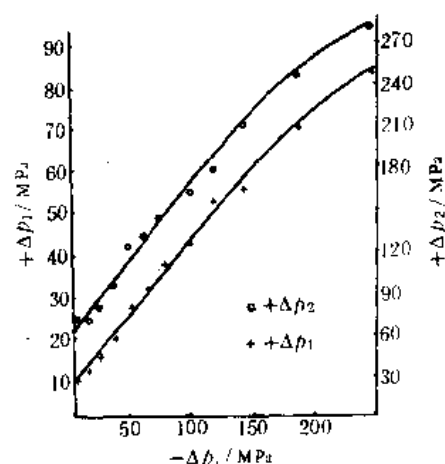


图6-10 30mm 高膛压炮 $-\Delta p_1$ 、 $-\Delta p_1$ 和 $+\Delta p_2$ 的实验关系曲线

积分

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} F(i\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (6-5)$$

则由(6-4)式,可得

$$F(i\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (6-6)$$

(6-6)式即为傅里叶变换,它的模 $|F(i\omega)|$ 即为振幅,表示为振幅随频率的分布关系。若已知压力波随时间变化的曲线 $\Delta p(t)$,当 $t < 0$ 或 $t > T$ 时, $\Delta p(t) = 0$ 。则有

$$F(i\omega) = \int_0^T \Delta p(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau = R(\omega) - iI(\omega) \quad (6-7)$$

由欧拉公式

$$e^{-i\omega\tau} = \cos\omega\tau - i \sin\omega\tau \quad (6-8)$$

则(6-7)式中的实部和虚部分别为

$$R(\omega) = \int_0^T \Delta p(\tau) \cos\omega\tau d\tau \quad (6-9)$$

$$I(\omega) = \int_0^T \Delta p(\tau) \sin\omega\tau d\tau \quad (6-10)$$

谱的幅值为

$$|A(\omega)| = \sqrt{R^2(\omega) + I^2(\omega)} \quad (6-11)$$

实际上得到的压力波曲线是一组离散值,很难拟合成某一个时间函数。因此仍需要采用数值计算的方法,把瞬态波形分成一系列离散点来计算,计算工作也比较大,通常采用快速傅里叶变换方法获得压力波的频谱分布。

二、装填条件的变化对压力波频谱的影响

装填条件的变化将明显地影响压力波的特性,用上述的频谱分析方法可以更直观地给出这种影响的物理实质。图(6-11)和图(6-12)分别表示6/7和7/14两种装药在海30mm 炮中所

$$R_1[K]/R_1[1]$$

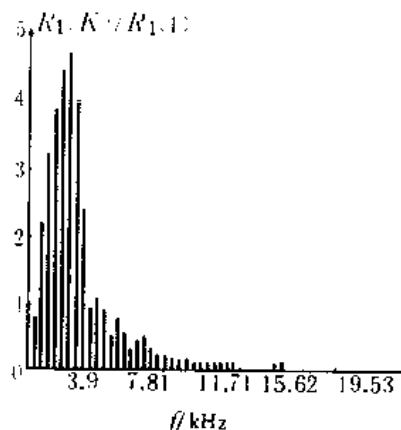


图6-11 6/7装药压力波谱分布

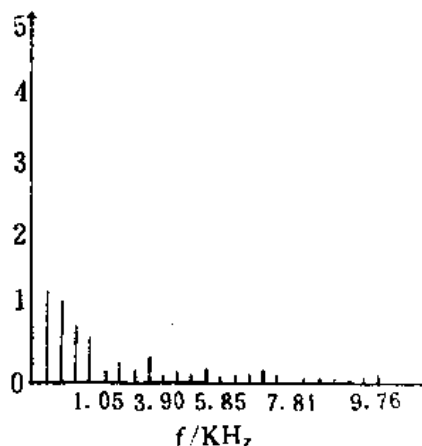


图6-12 7/14装药压力波谱分布

测得的压力波曲线的频谱分布。为了可对比性,两种装药所得到的最大压力和初速基本相同,即在弹道等效条件下,仅仅改变装药形状和尺寸,研究对压力波谱结构的影响。图中 $R_1[1]$ 代表零频时的振幅,它相当于平动分量, $R_1[K]$ 表示任意频率的幅值。振幅分布曲线中存在一个

最大值,它所对应的是系统的固有频率。从图中看出:6/7装药压力波的频谱主要集中在频率 $f = 0.78 \sim 3.9\text{kHz}$ 的频带中,压力波的振动能量主要由这个频带中的谐频所提供,高频成分则比较弱。而7/14装药的频率波频谱则不同,说明大颗粒药床可以减弱压力波的强度,对压力波的形成起了抑制作用。表现在频带向低频区移动,固有频率相应减小。

图6-13表示采用低速导爆管中心点火条件下的压力波频谱。与6/7装药相同装填条件下的底部点火压力波及频谱相比,如表6-1所示。

表6-1 两种点火方式的压力波频谱特征值

点火方式	$-\Delta p_1/\text{MPa}$	S_0/MPa	S_m/MPa	f_0/kHz
底部点火	-90.1	24.3	190.0	2.34
中心点火	-30.2	45.8	66.8	0.52

表中 S_0 是零频幅值, S_m 是最大幅值, f_0 是 S_m 所对应的频率,称为主频率。从表中看出:采用低速导爆管中心点火方式时, $-\Delta p_1$ 和 S_m 都只有底部点火时的 $1/3$,主频率约 $1/4$,而反映平动特征的零频振幅 S_0 却增加一倍。这说明采用低速导爆管中心点火方式能显著地削弱系统的振动特征,起了抑制压力波的作用。

三、压力波敏感度标准

在美国陆军试验鉴定司令部制订的试验操作规程(TOP)中,对装药安全性检验作了具体的规定,大致分为以下几个步骤进行:

- (1) 对给定的武器、弹药系统进行压力波敏感度试验。通过改变点火条件其中包括有意使中心点火管失效的试验方案,以确定 $-\Delta p_1$ 和药室最大压力 p_m 之间的压力波敏感度曲线。
- (2) 用发生膛炸的药室最大压力来确定产生事故的临界压力。
- (3) 从步骤(1)得到的压力波敏感度曲线,根据临界压力确定相应的 $-\Delta p_1$ 的数值。
- (4) 由实际射击数据作出 $-\Delta p_1$ 的分布曲线和概率密度曲线。
- (5) 根据步骤(3)所确定的临界 $-\Delta p_1$ 值和概率密度曲线决定发生事故的概率。《TOP》规程中规定膛炸概率小于 $1/10^6$ 时,装药是安全的,可以通过验收。

由此可见,确定 $p_m \sim -\Delta p_1$ 的压力波敏感度曲线是射击安全性评定程序的基础。如前所述, $-\Delta p_1$ 虽在一定程度上能反映出点火和装药结构对压力波的影响,但仅用 $-\Delta p_1$ 值来衡量压力波的特性是不全面的。由点火过程所引起的第一个正波幅 $+\Delta p_1$ 和第二个正波幅 $+\Delta p_2$,对压力波的产生和发展过程的影响也是不可忽视的。霍斯特曾建议采用 $+\Delta p_1 + |-\Delta p_1|$ 或 $|-\Delta p_1| + \Delta p_2$,作为建立压力波敏感度曲线的准则,但仍然只考虑压力波局部特性。

本书作者在深入研究膛内压力波产生机理及其特性的基础上,提出一种压力波曲线频谱分析的方法,所获得系统主频率 f_0 所对应的最大振幅 S_m ,能综合反映整个压力波的振动特性。将参数 S_m 取代 $-\Delta p_1$,作为装药检验安全性准则,建立起 $p_m \sim S_m$ 压力波敏感度曲线,使装药安全性检验建立在更加科学的基础上。图6-14~图6-18是6/7装药在不同装填条件下所得到的压力波曲线及其频谱分布。

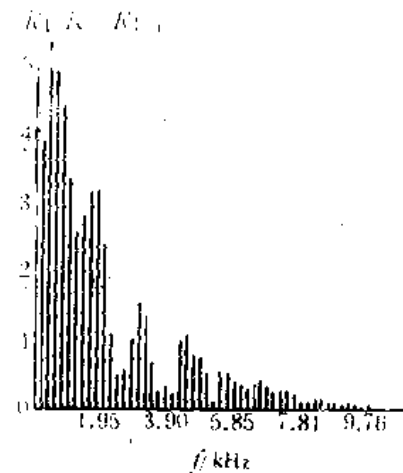
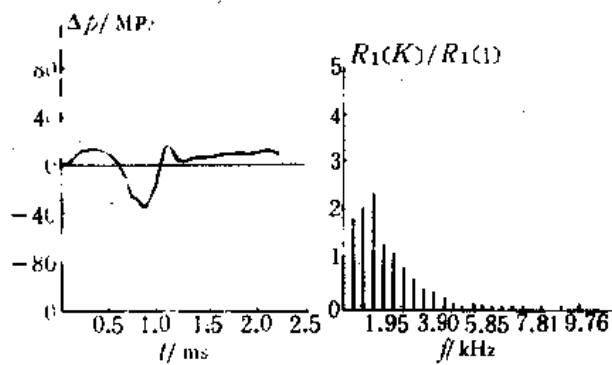
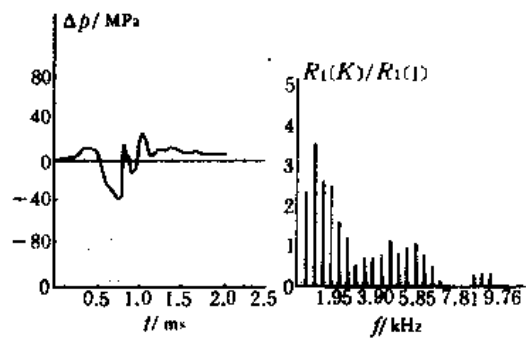
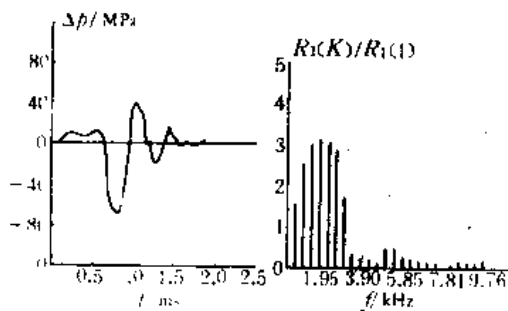
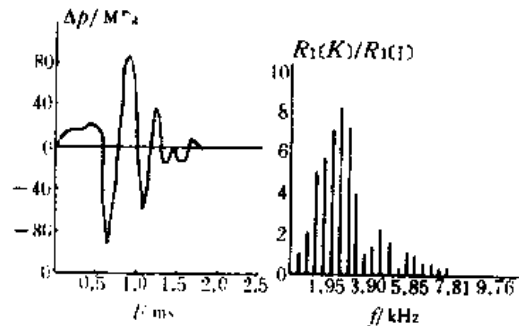
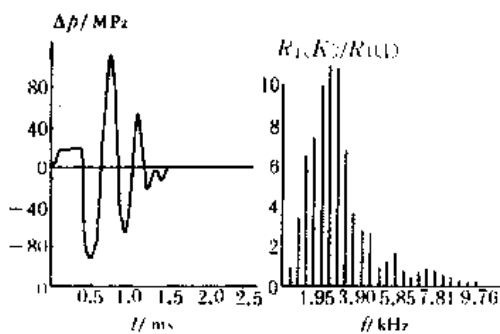
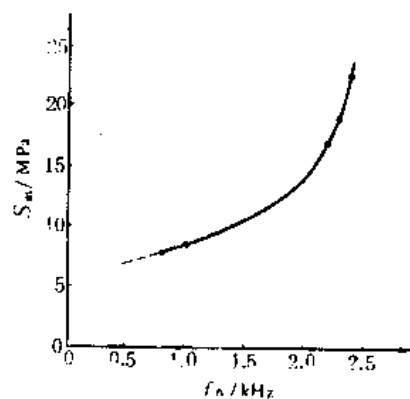


图6-13 低速导爆管中心点火压力波频谱

图6-14 $p_m = 260\text{MPa}$ 压力波及谱分布图6-15 $p_m = 262\text{MPa}$ 压力波及谱分析图6-16 $p_m = 296\text{MPa}$ 压力波及谱分析图6-17 $p_m = 357\text{MPa}$ 压力波及谱分析

根据不同装填条件的压力波曲线的谱分析,可以获得 S_m 和 f_0 的关系曲线,如图6-19所示。从图中看出:随着最大压力的增加,最大振幅 S_m 和主频率 f_0 也应该增加。当压力达到296MPa时, S_m 和 f_0 随最大压力增加更快,反映出对压力增长的敏感程度。以 S_m 为准则的压力波敏感度曲线 $p_m \sim S_m$ 如图6-20所示。当 p_m 较小时, S_m 对 p_m 的敏感度很小,曲线变化缓慢。当 S_m 增大到约17MPa时, S_m 对 p_m 的敏感度很快地增大。在压力波敏感度曲线上存在一个转换点 S_{mj} , 当 $S_m < S_{mj}$ 时, S_m 对 p_m 的敏感度小,当 $S_m > S_{mj}$ 时, S_m 对 p_m 的敏感度急速增加,就有可能使药室内的局部压力急升而发生不测事故。因此,压力波敏感度曲线上的转换点 S_{mj} 可作为装药安全性检验的一个准则。以海30mm火炮6/7装药为例, S_{mj} 约为19MPa。与美国陆军

图6-18 $p_m = 393\text{MPa}$ 压力波及谱分析图6-19 S_m 与 f_0 关系曲线

《TOP》规程相比,在 $p_m = 206 \sim 350\text{MPa}$ 条件下,一组平均值的 $-\Delta p_i < 6.9\text{MPa}$,则认为压力

曲线无异常现象,装药安全性检验可以通过,其验收条件是相当严的。海 30mm6/7 装药以 $-\Delta p_c$ 为准则的压力波敏感度曲线如图 6-21 所示。从图中可以看出:它实际上也存在一个转折点约为 $-\Delta p_c = 75\text{MPa}$ 。远远超过《TOP》规程所规定的 6.9MPa 这个数值。因此,安全性准则如何确定这是一个值得深入研究的问题。

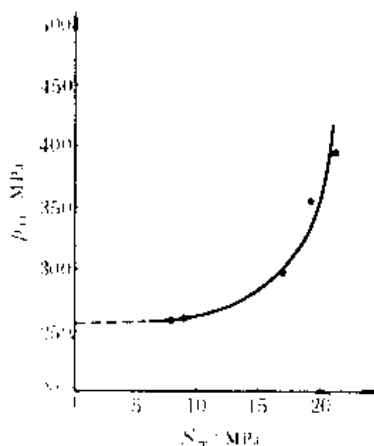
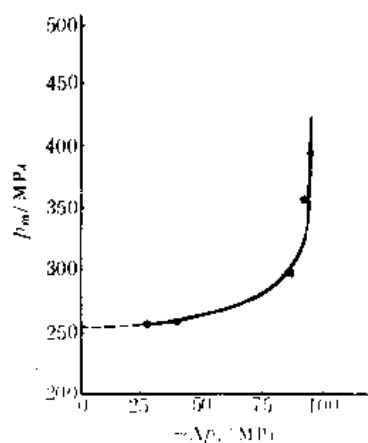
图6-20 $p_m \sim S_m$ 压力波敏感度曲线

图6-21 海 30mm 火炮压力波敏感度曲线

在对压力波曲线进行傅里叶分析中,还应注意以下一些具体问题:

(1) 膛内压力波的振动波形是连续的,在进行傅里叶分析的数值计算时,只能截取振动波形中的一段,因此可能导致频谱遗漏和选取分析序列宽度内波形的截断作用。根据膛内压力波的一般规律,到达最大压力时刻,压力波基本上趋于零。所以,分析序列宽度的选取是从起始瞬间到最大压力时刻为止,而所取的周期最好为压力波振动周期的整数倍。

(2) 关于分析时间间隔 Δ 的选取。 Δ 大,在截取波段中的点数就少,会影响分析精度,可能产生伪周期或最大谱值的遗漏。根据膛内最大压力出现的时间一般在 $2 \sim 3\text{ms}$,时间间隔 $\Delta = 0.01\text{ms}$ 比较适宜,这时所取的点约在 $200 \sim 300$ 之间,计算的 S_m 和 f_0 都比较稳定。

§ 6.4 压力波动力学模拟

动力学模拟是用一种简单的机械振动来模拟压力波变化规律的近似方法。通过这种模拟可以揭示压力波形成及其发展的一些物理本质。由压力波形成的机理可知,点火激励是压力波的波源。点火而发生的药床挤压使压力波幅值很快达到最大值,然后由于弹丸运动,弹后空间增大,使压力分布趋于均匀,压力波不断衰减。在膛内火药气体达到最大压力时刻,压力波基本消失,类似于有阻尼的衰减振动。为了近似地模拟压力波的全过程,把压力波现象归结为一个简单的物理模型。

6.4.1 物理模型与数学模型

物理模型如下:

- (1) 点火瞬时完成,并看成一个单位冲击压力信号;
- (2) 弹后气固两相介质均匀分布,并假设为均质的粘弹性杆;
- (3) 弹丸运动等使压力波衰减的因素看作为粘弹介质的阻尼影响。

把压力波产生的机理模拟为一个有冲击响应的、具有弹性和阻尼约束的两阶动力学系统。

其运动方程为

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + \beta \frac{dx}{dt} + Kx = \delta(t) \quad (6-12)$$

式中 K 为弹性介质的刚性系数, β 为粘滞系数, m 为弹性介质的质量, $\delta(t)$ 为单位冲激函数, 它是一个广义函数, 即

$$\delta(t) = \begin{cases} 0 & t \neq 0 \\ \infty & t = 0 \end{cases} \quad (6-13)$$

和

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = 1$$

(6-12)式所对应的齐次方程的特征根为

$$\lambda_{1,2} = -\frac{\beta}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{\beta}{2m}\right)^2 - \frac{K}{m}} \quad (6-14)$$

令

$$a = \frac{\beta}{2m}, \quad \omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$$

式中 a 为阻尼系数, ω 为固有频率。则

$$\lambda_{1,2} = -a \pm \sqrt{a^2 - \omega^2}$$

1. $a < \omega$, 即小阻尼情况

(6-12)式的通解为

$$x(t) = e^{-at} \left(A \cos \omega_d t + \frac{A + aA}{\omega_d} \sin \omega_d t \right) U(t) \quad (6-15)$$

式中

$$\omega_d = \omega \sqrt{1 - D^2}, \quad D = \frac{a}{\omega} \quad (6-17)$$

A 和 A 分别为 $t = 0$ 时的初始位置和速度, $U(t)$ 为单位阶跃函数, 即 Heaviside 函数

$$U(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t > 0 \end{cases}$$

2. $a > \omega$, 即大阻尼情况

(6-12)式通解为

$$x(t) = e^{-at} \left(A \cosh \omega_d t + \frac{A + aA}{\omega_d} \sinh \omega_d t \right) U(t) \quad (6-16)$$

式中

$$\omega_d = \omega \sqrt{D^2 - 1}$$

利用上述讨论的具有冲激响应的两阶系统, 可以分别模拟大阻尼和小阻尼两种情况下膛内压力波的变化规律。

小阻尼情况(6-15)式可改写为

$$x(t) = A_p e^{-at} \cos(\omega_d t + \varphi) U(t)$$

通过坐标平移, 使初位相 $\varphi = 0$, 则上式为

$$x(t) = \Delta p(t) = A_p e^{-at} \cos \omega_d t U(t) \quad (6-17)$$

式中 A_p 为点火激励后膛内压力波达到的最大振幅, ω_d 和 a_p 为火药床的固有频率和压力波的阻尼系数。

大阻尼情况

$$x(t) = \Delta p(t) = e^{-a_p t} [A_p \operatorname{ch}(\omega_p t) + \frac{A_p + a_p A_p}{\omega_p} \operatorname{sh}(\omega_p t)] U(t) \quad (6-18)$$

在这种大阻尼情况下,压力波的变化规律与初始速度 \dot{A}_p 很有关系。当 $\dot{A}_p \ll 0$ 时,系统仅能一次通过平衡位置,然后再逐渐回到平衡位置。

6.4.2 振动特征量的确定

在(6-17)和(6-18)式中, A_p 、 ω_p 和 a_p 这些振动特征量是未知的。这些量可以通过压力波的频谱分析来获得。

由(6-15)式,当 $t < 0$, $f(t) = \Delta p(t) = 0$, 由傅里叶变换,则有

$$F(i\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-a_p t} (A_p \cos \omega_p t + B_p \sin \omega_p t) e^{-i\omega t} dt$$

式中

$$B_p = (A_p + a_p A_p) / \omega_p$$

若忽略 A_p , 则

$$B_p = \frac{a_p A_p}{\omega_p}$$

于是

$$\begin{aligned} F(i\omega) &= \int_0^{\infty} A_p \cos(\omega_p t) e^{-(a_p + i\omega)t} dt + \int_0^{\infty} B_p \sin(\omega_p t) e^{-(a_p + i\omega)t} dt = \frac{A_p(a_p + i\omega) + a_p A_p}{(a_p + i\omega)^2 + \omega_p^2} \\ &= \frac{2A_p[a_p(a_p^2 - \omega^2 + \omega_p^2) + 2A_p \overset{81tech}{\omega^2}]}{(a_p^2 + \omega_p^2 - \omega^2)^2 + (2a_p \omega)^2} + i \frac{2A_p[\omega(a_p^2 - \omega^2 + \omega_p^2) - 2a_p \omega]}{(a_p^2 - \omega_p^2 - \omega^2) + (2a_p \omega)^2} \\ &= R + iI \end{aligned}$$

则振幅为

$$|F(i\omega)| = \sqrt{R^2 + I^2}$$

式中 R 、 I 分别代表实部和虚部的数值。当 $\omega = 0$ 时,虚部为零,即零频时振幅为

$$A_0 = |F(i\omega)|_{\omega=0} = \frac{2a_p A_p}{a_p^2 + \omega_p^2}$$

或

$$A_0 a_p^2 - 2A_p a_p + A_0 \omega_p^2 = 0 \quad (6-19)$$

(6-19)式是关于阻尼系数 a_p 的二次代数方程。 ω_p 是固有频率, A_0 是零频时幅值,均可由傅里叶变换的频谱分析中得到。 A_p 是压力波的最大幅值。由(6-19)式可解得 a_p , 令 $\bar{A}_p = A_p / A_0$, 则

$$a_p = \bar{A}_p \pm \sqrt{\bar{A}_p^2 - 4\omega_p^2} \quad (6-20)$$

大阻尼条件下,由(6-18)式则有

$$\begin{aligned} F(i\omega) &= \int_0^{\infty} [A_p e^{-a_p t} \operatorname{ch}(\omega_p t) + C_p e^{-a_p t} \operatorname{sh}(\omega_p t)] e^{-i\omega t} dt \\ &= \int_0^{\infty} A_p \operatorname{ch}(\omega_p t) e^{-(a_p + i\omega)t} dt + \int_0^{\infty} C_p \operatorname{sh}(\omega_p t) e^{-(a_p + i\omega)t} dt \\ &= \frac{A_p(a_p + i\omega) + C_p \omega_p}{(a_p + i\omega)^2 - \omega_p^2} \end{aligned}$$

零频振幅为

$$A_0 = |F(i\omega)|_{\omega=0} = \frac{A_p a_p' + C_p \omega_p}{a_p^2 - \omega_p^2}$$

式中

$$C_p = \frac{A_p + a_p A_p}{\omega_p}$$

可以得到

$$A_0 a_p^2 - 2A_p a_p - (A_0 \omega_p^2 + A_p) = 0$$

令

$$A_p = \frac{A_p}{A_0} \quad \dot{A}_p = \frac{\dot{A}_p}{A_0}$$

则

$$a_p = A_p \pm \sqrt{\dot{A}_p^2 + \omega_p^2 + A_p} \quad (6-21)$$

根据振幅比也可求得阻尼系数 a_p 。通常以相隔半周期的相邻两个振幅绝对值之比为计算基准。两个相邻振幅绝对值之比为称为波形衰减系数 ψ ，定义为

$$\begin{aligned} \psi &= \frac{|A_{p,k}|}{|A_{p,k+1}|} = \frac{A_p e^{-a_p t}}{A_p e^{-a_p(t-T_p/2)}} = e^{\frac{1}{2} a_p T_p} \\ &= e^{\frac{1}{2} a_p T_p / \sqrt{1-\nu^2}} = e^{\pi \nu / \sqrt{1-\nu^2}} \end{aligned}$$

或

$$\delta = \ln \psi = \pi D_p \sqrt{1-\nu^2} \quad (6-22)$$

δ 称为振幅衰减率。为了应用方便，改用常用对数，阻尼比为

$$D = \frac{\lg \psi}{\sqrt{1.862 + (\lg \psi)^2}} \quad (6-23)$$

则

$$a_p = D\omega_p = \frac{D\omega_p}{\sqrt{1-D^2}} \quad (6-24)$$

6.4.3 计算举例

由实测的6/7装药海30mm 火炮的压力波曲线振幅比求阻尼系数，相邻的四个半周期的波形衰减系数为 ψ 分别为

$$\begin{aligned} \psi_1 &= \frac{998}{888} = 1.238, & \psi_2 &= \frac{888}{484} = 1.835 \\ \psi_3 &= \frac{484}{410} = 1.180, & \psi_4 &= \frac{410}{197} = 2.082 \end{aligned}$$

由(6-23)式求得阻尼比的平均值为

$$D_{cp} = 0.12667$$

根据频谱分析可得固有频率 $f_p = 2.1\text{kHz}$ ，则

$$a_p = 2\pi \times 2.1 \times 0.12667 / 0.992 = 1.685 \quad 1/\text{s}$$

实测的最大振幅 $A_p = 97.8\text{MPa}$ ，零频振幅 $A_0 = 1.676\text{MPa}$ 。由(6-20)式，可求得

$$a_p = 1.51 \quad 1/\text{s}$$

根据两种方法所求的阻尼系数 a_r 基本上是一致的。

由于实际的膛内压力波是一种阻尼的变频振动,而给出的近似模型是频率不变的。考虑到实际变频过程,从波速曲线提出以下的频率随时间变化的关系式

$$\omega_{pt} = \omega_p(1 + t^3) \quad (6-25)$$

式中 t 为时间。(6-17)式改写为

$$\Delta p(t) = A_p e^{-a_r t} \cos[\omega_p(1 + t^3)t] \quad (6-26)$$

模拟计算结果如图6-22所示。从图中看出,前几个波形的一致性是相当理想的,可以作为一种近似的估计值。

用带有冲激响应的两阶系统来模拟膛内压力波是将影响压力波过程的多种因素归结到两阶系统的两个因子上。两阶系统中的角频率 ω 反映压力波形成和发展的因素,如初始气体生成速率、相间阻力以及药床挤压等因素。 a_r 则是膛内所有使压力波衰减因素的综合体现,如药床透气性、弹丸运动等因素。基于上述的分析使我们对膛内压力波进行了成功的模拟。

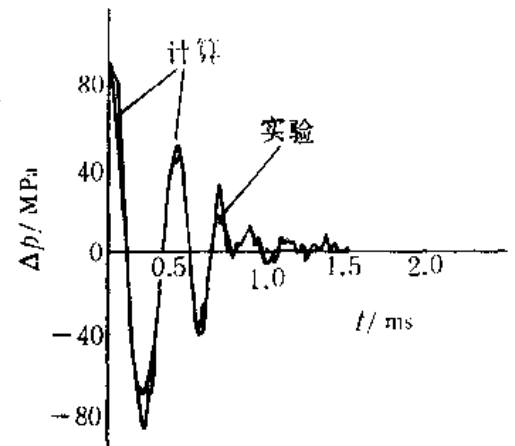


图6-22 6/7装药压力波实验曲线
和近似计算结果的对比

§ 6.5 脉冲 X 光技术探测膛内药床运动及压缩现象

由于膛内射击过程的封闭性,给观察膛内射击现象带来很大的困难,尤其对药床运动和燃烧现象的观察。近几年来随着脉冲 X 光技术的发展和高强度玻璃钢材料的问世,在用玻璃钢制作的身管内用脉冲 X 光透视技术获得药粒运动的照片,直接观察膛内两相流场的真实情况。这一实验的成功无疑是对两相流内弹道理论很大的促进,也是内弹道实验技术发展的一个里程碑。目前,美国、法国、德国以及我国均已开展这方面的研究工作,获得大量的膛内信息。

图6-23是三路正交脉冲 X 射线系统,其射线头放置可根据不同拍摄要求进行调整。触发电路根据测压传感器给出的压力信号发生的触发脉冲,通过控制柜将第一通路射线管触发,并根据一定的时间延迟依次触发第二和第三通路。射线穿透玻璃钢身管在底片上感光,即可显示膛内药粒分布及其运动情况。

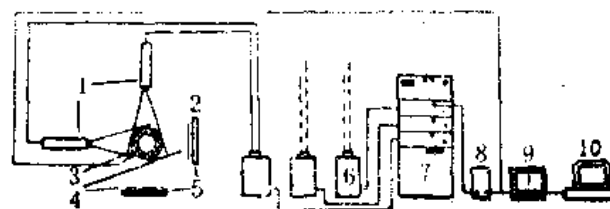


图6-23 正交脉冲 X 射系统

1—射线管;2—身管;3—压力传感器;4—增感屏;5—底片盒;

6—高压发生器;7—控制柜;8—触发电路;9—瞬态记录仪;10—数字处理机

图6-24是一组底部点火方式在弹丸挤进前不同时刻的膛内药床分布及运动状态。照片显示了不同瞬间药床向弹底方向运动过程,并在弹底药床被挤压的情景。图6-24第三张照片显示药床主要集中在弹底,而膛底部位药粒非常稀疏,这说明在射击过程中,药床在点火冲击下

被压缩在弹底,使弹底部位颗粒密度迅速的增加。正如在压力波产生机理中分析那样,这是造成第一个负波幅 $-\Delta p_1$ 的主要原因。图6—24第五张照片表示火焰波面已传到弹底,激烈的燃烧后形成反向压力梯度将弹底药粒推向膛底方向时的状态。图6—25表示弹丸挤进后并开始加速运动时药粒分布的情况。这是的火药床在反向压力梯度作用下被推回膛底,在膛底部位颗粒密度逐渐地增加,导致产生第二个正压力波幅 $+\Delta p_2$ 。这种药床在膛内往复运动的现象是压力波形成和变化的重要原因。从图6—25的第三、四张照片中,发现在紧靠弹底部位不出现火药颗粒,存在一个纯气体区。药床的运动滞后于火药气体,并且大部药粒仍然停留在药室中。这种弹后出现纯气体区的现象在两相流内弹道的数值模拟中也证明其存在。理论和实验之间取得很好的一致性。

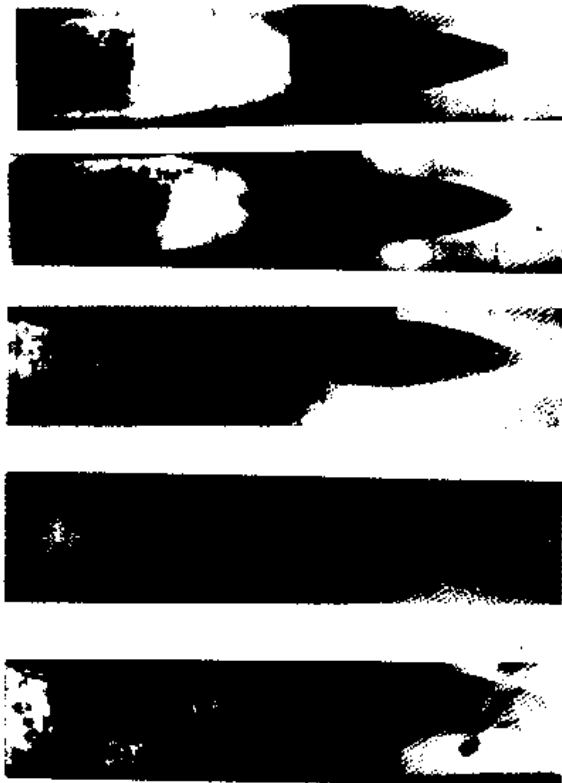


图6—24 挤进结束前底部点火的药床运动状态

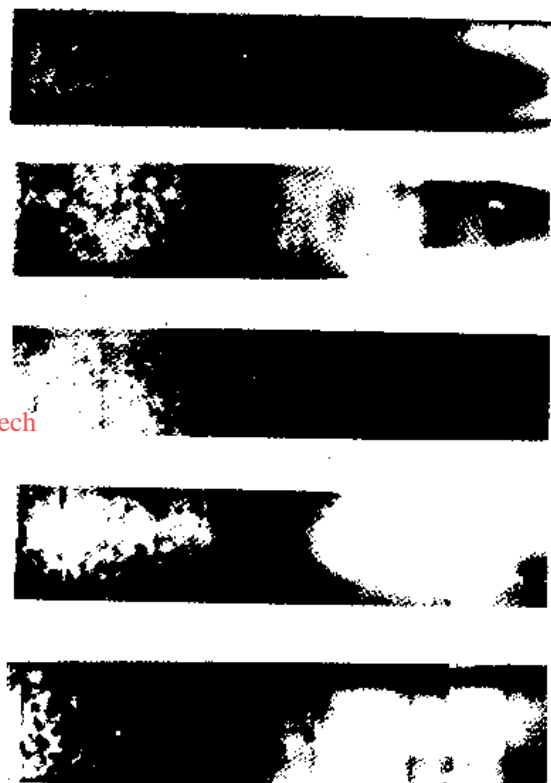


图6—25 弹丸起动后火药床运动状态

§ 6.6 颗粒床应力波的一维理论

点火过程药床受到的压缩对膛内压力波的形成有着明显的影响。这种影响是通过应力波在药床中传递和在弹底反射而实现的。本节着重讨论一维的理想条件下应力波传递的数学机理。根据一维波动方程,用特征线分析方法,讨论应力波在颗粒床中的传播规律。

由(5—93)式,给出以下的波动方程

$$\frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial x^2}$$

式中 a 为颗粒床扰动传播速度,并表示为

$$a = \sqrt{\frac{E_p}{\rho_p}}$$

上述的波动方程的特征线及相容性关系式为

$$dx \pm a dt = 0 \quad (6-27)$$

$$d\sigma_p \pm \hat{\rho}_p a dv = 0 \quad (6-28)$$

根据上式可以求出物理平面 $x-t$ 上应力波传播的规律及应力场的分布。现分析膛内点火阶段弹丸未运动前,药床在点火气体的压缩作用下应力波的传播情况。问题归纳为在初始条件

$$\sigma_p(x, 0) = v(x, 0) = 0 \quad 0 < x < L \quad (6-29)$$

和边界条件

$$\begin{aligned} \sigma_p(0, t) &= f(t) & 0 \leq t < T \\ v(L, t) &= 0 & 0 \leq t < T \end{aligned} \quad (6-30)$$

下求解(6-30)式的柯西(Cauchy)问题。

(6-30)式确定了 (x, t) 平面和 (σ_p, v) 平面上斜率分别为 $\pm a$ 和 $\pm \hat{\rho}_p a$ 的两族直线。引入积分常数 C_1, C_2 和 R_1, R_2 , (6-30) 式变为

$$\left. \begin{aligned} x - at &= C_1 \\ \sigma_p - \hat{\rho}_p a v &= R_1 \end{aligned} \right\} \quad (6-31)$$

$$\left. \begin{aligned} x + at &= C_2 \\ \sigma_p + \hat{\rho}_p a v &= R_2 \end{aligned} \right\} \quad (6-32)$$

(6-31)式为右行波族方程及相容性关系式, (6-32)式为左行波族方程组及相容性关系式。 R_1, R_2 为黎曼(Riemann)不变量。

在 (x, t) 平面上, 经过任一点有正向、负向两条特征线, 如图 6-26 所示。设 OA 是经过 $O(0, 0)$ 点的正向特征线。在 OA 下方的 AOO' 区域内任取点 P , 其正向特征线 QP 与 OO' (初始线) 交于 Q , 负向特征线 RP 与 OO' 交于 R , 容易求得 $\sigma_p(P) = v(P) = 0$ 。 P 为任意点, 所以 AOO' 区为恒值区, 即扰动不能播及的区域。初始处于静止状态, 则该区为静止区。

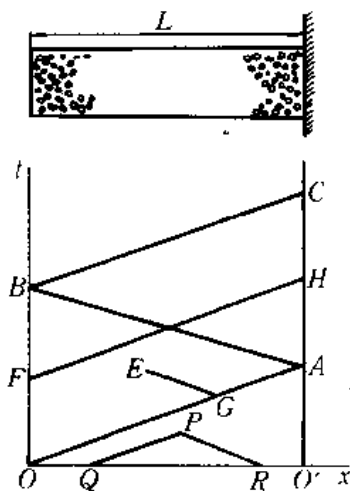


图6-26 物理平面上的应力波

过 A 点作负向特征线 AB , 在 OAB 区内任取一点 E , 其负向特征线与 OA 相交于 G 。由于 G 点 $R_2 = 0$, 所以 OAB 区 $R_2 \equiv 0$, 称为简波区。在简波区内左右边界上任取一点 F , 其正向特征线与右壁边界 OC 相交于 H , 由相容性条件

$$\sigma_{pF} - \hat{\rho}_p a v_F = \sigma_{pH} - \hat{\rho}_p a v_H \quad (6-33)$$

由简波和边界条件有

$$R_2 = \sigma_{pF} + \hat{\rho}_p a v_F = 0$$

$$v_H = 0$$

代入(6-33)式得

$$\sigma_{pH} = 2\sigma_{pF} \quad (6-34)$$

以上分析说明, 药床受到压缩时, 膛底部位应力波传到弹底时应力将增加一倍。在这种突然升高的应力下, 机械强度较差的火药可能产生破碎。应力波是超前于气流传播的, 一旦火焰波到达该区以后, 使该区火药着火燃烧, 则该区的压力会很快上升, 产生更大的反向压力波, 严重时会引起灾难性事故。

§ 6.7 影响压力波因素分析

研究膛内压力波是为了通过合理的装药结构设计达到抑制或削弱压力波的目的,以保证装药射击的安全性。因此,首先要分析影响压力波的各种因素,了解装药结构参数对压力波影响的物理实质。根据大量的实验研究指出:压力波产生的主要原因是与点火的引燃条件、药床的初始气体生成速率、药床的透气性(空隙率)以及药室中初始自由空间的分布有关。

6.7.1 点火引燃条件

大量的实验证明,点火方式是对膛内压力波影响最显著的一个因素。不均匀的局部点火容易产生大振幅的压力波,严重情况下可能引起膛炸现象。而均匀一致的点火可以显著地减小压力波强度。本书作者曾在海30mm 火炮中研究了底部点火和中心点火对压力波的影响。在内弹道性能等效条件下(保持初速和膛压一致),中心点火条件下的第一个负波幅 $-\Delta p_1$ 只有底部点火的 $1/3$,如图 6-27 和图 6-28 所示。中心点火是一种轴向配置径向点火方式,点火均匀,减小了点火波对药床的压缩,从而减弱了压力波的强度。所以在装药设计中,大多数都采用点火管或用可燃点火管的点火激发系统,废弃了那种在膛底的局部点火方式。除点火位置分布外,对一个理想的点火系统还应注意由点火系统释放出的能量和气体压力的变化速率以及向火药床点火所提供的能量。当然,即使采用均匀的中心点火系统,也不能完全避免压力波的产生,但能得到很大的改善。

81tech

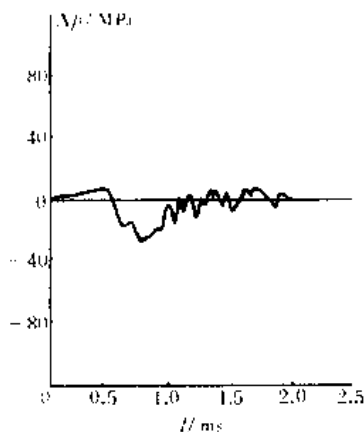


图6-27 中心点火条件下压力波曲线

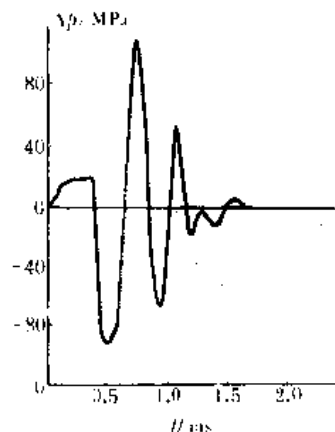


图6-28 底部点火条件下压力波曲线

美国的内弹道学者霍斯特曾用相同质量黑火药的九种不同点火方式的装药来研究对压力波的影响。在127mm 口径火炮上射击结果如图6-29所示。从这些点火研究表明:沿轴向均匀点火,使点火药气体能迅速分散的点火方式有利于降低压力波。图6-29中结构 I 是用一种低速导爆管引燃的点火具,使装药更接近瞬时轴向点火。图6-30清楚地表明上述九种点火结构对最大压力 p_m 和初速 v_0 都有显著的影响。从这些数据中可以得出这样的结论:点火系统必须要求有良好的重现性,否则弹道偏差就要增加。

在药包装填条件下,装药结构比较复杂,点火系统的性能对压力波影响更加敏感。典型的

药包装填的点火系统如图6-31所示。底火被击发后,喷出灼热的气体和固体粒子,点燃底部点火药包。在底火孔与中心点火管之间对准较好时,火焰可直接穿过底部点火药包而进入中心点火管,并点燃管内的点火药。当对准位置存在某些偏差时,则底部点火药包的作用是通过布层,再点燃中心点火管的点火药,然后再点燃装药床。药床底部和膛底之间保持一定距离,成为脱开距离 Δ 。显然,底火总能量的输出和传递速率、底火排气孔的结构、装药的脱开距离、药包布的阻燃作用、孔的对准性和点火药在管中的分布都会对压力波产生影响。实验证明:装药的脱开距离 Δ 将影响中心点火管的功能,因此它对压力波的影响尤为明显。图6-32表示脱开距离对 $-\Delta p_i$ 的影响关系。从图中看出:当脱开距离趋于零时(装药与膛接触),或脱开距离较大(装药与弹底接触)时,其压力波最强。当脱开距离在某个范围时,压力波出现最小值。这种现象的产生主要是脱开距离直接影响到中心点火管的工作性能。当脱开距离为零时,底火孔对中心点火管的偏斜影响必然很明显,不容易引燃中心点火管内的点火药,造成膛底的局部压力增大,使药床产生运动和挤压,从而导致压力波的增加。当脱开距离较大时,底火的喷火孔离中心点火管太远,喷出的射流减弱,同样难以引燃中心点火管内的点火药,使得压力波增大。

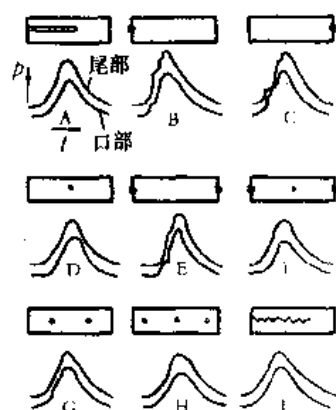


图6-29 九种不同点火结构对压力波的影响

81tech

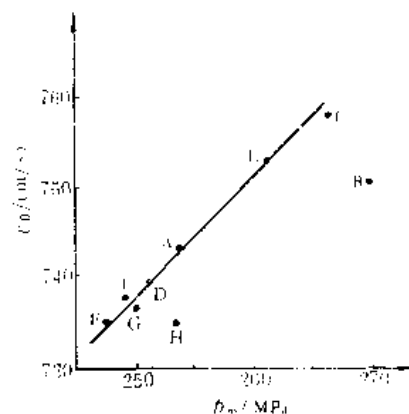
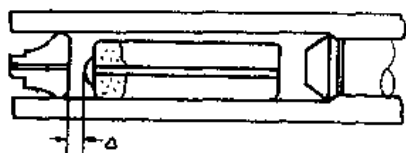
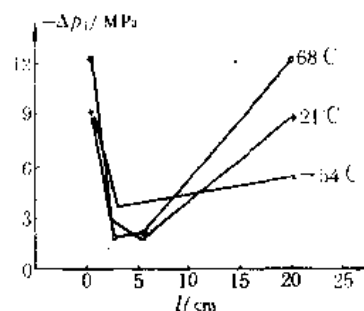
图6-30 九种点火药结构对 p_0 和 v_0 的影响

图6-31 药包装药结构的点火系统

图6-32 脱开距离 Δ 对 $-\Delta p_i$ 的影响

可燃中心传火管在某些火炮的装药中已得到应用。其点火机理主要是利用可燃管将点火药均匀地配置在药床的轴线上,并构成一个传火通道,在管内建立一定压力后局部破裂(或破孔)而点燃周围的发射药。破裂的位置随机性很大,通常在靠近底火的后半部首先破裂,主要决定于传火管内的装填条件及可燃管机械强度。文献[46]详细地研究了可燃中心传火管内的装

填密度 Δ_i 和可燃管的强度对压力波的影响。在相同的装药条件下, 仅仅改变管内的装填密度 Δ_i , 试验证明: 随着 Δ_i 的增大, 膛内压力波也随着增大, 而且相当敏感, 如表6—2所示。

表6—2 管内装填密度 Δ_i 对压力波的影响

组号	射击发数	$\Delta_i / (\text{kg} \cdot \text{dm}^{-3})$	p_m / MPa	$-\Delta p_i / \text{MPa}$	装药品号
1	3	0.140	459.0	1.5	4/7单基
2	5	0.202	527.1	22.2	4/7单基
3	6	0.256	542.4	61.2	4/7单基
4	6	0.315	505.5	113.2	4/7单基
5	6	0.354	515.7	236.8	4/7单基

可燃传火管的机械性能影响到点火过程中管的破裂时间及破裂的部位。若管的机械强度较低, 则管在较低压力下就被破裂, 点火的一致性就较差, 压力波则增大。机械强度较大时, 管在较高压力破裂, 点火的一致性得到改善, 因此压力波就小。如表6—3所示。

表6—3 可燃管机械强度对压力波影响

组号	射击发数	机械强度	$\Delta_i / (\text{kg} \cdot \text{dm}^{-3})$	p_m / MPa	$-\Delta p_i / \text{MPa}$
1	5	二分之一标准强度	0.256	488.3	76.6
2	6	标准强度	0.256	542.4	61.2
3	5	二倍标准强度	0.256	502.2	15.1

81tech

6.7.2 初始气体生成速率

初始气体生成速率对压力波的影响已经得到许多实验的证明。初始气体生成速率越大, 越容易产生大振幅的压力波。由经典内弹道学可知, 气体生成速率 $d\psi/dt$ 决定于火药燃烧面及燃烧速度两个因素, 即

$$\frac{d\psi}{dt} = x\sigma \frac{dz}{dt}$$

式中 $\sigma = S/S_1$ 。显然, 初始气体生成速率决定于火药的初始燃烧面积 S_1 和低压力下的火药燃烧速度 dz/dt 。就燃速来说, 在低压力下不同火药的燃速可以相差几倍。

燃速指数大的火药, 在低压力下燃速则比较慢, 这就使

得初始的气体生成速率比较小。因此, 在射击的起始阶段膛内的压力梯度也较小, 使任何局部压力波的产生将有较多的时间在药室内消失, 从而使压力波衰减下来。图6—33计算结果表明: 当燃速指数 n 从0.75变到0.95时, 这时负向压力差 $-\Delta p_i$ 减小了一倍。由此可以推论: 若在点火一致性较差的情况下, 由于初温对燃速的影响, 在低温条件下的压力波比高温时压力波要来得小。同时可预测到钝化和包覆火药的采用也会使压力波减小。表6—4表示包覆火药试验的结果。表中6/7-AI(35%)表示A型配方6/7包覆火药占总装药量为35%。装填方式分混装(两种装药均匀混合)和分装(包覆药装在下层, 主装药在上层)。在表中可以看出: 使用包覆药后均使压力波减小, 而分装的结构使压力波减小更多。

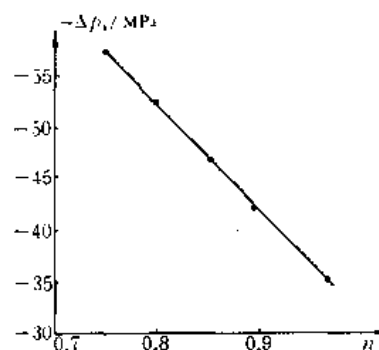


图6—33 燃速指数 n 与 $-\Delta p_i$ 的计算关系

表6-4 包覆火药试验结果

装药结构	p_m/MPa	$-\Delta p_i/\text{MPa}$
7/14 单一装药 190g	357.7	27.0
7/14 + 6/7-Al(35%)190g 混装	370.0	21.4
7/14 + 5/7-BI(25%)180g 分装	337.5	8.7
7/14 + 5/7-BI(25%)190g 分装	386.8	2.1

另一个影响初始气体生成速率的是火药的起始燃烧表面。在内弹道等效的条件下,粒状火药的孔数越多,则起始的燃烧表面也就越小,所以19孔和37孔火药比7孔火药的起始燃烧表面要小。很显然,它应当有降低压力波的倾向。有人认为在某个临界压力和某个流动条件之前,内孔将迟后点燃,这也是促使多孔火药装填条件下压力波下降的一个原因。当然孔数越多,药粒尺寸也相应的增大,对药床的透气性也得到相应的改善,对压力波也起到抑制作用。

6.7.3 装填密度

从更多的实验证明,在同样的装药结构条件下,高膛压的要比低膛压的更容易出现压力波。这是为了得到较高的压力而提高装填密度的结果。因而压力波的生成也是随装填密度和最大压力增加而加强。如表6-5所示。 $-\Delta p_i$ 代表负压力差,即压力波第一个负波幅。然而,还应当指出,这种影响还因装药尺寸和药床的透气性的作用而变得更加复杂了。因为装填密度增大,必然使药床透气性变坏,促使压力波的增强。

表6-5 装填密度对压力波的影响

弹号	$\Delta/(\text{kg} \cdot \text{dm}^{-3})$	p_m/MPa	$-\Delta p_i/\text{MPa}$	理想最大压力 (无压力波)
121	0.54	225	27	226
126	0.60	307	51	286
127	0.64	437	84	341

在榴弹炮的小号装药条件下,这时的装填密度很小(如 $0.1\text{kg}/\text{dm}^3$),如果装药集中在一端,也会严重地产生压力波。如果将装药分布在整个药室长度方向上,压力波可以消除。很显然,小装填密度下,也可能局部产生压力急升,以至当压力通过自由空间时,受到阻塞流动条件的有效限制而产生大振幅的压力波。当装药沿整个药室长度分布时,使膛内压力分布也比较均匀,从而可以有效地减小压力梯度,不至于产生大振幅的压力波。

6.7.4 火药床的透气性

火药床的透气性(空隙率)对压力波的形成有着相当敏感的作用。一个透气性良好的装药结构,能够使点火阶段的火药气体顺利地通过火药床,迅速地向弹底方向扩散,有效地减小初

始的压力梯度,对压力波的形成产生抑制作用。若透气性不好(如高装填密度条件),点火阶段的气体将受到强烈的滞止,促使压力梯度更大,因而使压力波逐渐加强起来而形成大振幅的纵向压力波。例如采用管状药的中心药束,或者采用中心点火管,都可以增加装药床的透气性,一般都能降低压力波的强度。

在保持内弹道性能等效的条件下,火药床的透气性随着药粒尺寸的增大而增加。若总的燃烧表面保持不变,用19孔或37孔火药比用7孔火药的药粒尺寸有明显的增加。所谓保持内弹道性能等效是指几乎在相同装药量下获得相同的最大压力和初速。霍斯特等人在这方面做了大量的实验工作。他们在M185加农炮上的不同测压位置,如图6-34所示测得负向压力差值列于表6-6中。

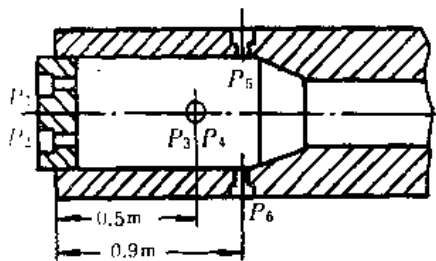


图6-34 M185加农炮测压孔位置

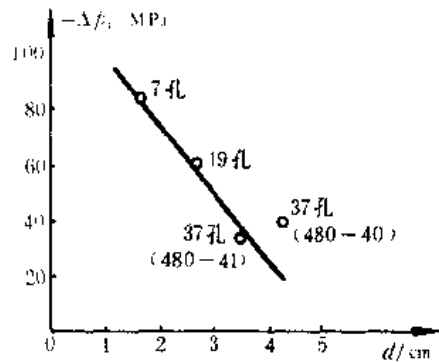


图6-35 有效直径与负向压力差的关系

表6-6 不同形状火药对压力波的影响

装药批号	ω/kg	$r_0/\frac{\text{m}}{\text{s}}$	p_m/MPa	$-\Delta p_i/\text{MPa}$	点火延迟 时间/ms
7孔 (77G-069805)	10.89	796 (18.5)	340 (31.9)	87 (17.4)	37 (20.80)
19孔 (PE-480-43)	11.34	802 (7.5)	320 (28.7)	66 (14.1)	26 (3.8)
37孔 (PE-480-40)	10.89	789 (3.7)	302 (4.8)	34 (12.6)	32 (9.0)
37孔 (PE-480-41)	11.34	770 (16.9)	299 (33.2)	10 (18.6)	35 (16.4)

从表中可以看出:用测量的初始负压力差 $-\Delta p_i$ 来表示纵向压力波的大小随着药粒尺寸增大而减小。表中数据是3~5发射击结果的平均值,括号中的数据是标准偏差。

作者采用6/7和约7/14两种装药在海30mm火炮上的射击结果也证明了大颗粒的7/14装药所测得的压力波只有颗粒较小6/7装药的1/3。前者第一个负波幅可达80~100MPa,而后者约在25~35MPa之间变化。如图6-3和图6-4所示。

火药颗粒的有效直径($d=6V_1/S_1$)和一组平均负向压差($-\Delta p_i$)的关系如图6-35所示。 V_1 表示药粒的体积, S_1 表示药粒的燃烧表面积。从图中看出,有效直径随着孔数而增大,而压

力差却逐渐地减小。由此可见,采用大颗粒装药能起到抑制压力波的作用。

为了增加装药床的透气性,在实验上可以将部分药粒整齐的排列起来而不是随机的装填。射击的结果如表 6—7 所示。从表中看出:比起随机装填条件初速几乎没有变化,但感兴趣的初始反向压力差和最大压力却减小了。最大压力与压力差的关系,一般趋势仍然是没有很大的影响。

表 6—7 装药排列情况对压力波的影响

火药批号	ω/kg	$v_0/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	p_m/MPa	$-\Delta p_s/\text{MPa}$	点火延迟 时间/ms
7 孔 (77G-069805)	10.89	802 (18.5)	328 (42.9)	79 (42.9)	21 (10.8)
19 孔 (PE-480-43)	11.34	804 (3.8)	296 (11.7)	48 (15.4)	32 (21.7)

若将整个装药外形直径做成小于药室内径,使其造成一个环形间隙,以此来增大火药床的透气性。这种装药结构称为次药室直径装药结构。在同时使用 37 孔火药的条件,都用底部点火,将装药的外形直径缩小到 150mm。射击结果如表 6—8 所示。从表 6—8 中看出:装药外形直径小于药室内径的比充满药室的负向压力差又进一步减小,而标准偏差也减小到 1.2。

表 6—8 装药外形对压力波的影响

装药外形	ω/kg	$v_0/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	p_m/MPa	$-\Delta p_s/\text{MPa}$	点火延迟 时间/ms
等药室内径	11.34	770 (16.9)	299 (33.2)	40 (18.6)	35 (16.4)
次药室内径	11.34	774 (10.0)	283 (14.6)	20 (1.2)	51 (21.1)

由以上的实验结果可以得出下述的结论:

(1) 在任何情况下,对于充满药室的装药,纵向压力波将随药粒尺寸的增加或起始外部燃烧面积的减小而减小。这两种条件均可以采用 19 孔或 37 孔火药代替 7 孔火药而获得。当然也可以选用大尺寸的 7 孔药粒和适当地增大孔径来获得相同的弹道效果。然而这将引起装填密度的减小,通常是不允许的。另外,增大孔径可能会引起内孔的燃烧表面过早的点燃,因而又不利于压力波的减小。

(2) 将药粒排列或部分排列,可以增加药床的透气性,也能使压力波进一步的削弱。但在实际装药中不可能做到药粒的整齐排列,这仅仅证实了压力波的减小是由于火药床的透气性变好而引起的。由此可以得出杆状药或管状药可以增加装药床的透气性,从而对压力波能起到抑制作用。

(3) 从减小装药外形直径所获得的数据,证实了射击过程中药床的环形气隙对提早获得压力平衡的重要性。这种环形气隙的存在对压力波也能起到抑制作用,若药室中存在自由空间

的话,那自由空间最佳的分布是在装药的四周,使形成纵向的通道,以增加药床的透气性。

(4) 某些内弹道学者认为,用19孔或37孔火药可以减小最大压力对压力波的影响,但这些实验研究的结果中没有观察到这种趋势。然而用19孔或37孔火药可以减小压力波是很多内弹道学者一致承认的。但目前真正的任务是要综合地研究不同装药结构参数(火药粒度、几何形状、点火性能、装填方式)对压力波的作用,进一步了解这些参量对压力波的影响。

6.7.5 药室内自由空间的影响

维也里、卡拉库斯基、海登及南斯等内弹道学者在早期的研究工作中已经清楚表明,装药前后存在自由空间将有促使产生压力波的作用。霍斯特和高夫研究指出,在点火开始瞬间所产生的压力梯度引起整个火药床的运动,并且产生药粒相继挤压和堆积效应。如果装药存在自由空间的话,那么药粒将以一定速度撞击到弹底或膛底以及密封塞等这些内部边界上,形成了局部密度的增加,同时也减小装药床的透气性,从而增加由于火药燃烧而驱动压力波向前的陡度。装药床的挤压所引起局部空隙率的减小就导致加强负向压力梯度。另外,还可能由于装药床运动和挤压而产生药粒破碎的情况,使得燃烧面骤然增大而引起气体生成速率迅速增加,因此,促使压力波强度更快地增强。

霍斯特和高夫在76mm口径加农炮上进行了装药内部边界条件对压力波影响的研究,他们的实验结果和理论分析使我们确信边界条件的重要性。他们的结论是:当发射药稍加限制和在装药床与弹底之间存在自由空间的情况下,那么就一定会预测到压力波振幅的增加。在图6—36所示的装药结构条件下,研究装药元件对压力波的影响。当去掉填塞块并将装药床延伸到弹丸底部时,实际上就消除了压力波。

由于存在自由空间而造成装药运动的药粒破碎问题,也是引起膛压反常增加的一个重要的原因。特别在低温情况下,药粒容易变脆,这种破碎的可能性将大大地增加。美国海军武器实验曾经用空气炮在不同的初温下进行了将药粒撞击钢板的破碎实验。典型的结果如图6—37所示。从图中看出:药粒破碎的速度临界值是随温度升高而增大。皮埃尔、本海姆等法国内弹道学者也做了同样的实验。他们的实验表明:除温度影响外,火药的几何形状和材料组成也有密切关系。在常温时,7孔火药临界撞击速度(超过此速度时药粒开始破碎)为40m/s,而19孔火药则为30m/s。在较高撞击速度时,7孔火药反而变得比19孔火药更脆。撞击速度高达100m/s时,它们的破碎药粒百分数分别为100%和60%。总之,在低撞击速度时,7孔火药比19孔火药似乎有较大的抗碎性,但是在高撞击速度时,19孔火药又似乎有较大的抗碎性。

索珀用X射线闪光仪测得点火时膛内药粒的速度分布,并观察到有些火药在撞击弹底之前的速度可能超过200m/s。采用NOVA程序对200mm口径榴弹炮膛炸现象的模拟结果,在底部点火条件下,药粒撞击弹底上的速度至少为60m/s。很显然,这已很大程度上超过了临界撞击速度。因此,减小药粒的破碎率是装药设计应考虑的一个重要课题。一般的方法是改善点火系统的效能,以减小装药床的运动。在存在自由空间的情况下,应将自由空间分布在装药周围,消除靠近弹底的自由空间以减小药粒的撞击速度。改进火药工艺及配方以提高临界撞击速度值。

由于装药运动而引起药粒破碎外,还可能存在由于火药和装药元件以很大速度对弹底的冲击,将会引爆弹体中的炸药,或者使引信过早的激发,发生严重的膛炸现象。索珀利用闪光X射线仪在玻璃钢药室中进行实验所得的资料报导中指出:火药及其装药元件大约为250m/s的

速度撞击到弹底上,这种撞击作用所引起的冲击激发作用已足以引爆弹体中的炸药。这时由于冲击作用在弹底部所产生的最大应力大约为241.3MPa,而在侧壁传感器所测到的气体压力大约仅是这个值的1/5。所以在这种情况下,仅采用气体压力测量还不足以给出内弹道性能的适当评价,还必须将测量仪器装在弹丸底部来测定这种冲击强度。

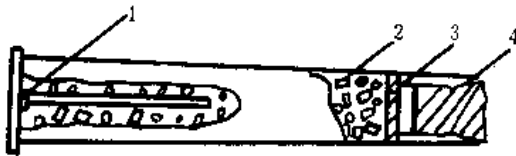


图6-36 76mm 奥托·莫雷拉(Oto Melara)火炮装药结构
1—点火管;2—火药;3—填块;4—弹丸

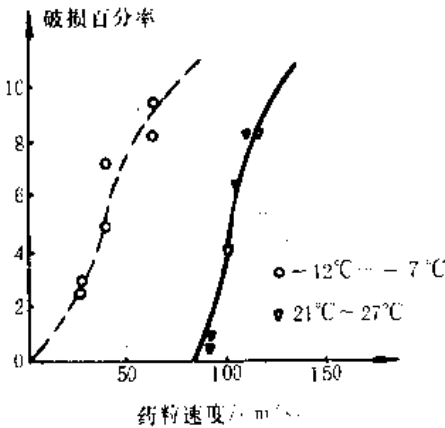


图6-37 M6火药在空气炮中的实验结果

6.7.6 可燃药筒对压力波的影响

目前,在一些大口径火炮中,普遍地采用了可燃药筒的装药结构。根据生产工艺的不同,可燃药筒可分为抽滤式和卷制式两种。这种药筒的内部结构比较疏松,属于一种多孔介质。与一般火药相比,其密度较小,而比表面(单位质量所具有的表面积)却相当大。可燃药筒的这种物理特性使得在燃烧过程中具有较大的气体生成速率。对于抽滤式可燃药筒,根据实验和计算表明,在膛内最大压力达到以前,它已经燃尽。这样使得在射击的初始阶段,整个装药的气体生成速率增大,因此加剧了压力波的形成。

可燃药筒对压力波的影响可以通过截短药筒实验观察。在某火炮上抽滤式可燃药筒的实验结果如表6-9所示。表中 Δp_2 是压力波曲线上第二个正波幅。从表中看出:这种可燃药筒对压力波的形成和增长有较大的影响,特别是可燃药筒前部的影响更为突出。当可燃药筒从斜肩部截去时,其质量约减少0.3kg。为了使最大压力基本上保持一致,另增加主装药0.05kg。结果第一个负波幅 $-\Delta p_1$ 约减小76%, $|-\Delta p_1| + \Delta p_2$ 约减小68%。当可燃药筒全部截去后(还残留0.09kg),其压力波又比截去斜肩部下降了 $-\Delta p_1$ 约为30%, $|-\Delta p_1| + \Delta p_2$ 约为26%。

表6-9 截短药筒实验结果

可燃药筒形式	p_m/MPa	$-\Delta p_1/\text{MPa}$	$(-\Delta p_1 + \Delta p_2)/\text{MPa}$
整体可燃药筒	563	-78.8	218.7
截去斜肩部	573	-18.9	70.3
全部截去	460	-12.6	52.0

卷制式可燃药筒内部结构比抽滤式的要致密得多,空隙率和比表面也都比较小。实验证明,这种可燃药筒对压力波的影响不很明显。由此可见,可燃药筒对压力波的影响主要是由于

内部结构的多孔性而引起气体生成速率的增大,从而促使压力波的增长。从减小压力波的要求,通过生产工艺改变可燃药筒的内部结构,增加致密程度是相当重要的。

§ 6.8 抑制压力波的技术措施

研究压力波的目的是为了寻求抑制压力波的技术措施,将压力波强度控制在保证射击安全的允许范围内。根据以上对产生压力波诸因素的分析,抑制压力波的技术途径有以下几个方面:

1. 改进点火系统设计

局部点火是产生膛内压力波的一个很重要的原因。目前的一些大口径火炮中已经废弃这种点火方式,而被中心点火管系统所代替。一种性能优良的点火系统,除了要求释放出一定能量和点火压力外,还要求轴向点火的一致性。美国曾在127mm/54火炮中实验了两种新型快速点火具(RIP)。一种是在金属管中放有铝和过氯酸钾,另一种是在可消失管中装有快速燃烧的铯盐和硝酸钾混合物。由于使用了这些传火线速度可达6100m/s的缓爆燃发火剂的点火具,火药床的轴向点火一致性比使用黑火药点火的情况有显著的改善。实验证明,在使用RIP点火具点燃装药时,其火焰传播则因点火具轴向传播很快,所观察到的主要在径向传播。图6-38所示的是药床运动在弹底的冲击载荷。应用RIP点火具使点火更加一致,从而大大减小了药床初始运动对弹丸的冲击,这对引信设计具有重要意义。用X光射线摄影证实,比使用黑火药点火时,药床向前运动更加一致,且速度较慢,并逐渐地充满药室前的空间。在我国,一种利用低爆速的导爆管作为传火载体的点火具(LVD),也具有轴向点火一致性的优良性能,在海30mm火炮射击结果表明,压力波强度可以减小一半,有明显的抑制压力波的作用。

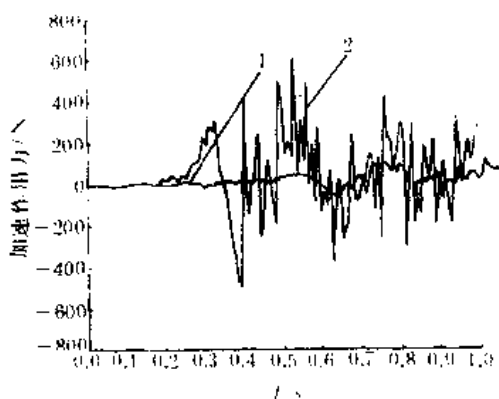


图6-38 黑火药和RIP点火具点火
对弹丸冲击影响的对比
1—RIP冲击;2—黑火药点火冲击

对于药包装填的点火问题,目前尚未得到很好的解决。它的影响点火因素也比较复杂,如药布袋几何因素的多变性,药包布对点火阻碍的影响等。这些因素都是在药包装填下影响点火一致性的重要原因。

必须指出:每一种火炮发射系统对其点火的要求都有它的特殊性。在一个发射系统中性能满意的点火具,可能在另一个类似的系统中失灵。这主要是由于每一种装药结构与其点火系统之间存在着合理的匹配条件,一旦这种匹配条件被破坏,就会直接影响到整个内弹道循环,可能导致大振幅压力波产生,或点火延迟、或弹道性能不稳定等现象发生。

2. 减小初始的气体生成速率

初始气体生成速率越大,气体的压力梯度也越显著,

这也是容易产生压力波的一个因素。减小初始气体生成速率措施有:

(1) 采用19孔或37孔火药。在相同装药量条件下,可减小起始表面积,从而使初始气体生成速率减小。

(2) 将火药钝化。用阻燃剂渗透到火药表面层,减小初始的燃烧速率。

(3) 采用包覆火药。一般情况下是将包覆火药和未包覆火药混合使用,否则会影响到点火延迟。

(4) 采用高燃速指数火药。

3. 减小或合理分配药室中的自由空间

自由空间存在能引起装药的运动,严重情况下可能使火药碰碎。为了减小自由空间,可以在弹底和装药之间增加衬垫,或将自由空间分配在装药周围,造成环形间隙。在小号装药的情况下,尽可能做成全长装药,一般不能短于药室长的2/3。

4. 增加药床透气性

一个透气性良好的火药床能使由于点火而产生的压力梯度很快的衰减,不至于形成纵向大振幅的压力波。增加药床透气性可采用管状药或开槽管状药。使用大颗粒的多孔火药也可以改善透气性的条件。

压力波产生的物理过程及其影响因素是相当复杂的。因此,以上所提出的各种抑制压力波措施,对不同装填条件的火炮所产生的效果也不可能相同,只能对具体装填条件进行具体分析,采取相应的技术措施。

参 考 文 献

- [1] Kent R H. Study fo Ignition of 155mm Gun in Connection with Project KW 250—Study of the Factors Involved in the Design of Propelling Charges. Ballistic Research Lab., Aberdeen Proving Ground, AD493405, Feb. 1935.
- [2] Kent R H. Study of Ignition of 155mm Gun. Ballistic Research Lab., Aberdeen Proving Ground, AD494703, Oct. 1935.
- [3] Soper W G., Grain Velocities during Ignition of Gun Propellant. Combustion and Flame, Vol. 24, No. 2, 1975.
- [4] Soper W G. Ignition Waves in Gun Chambers. Combustion and Flame, Vol. 20, No. 2, Apr. 1973.
- [5] May I W and Horst A W. Charge Design Considerations and Their Effect on Pressure Wave in Guns. Interior Ballistics of Guns. AIAA, 1979.
- [6] Мамонтов М. А. Некоторые Свойства газа, Оборонгиз, 1951 (中译本:马蒙托夫,气流的某些问题,北京:国防工业出版社,1959).
- [7] Evans J W. Instrumentation for Measuring Pressure Wave in Gun. Journal of Ballistics, 1983.
- [8] Heddon S E and Nance G A. An Experimental Study of Pressure Waves in Gun Chambers. Naval Proving Ground, Dahlgren, Va., R1534 Apr. 1957.
- [9] Lockett N. British Work on Solid Propellant Ignition, Bulletin of the First Symposium on Solid Propellant Ignition, Solid Propellant Information Agency, Silver Spring, Md., Sep. 1953.
- [10] Clarke E V etc. Effects of Pressure Wave Dynamics on the Ballistic Performance of Guns. Ballistic Research Lab., Aberdeen Proving Ground, MD., IMR311, Nov. 1974.
- [11] 美国陆军试验鉴定司令部试验操作规程,火炮、迫击炮、无后坐炮弹药安全检验, ADA070430, 1979.4.
- [12] Horst A W etc. Quantitative Assessment on Pressure Waves. ADA100965, 1983.
- [13] Ruth C R and Horst A W. Experimental Validation for the Uniqueness of the Differential Pressure—Maximum Pressure Sensitivity Curves Used for Charge Safety Assessment. Ballistic Research Lab., Aberdeen Proving Ground, MD., 1981.
- [14] Gough P S. Modeling of Two—Phase Flow in Guns. Interior Ballistics of Guns, AIAA, 1979.
- [15] Gough P S. The Predictive Capacity of Models of Interior Ballistics. Proceedings of the 12th JANNAF Combustion Meeting, 1975.
- [16] Gough P S. A Two—Dimensional Model of the Interior Ballistics of Bagged Artillery Charges. ADA100751, 1981.
- [17] 金志明,袁亚雄. 内弹道气动力原理. 北京:国防工业出版社,1983
- [18] 宋明. 膛内压力波的实验和理论研究, [博士论文]. 南京:华东工学院, 1988.
- [19] 曾思敏. 内弹道中的脉冲 X 射线摄影技术装备的研制及其应用研究, [博士论文]. 南京:华东工学院, 1989.
- [20] 周彦煌, 王升晨. 中心点火管装药结构内弹道两相流内弹道模型. 兵工学报, 1987(4).
- [21] Jin Zhiming, Tao Qiheng and Song Ming. Experimental Study on Pressure Waves in Gas-Solid Two-Phase Flow in Guns. Proceed.

- ings of International Symposium of Multiphase Flows, Hangzhou, P. R. China, Aug. 1987.
- [22] 金志明, 宋明, 陶其恒. 膛内压力波的实验研究及动力学模拟. 华东工学院学报, 1987(3).
- [23] 萨白. 火炮发射药结构与膛内纵向压力波. 兵工学报, 1988(增刊).
- [24] 周彦焯, 朱维同. 压力波、膛炸和装药安全考核. 兵工学报(武器分册), 1985, 两相流内弹道研究专辑.
- [25] 王浩. 装药结构对膛内压力波的影响及统计分析. 兵工学报(武器分册), 1988(4).
- [26] 宋明, 金志明. 小颗粒高密实装药床中压力波的数值模拟. 弹道学报, 1989(创刊号).
- [27] 李启明. 装药结构与压力波关系实验研究. 弹道学报, 1989年(创刊号).
- [28] 周丽娟, 梁世超, 金志明. 装药条件对膛内压力波影响的数值模拟. 兵工学报(武器分册), 1989(4).
- [29] 杨敏涛, 高鸿钧. 火药特性对压力波的实验研究. 兵工学报(武器分册), 1989(4).
- [30] 周彦焯, 李开荣, 刘千里, 孙兴长. 密闭容器内压力波动的研究. 兵工学报(武器分册), 1985, 两相流内弹道研究专辑.
- [31] 孙兴长, 李开荣. 100滑膛炮轴向压力波实验分析. 兵工学报(武器分册), 1985, 两相流内弹道研究专辑.
- [32] Jin Zhiming, Song Ming. Frequency Spectrum Analysis of Pressure Waves and Charge Safety Criterion. Proceedings of International Ballistic Conferences, Nanjing, P. R. China, 1988.
- [33] Jin Zhiming, Song Ming. Experimental Study and Numerical Simulation of Pressure Waves in Guns. Proceedings of the 11th International Symposium on Ballistics, 1989.
- [34] 金志明, 宋明. 压力波频谱分析与装药安全性准则. 兵工学报, 1988(增刊).
- [35] 李群. 火药撞击破裂规律及其对燃烧速率影响的研究. 兵工学报(武器分册), 1984.
- [36] 金志明, 宋明. 火药床压缩模量及颗粒间应力. 兵工学报, 1990(1).
- [37] 王浩. 可燃药筒对火炮膛内压力波影响规律的实验研究. 弹道学报, 1990.
- [38] Biele J K. Mechanisms of Pressure Waves Generation at High Loading Densities of Small Propellant Grains. Proceedings of the 9th International Symposium on Ballistics, 1986.
- [39] Stein W W. Pressure Waves in a 105mm Gun. Proceedings of the 9th International Symposium on Ballistics, 1986.
- [40] Maillette J, Audet G and Gladstone D. Pressure Wave Generation in 150mm Gun. Proceedings of the 10th International Symposium on Ballistics, 1988.
- [41] Horst A W. The Influence of Propellant Grain Geometry on Ignition, Two-Phase Flow Dynamics in Gun. Journal of Ballistics, Vol. 4. 1980.
- [42] Karman T V and Biot M A. Mathematical Methods in Engineering, 1940(中译本: 工程中的数学方法. 北京: 科学出版社, 1959).
- [43] 刘永建. 信号与线性系统. 北京: 人民邮电出版社, 1985.
- [44] 铁道建筑研究所. 振动测试与分析. 北京: 人民铁道出版社, 1979.
- [45] 邹理和. 数字滤波器. 北京: 国防工业出版社, 1979.
- [46] 黄振亚. 高膛压火炮发射装药使用安全性的判定技术. [硕士论文]. 西安: 机电部204研究所, 1988.

第七章 膛内压力波的数值模拟

§ 7.1 引言

本世纪 50~60 年代,对火炮膛内压力波的研究,主要集中在对实验现象的分析,定性认识压力波形成的机理及考察多种因素对压力波的影响规律,70 年代以后对压力波的研究才有了新的进展,表现为不少内弹道学者对压力波实验结果进行定量的分析,这些已在上一章做了详细的论述。用两相流理论对压力波进行数值模拟,揭示压力波形成的数学物理本质,则是从高夫开始的,他建立了火炮非均匀两相流准一维平衡方程,并对其进行了数值求解,研制了准一维两相流动的 NOVA 编码,在药筒装填的条件下给出的压力波曲线不仅在定性上,而且在定量上都有非常好的一致性。对膛内压力变化规律的数值模拟国内也作了大量的工作,某些发表的结果还是较理想的。本章是我们在这方面所做的工作,主要特点在于运用拟合坐标系建立了内弹道两相流动数学物理模型及计算方法以及对点火源和边界的特殊处理。用数值模拟方法对压力波的研究与实验方法相比,表现了许多优点,比较经济,且能够考虑到许多实验难以实现的因素,揭示压力波形成更深一层的本质。^{81tech}但数值模拟方法有它的局限性,数值模拟结果要经受实验的检验。

实验证明大颗粒装药火炮射击过程中膛内压力波是比较小的,主要是由于大颗粒装药床透气性好,局部点火不易造成局部密实,对于这种装填结构,膛内气、固两相混合介质具有很好的均匀性,用均相流模型不会产生很大的误差。也是由于均相流模型无法考虑局部点火导致的火药床密实(这是压力波产生的主要原因)及相间阻力等问题,所以该模型不适用于考虑火炮膛内压力波的内弹道计算,要对膛内压力波进行计算必须要用内弹道两相流模型。

内弹道的数值计算实践告诉我们,运动边界的处理比固定边界复杂得多,膛底边界就比弹底边界容易处理。弹丸的运动,欧拉坐标下的弹底网格步长变大,传统的解决方法是定义新的网格点,并内插求新网格点的物理参数,这个过程不仅使计算程序结构复杂化,而且降低了计算精度,特别是弹道循环后期,网格点急剧增加,计算速度很慢,由于膛内气流速度越来越大,计算时的时间步长也在变小,而与前期相比,物理量的变化缓慢得多,所以传统的计算很不经济,把运动边界变为固定边界,并使之位于离散的网格点上会给计算带来很大的方便。一维均相流模型运用拉格朗日坐标下的方程组容易解决这个问题,在此基础上已成功地进行了多种内弹道计算。对于两相流动,能否用相同的方法建立起拉格朗日坐标下的内弹道方程组呢,以下用流体力学的知识简单分析之。

拉格朗日方法和欧拉方法都能建立描述同一现象的方程组,但着眼点不一样,拉格朗日方法着眼于流体微团本身,跟踪流体微团,方法的前提是流体力学中连续流体线(面)的保持性定理成立,这个定理的内容是:流场中连续流体线(面)永远保持为连续流体线(面),且连续流体线(面)上流体质点相对位置不变。均相流动流场连续流体线(面)保持性定理成立,所以容易建

立起拉格朗日坐标下的方程组。两相流动流场固相颗粒弥散在气相介质中,且两相之间相对位置不断改变,连续流体线(面)保持性定理不再成立,也就是难以建立起拉格朗日坐标下的方程组,这是两相流动与均相流动之间最本质的区别。

以下用坐标变换方法,建立起拟合坐标系,解决两相流动膛内运动边界问题。

§ 7.2 拟合坐标系下内弹道两相流方程组

7.2.1 坐标变换方法

设一维不定常运动的时间坐标为 t , 沿身管的空间轴向坐标为 x , 定义新坐标 Z, τ 为

$$Z = \frac{x}{x_p} \quad (7-1)$$

$$\tau = t \quad (7-2)$$

式中 x_p 为弹底位置的空间坐标, 它只是时间 t 的函数, 即 $x_p = x_p(t)$, 所以

$$Z = \frac{x}{x_p(t)} = Z(x, t)$$

为叙述方便, x, t 也称为老坐标。

设某一个物理量为 Φ , 其数值不因坐标系的变化而改变, 所以

$$\Phi(Z, \tau) = \Phi(x, t) \quad (7-3)$$

但 Φ 对坐标的导数是随坐标系的变化而改变的, 上式对 x 求导得

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = \frac{\partial \Phi}{\partial Z} \frac{\partial Z}{\partial x} + \frac{\partial \Phi}{\partial \tau} \frac{\partial \tau}{\partial x} = \frac{\partial \Phi}{\partial Z} \frac{1}{x_p}$$

(7-3)式对 t 求导得

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = \frac{\partial \Phi}{\partial Z} \frac{\partial Z}{\partial t} + \frac{\partial \Phi}{\partial \tau} \frac{\partial \tau}{\partial t} = \frac{\partial \Phi}{\partial Z} \left(-\frac{\dot{x}_p}{x_p} \right) \frac{x}{x_p} + \frac{\partial \Phi}{\partial \tau}$$

这样就得到物理量 Φ 对新、老坐标系导数的关系为

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = \frac{\partial \Phi}{\partial \tau} - \frac{\dot{x}_p}{x_p} Z \frac{\partial \Phi}{\partial Z} \quad (7-4)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = \frac{1}{x_p} \frac{\partial \Phi}{\partial Z} \quad (7-5)$$

此变换的雅可比(Jacobi)行列式为

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial \tau}{\partial t} & \frac{\partial \tau}{\partial x} \\ \frac{\partial Z}{\partial t} & \frac{\partial Z}{\partial x} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{\dot{x}_p}{x_p} Z & \frac{1}{x_p} \end{vmatrix} = \frac{1}{x_p} \neq 0$$

所以此坐标变换存在着逆变换, 且不会改变方程组的性质。坐标变换后, Z 的变化范围始终在 $[0, 1]$ 内, 利用(7-3)、(7-4)、(7-5)式, 可以得到拟合坐标系下的内弹道两相流动气动力方程组。并且坐标变换只改变偏微分方程的形式, 对辅助的代数方程没有影响。

一、守恒形式

$$\frac{\partial}{\partial \tau}(\varphi \hat{\rho}_i) + \frac{1}{x_p} \left[\frac{\partial}{\partial Z}(\varphi \hat{\rho}_i u_i) - Z \dot{x}_p \frac{\partial}{\partial Z}(\varphi \hat{\rho}_i) \right] = H_i \quad (7-6)$$

$$\frac{\partial}{\partial \tau}[(1-\varphi)\hat{\rho}_r] + \frac{1}{x_r}\left\{\frac{\partial}{\partial Z}[(1-\varphi)\hat{\rho}_r u_r] - Z\dot{x}_r \frac{\partial}{\partial Z}[(1-\varphi)\hat{\rho}_r]\right\} = H_{c2} \quad (7-7)$$

$$\frac{\partial}{\partial \tau}(\varphi\hat{\rho}_g u_g) + \frac{1}{x_g}\left\{\frac{\partial}{\partial Z}(\varphi\hat{\rho}_g u_g^2) - Z\dot{x}_g \frac{\partial}{\partial Z}(\varphi\hat{\rho}_g u_g) + \varphi \frac{\partial p}{\partial Z}\right\} = H_{c3} \quad (7-8)$$

$$\frac{\partial}{\partial \tau}[(1-\varphi)\hat{\rho}_r u_r] + \frac{1}{x_r}\left\{\frac{\partial}{\partial Z}[(1-\varphi)\hat{\rho}_r u_r^2] - Z\dot{x}_r \frac{\partial}{\partial Z}[(1-\varphi)\hat{\rho}_r u_r]\right. \quad (7-9)$$

$$\left. + (1-\varphi) \frac{\partial p}{\partial Z} + \frac{\partial}{\partial Z}[(1-\varphi)R]\right\} = H_{c4}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \tau}[\varphi\hat{\rho}_g(e_g + \frac{u_g^2}{2})] + \frac{1}{x_g}\left\{\frac{\partial}{\partial Z}[\varphi\hat{\rho}_g u_g(e_g + \frac{p}{\rho_g} + \frac{u_g^2}{2})] - Z\dot{x}_g \frac{\partial}{\partial Z}[\varphi\hat{\rho}_g(e_g + \frac{u_g^2}{2})] \right. \\ \left. - Z\dot{x}_g p \frac{\partial \varphi}{\partial Z}\right\} + p \frac{\partial \varphi}{\partial \tau} = H_{c5} \end{aligned} \quad (7-10)$$

其中 $H_{ci}(i=1, \dots, 5)$ 为守恒型方程组的源项, 其表达式为

$$H_{c1} = \bar{A}_r \hat{\rho}_r \dot{r}$$

$$H_{c2} = -\bar{A}_r \hat{\rho}_r \dot{r}$$

$$H_{c3} = -\bar{A}_r(f_r - \hat{\rho}_r \dot{r} u_r)$$

$$H_{c4} = \bar{A}_r(f_r - \hat{\rho}_r \dot{r} u_r)$$

$$H_{c5} = \bar{A}_r[-u_r f_r - q + \hat{\rho}_r \dot{r}(e_r + \frac{p}{\rho_r} + \frac{u_r^2}{2})]$$

二、非守恒形式

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{\rho}_g}{\partial \tau} + \frac{1}{x_g}\left\{(u_g - Z\dot{x}_g) \frac{\partial \hat{\rho}_g}{\partial Z} + \frac{\hat{\rho}_g}{\varphi}(u_g - u_r) \frac{\partial \varphi}{\partial Z} + \hat{\rho}_g \frac{\partial u_g}{\partial Z} \right. \\ \left. + \frac{1-\varphi}{\varphi} \hat{\rho}_r \frac{\partial u_r}{\partial Z}\right\} = H_{n1} \end{aligned} \quad (7-11)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \tau} + \frac{1}{x_r}\left\{(u_r - Z\dot{x}_r) \frac{\partial \varphi}{\partial Z} - (1-\varphi) \frac{\partial u_r}{\partial Z}\right\} = H_{n2} \quad (7-12)$$

$$\frac{\partial u_g}{\partial \tau} + \frac{1}{x_g}\left\{(u_g - Z\dot{x}_g) \frac{\partial u_g}{\partial Z} + \frac{1}{\rho_g} \frac{\partial p}{\partial Z}\right\} = H_{n3} \quad (7-13)$$

$$\frac{\partial u_r}{\partial \tau} + \frac{1}{x_r}\left\{(u_r - Z\dot{x}_r) \frac{\partial u_r}{\partial Z} - \frac{a^2}{1-\varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial Z} + \frac{1}{\rho_r} \frac{\partial p}{\partial Z}\right\} = H_{n4} \quad (7-14)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial \tau} + \frac{1}{x_g}\left\{(u_g - Z\dot{x}_g) \frac{\partial p}{\partial Z} + \frac{\hat{\rho}_g}{k\varphi} c^2 (u_g - u_r) \frac{\partial \varphi}{\partial Z} + c^2 \hat{\rho}_g \frac{\partial u_g}{\partial Z} \right. \\ \left. + \frac{1-\varphi}{\varphi} \hat{\rho}_r c^2 \frac{\partial u_r}{\partial Z}\right\} = H_{n5} \end{aligned} \quad (7-15)$$

其中 $H_{ni}(i=1, \dots, 5)$ 为非守恒方程组的源项, 其表达式为

$$H_{n1} = \frac{\bar{A}_r \dot{r}}{\varphi}(\hat{\rho}_r - \dot{\rho}_g)$$

$$H_{n2} = \bar{A}_r \dot{r}$$

$$H_{n3} = \frac{\bar{A}_r}{\varphi \rho_g}[(\hat{\rho}_r \dot{r}(u_r - u_g) - f_r)]$$

$$H_{n4} = \frac{S_r}{M_r} f_r$$

$$H_{n5} = \frac{(k-1)\bar{A}_r}{(1-\alpha\rho_g)\varphi}\{f_r(u_g - u_r) - q + \hat{\rho}_r \dot{r}(e_r - e_g + \frac{1}{2}(u_g - u_r)^2)\}$$

$$+ \frac{\dot{p}r}{(k-1)\rho_g} (\hat{\rho}_g - \hat{\rho}_g) \}$$

7.2.2 拟合坐标系下方程组的特征性质

仿第五章的方法,同样可以推得方程系的特征值为

$$\lambda_i = \left(\frac{dZ}{d\tau}\right)_i = (u_g - Z\dot{x}_g + c)/x_g$$

$$\lambda_1 = \left(\frac{dZ}{d\tau}\right)_1 = (u_g - Z\dot{x}_g - c)/x_g$$

$$\lambda_2 = \left(\frac{dZ}{d\tau}\right)_2 = (u_g - Z\dot{x}_g + a)/x_g$$

$$\lambda_N = \left(\frac{dZ}{d\tau}\right)_N = (u_g - Z\dot{x}_g - a)/x_g$$

$$\lambda_v = \left(\frac{dZ}{d\tau}\right)_v = (u_g - Z\dot{x}_g)/x_g$$

此外由老坐标下的燃速公式

$$\frac{d\delta}{dt} = \dot{r}$$

即

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} + u_g \frac{\partial \delta}{\partial x} = \dot{r}$$

得新坐标系的燃速公式

$$\frac{\partial \delta}{\partial \tau} + \frac{1}{x_g}(u_g - Z\dot{x}_g) \frac{\partial \delta}{\partial Z} = \dot{r}$$

这样可得到第六个特征根

$$\lambda_v = \left(\frac{dZ}{d\tau}\right)_v = (u_g - Z\dot{x}_g)/x_g$$

事实上,方程系的特征值可以利用第五章的结果这样来求:设老坐标系下的特征值为 λ_0 ,新坐标系下的特征值为 λ_N ,则

$$\lambda_0 = \frac{dx}{dt},$$

$$\lambda_N = \frac{dZ}{d\tau}$$

所以有

$$\lambda_N = \frac{d\left(\frac{x}{x_g}\right)}{d\tau} = \frac{1}{x_g} \frac{dx}{d\tau} - \frac{x}{x_g^2} \dot{x}_g = \frac{1}{x_g} \left(\frac{dx}{dt} - Z\dot{x}_g\right)$$

即

$$\lambda_N = \frac{1}{x_g}(\lambda_0 - Z\dot{x}_g)$$

这样从老坐标系下的特征值,容易得到新坐标系下的特征值。

特征值全为实数,所以坐标变换后的方程组也是双曲型的,可以用双曲型方程组的各种数

值方法求解。

§ 7.3 多孔介质模型

高装填密度火炮膛内两相流动过程可以划分为两个阶段：①固定床阶段，在弹道循环初期，弹丸运动之前(或许有微小的运动)，膛内只存在点火气流和装药着火后少量燃气，火药颗粒床处于密实状态，这阶段的气体流动过程与气流流经多孔介质的情况相类似；②流化床阶段，随着火药的不断燃烧，气体量迅猛增加，加之弹丸运动的加快，使弹后空间加大，膛内空隙率很快达到称为“流态化”流动的临界值，装药床的运动成为伪流体，具有流动的特征。

过去两相流动数值模拟实际都是研究的第二阶段，没有考虑第一阶段，分析实测的压力曲线及压力分布规律知道，实际火炮装药的点火过程是在第一阶段，以下建立起这个阶段的数学物理模型。

7.3.1 点火气流对火药床压缩的多孔介质“力学”模型

一、物理模型

为建立起描述点火气流对火药床机械压缩过程的“力学”模型，提出以下的基本假设

(1) 膛内装药多孔介质是各相同性的。

(2) 膛内装药多孔介质为弹性多孔介质，很明显膛内装药床不是刚性的(即空隙率随时间而变化)，随着点火气流压强的加大，将发生变形，假设变形规律服从虎克(Hooke)定律(常称为弹性多孔介质)，建立力学模型假设空隙率 φ 仅是压强的函数，在这个假设下

$$\frac{d\varphi}{dp} = \lambda \quad (7-16)$$

式中 λ 是多孔介质的压缩性系数，由实验的压缩曲线确定。

(3) 不研究多孔介质内的温度分布，用压强和密度的多方关系式代替状态方程以及能量方程

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^m \quad (7-17)$$

式中 m 称为多方指数。

二、数学模型

1. 基本方程的建立

(1) 运动方程——达西(Darcy)定律。1865年达西研究了均匀各向同性多孔介质流体的一维运动，提出了以下公式

$$u = \frac{k_p}{\mu} \left(-\frac{\partial p}{\partial x} + \rho X \right) \quad (7-18)$$

式中 k_p 为多孔介质的渗透率， u 为压强梯度 $-\frac{dp}{dx}$ 方向上的流速， X 为流动方向上单位质量的体积力， μ 为流体的粘滞系数。

事实上，达西定律是以压力梯度表达的多孔介质对流体运动的阻力公式，是多孔介质中流体运动的运动方程。(7-18)式只适用于斯托克斯(Stokes)低速流动区($Re = U d_p \rho / \mu < 1$ ，其中 U 为某一特征速度， d_p 为多孔介质的平均孔径)，如果雷诺数大于1，但仍不太大，应考虑惯性力，

粘性力表达式仍用达西公式。于是对于一维流动修正的达西定律为

$$\rho \frac{du}{dt} = - \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\mu}{k_r} u \quad (7-19)$$

对于大雷诺数,粘性阻力与速度平方成正比,而不与速度成正比,所以达西定律应含有与速度平方成正比的项,这是由于层流向湍流转换乃至湍流引起的项,此时一维流动的运动方程为

$$\rho \frac{du}{dt} = - \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\mu}{k_r} u - \frac{L_r \rho (1-\varphi) u^2}{\varphi k_r d_s} \quad (7-20)$$

式中 L_r 是一个经验系数, d_s 为反映多孔介质本身特征的尺寸。

对于密实火药颗粒床, d_s 取颗粒的平均直径 d_p , 忽略与速度成正比的项, (7-20) 式变为

$$\rho \frac{du}{dt} = - \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{L_r \rho (1-\varphi) u^2}{\varphi k_r d_p} \quad (7-21)$$

由实验得到

$$\frac{L_r}{k_r} = 1.75 + 150 \frac{(1-\varphi)}{Re_p} \quad (7-22)$$

(2) 连续方程。容易推得流体在刚性多孔介质中流动的连续方程为

$$\varphi \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\varphi \rho u) = 0 \quad (7-23)$$

对于变形的多孔介质, φ 随时间而变化, 连续方程为

$$\frac{\partial \varphi \rho}{\partial t} + \frac{\partial \varphi \rho u}{\partial x} = 0 \quad (7-24)$$

事实上该式可由第五章两相流动连续方程(5-14)式去掉源项所得。上式变形为

$$\frac{d\varphi \rho}{dt} + \varphi \rho \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (7-25)$$

即

$$\varphi \frac{d\rho}{dt} + \rho \frac{d\varphi}{dt} + \varphi \rho \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (7-26)$$

定义单位压力变化下比容相对改变量的负值(即比容的相对减少量)为流体的压缩系数 β , 也就是

$$\beta = - \frac{1}{v} \frac{dv}{dp} = \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dp} \quad (7-27)$$

则由(7-26)式得

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{d\varphi}{dp} \frac{dp}{dt} = \lambda \frac{d\rho}{dt} \frac{dp}{d\rho} = \lambda \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} / \left(\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dp} \right) = \frac{\lambda}{\beta \rho} \frac{d\rho}{dt}$$

所以(7-26)式变为

$$\left(\varphi + \frac{\lambda}{\beta} \right) \frac{d\rho}{dt} + \varphi \rho \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (7-28)$$

运用(7-17)式有

$$\beta = \frac{1}{m_p} \quad (7-29)$$

得到连续方程最后的形式为

$$(\varphi + \lambda m_p) \frac{d\rho}{dt} + \varphi \rho \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (7-30)$$

再运用(7-17)式得到

$$(\varphi + \lambda mp) \frac{dp}{dt} + \varphi mp \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (7-31)$$

2. 基本方程的性质

整理(7-30)、(7-21)、(7-31)式,得到如下的方程组

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + \frac{\varphi \rho}{\varphi + \lambda mp} \frac{\partial u}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} &= H \\ \frac{\partial p}{\partial t} + u \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\varphi mp}{\varphi + \lambda mp} \frac{\partial u}{\partial x} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (7-32)$$

式中

$$H = - \frac{L_2(1-\varphi)u^2}{\varphi k, d, \rho}$$

(1) 特征线及其相容性方程。容易解得(7-32)式的特征线方程为

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 = \left(\frac{dx}{dt} \right)_1 &= u \\ \lambda_{1,2} = \left(\frac{dx}{dt} \right)_{1,2} &= u \pm c^* \end{aligned} \right\} \quad (7-33)$$

对应的相容性方程为

$$\begin{aligned} \frac{dp}{dt} - c^2 \frac{d\rho}{dt} &= 0 \\ \frac{du}{dt} \mp \frac{1}{\rho c^*} \frac{dp}{dt} &= H \end{aligned} \quad (7-34)$$

式中

$$c = \sqrt{\frac{mp}{\rho}} \quad (7-35)$$

$$c^* = \sqrt{\frac{\varphi m \frac{p}{\rho}}{\varphi + \lambda mp}} = \sqrt{\frac{\varphi}{\varphi + \lambda mp}} c \quad (7-36)$$

特征方程有三个互不相等的实根,所以偏微分方程组为双曲型的。

(2) 扰动传播速度的讨论。 c^* 是通过弹性多孔介质流动的气体中微弱扰动传播速度,若多孔介质不可压缩,即 $\lambda=0$,则有

$$c^* = \sqrt{\frac{mp}{\rho}} = c$$

这就是多方气体中微弱扰动传播速度。对于等熵流动, $m=k$,则

$$c^* = c = \sqrt{\frac{kp}{\rho}}$$

即通常所说的声速。

由(7-36)式可知,多孔介质的压缩性越大,则扰动传播速度越小,这表明多孔介质可压缩性影响着气体中的扰动传播速度,其影响规律与影响扰动在多孔介质本身中的传播速度一致。刚性多孔介质不能改变气体中扰动的传播速度。

若 $\varphi=1$ 表示纯气体的运动,此时

$$\lambda = \frac{d\varphi}{dp} = 0$$

也有

$$c^* = c$$

7.3.2 点火气流对火药床点火的多孔介质“热学”模型

一、物理模型

为求解多孔介质中气体的温度分布,研究装药床的点火规律,必须建立起气体的能量方程,研究的前提如下:

- (1) 同样假设装药床为各向同性的弹性多孔介质。
- (2) 点火药气体服从阿贝尔——诺贝尔状态方程。
- (3) 研究点火气流在药床中的渗透点火,不考虑火药床本身的燃烧。

二、数学模型

1. 基本方程组

(1) 连续方程

$$\frac{\partial \varphi \rho}{\partial t} + \frac{\partial \varphi \rho u}{\partial x} = 0$$

或

$$\varphi \frac{d\rho}{dt} + \rho \frac{d\varphi}{dt} + \varphi \rho \frac{du}{dx} = 0 \quad (7-37)$$

(2) 运动方程

$$\frac{du}{dt} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = H_2 \quad (7-38)$$

式中

$$H_2 = H = - \frac{L_r(1-\varphi)u^2}{\varphi k_r d_r \rho}$$

(3) 压缩规律

$$\frac{d\varphi}{dt} = \lambda \frac{dp}{dt} \quad (7-39)$$

(4) 状态方程

$$p\left(\frac{1}{\rho} - \alpha\right) = RT \quad (7-40)$$

式中 α 为点火药气体的余容。

(5) 能量方程。从第五章推得的两相流动火药气体的能量方程(5-25)式中去掉有关火药床运动及火药本身燃烧产生的项,容易得到气体通过多孔介质流动的能量方程

$$\frac{\partial}{\partial x}[\varphi \rho(e + \frac{u^2}{2})] + \frac{\partial}{\partial x}[\varphi \rho u(e + \frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2})] + p \frac{\partial \varphi}{\partial x} = - \frac{6(1-\varphi)}{d_p} q \quad (7-41)$$

将上式展开合并得

$$\frac{d}{dt}[\varphi \rho(e + \frac{u^2}{2})] + p \frac{d\varphi}{dt} + \varphi \frac{\partial p u}{\partial x} + \varphi \rho(e + \frac{u^2}{2}) \frac{\partial u}{\partial x} = - \frac{6(1-\varphi)}{d_p} q$$

进一步化简得

$$(e + \frac{u^2}{2})[\frac{d}{dt}(\varphi \rho) + \varphi \rho \frac{\partial u}{\partial x}] + \varphi \rho \frac{d}{dt}(e + \frac{u^2}{2}) + p \frac{d\varphi}{dt} + \varphi \frac{\partial p u}{\partial x} = - \frac{6(1-\varphi)}{d_p} q$$

利用连续方程(7-37)得上式第一项为 0,所以

$$\varphi \rho \frac{d}{dt}(e + \frac{u^2}{2}) + p \frac{d\varphi}{dt} + \varphi \frac{\partial p u}{\partial x} = - \frac{6(1-\varphi)}{d_p} q \quad (7-42)$$

动量方程(7-38)式两边同乘以 u 得

$$\frac{d}{dt}(\frac{u^2}{2}) = H_2 u - \frac{u}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}$$

代入(7-42)式有

$$\varphi \rho \frac{de}{dt} + \rho \frac{d\varphi}{dt} + \varphi \rho(H_2 u - \frac{u}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}) + \varphi \frac{\partial p u}{\partial x} = - \frac{6(1-\varphi)}{d_p} q$$

进一步化简得

$$\varphi \rho \frac{de}{dt} + p \frac{d\varphi}{dt} + \varphi p \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1-\varphi}{d_p} \left(\frac{L_p u^3}{k_p} - 6q \right) \quad (7-43)$$

火药气体的内能 e 由状态方程可得

$$e = \frac{RT}{k-1} = \frac{p}{k-1} \left(\frac{1}{\rho} - \alpha \right)$$

代入(7-43)式得

$$\frac{\varphi(1-\alpha\rho)}{(k-1)} \frac{dp}{dt} - \frac{\varphi p}{(k-1)\rho} \frac{d\rho}{dt} + p \frac{d\varphi}{dt} + \varphi p \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1-\varphi}{d_p} \left(\frac{L_p u^3}{k_p} - 6q \right)$$

由连续方程

$$\frac{d\rho}{dt} = - \frac{\rho}{\varphi} \frac{d\varphi}{dt} - \rho \frac{\partial u}{\partial x}$$

所以有

$$\frac{\varphi(1-\alpha\rho)}{k-1} \frac{dp}{dt} + \frac{k}{k-1} p \frac{d\varphi}{dt} - \frac{k}{k-1} \varphi p \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1-\varphi}{d_p} \left(\frac{L_p u^3}{k_p} - 6q \right)$$

由压缩规律方程(7-39)得

$$[\varphi(1-\alpha\rho) + kp\lambda] \frac{dp}{dt} + \varphi kp \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{(k-1)(1-\varphi)}{d_p} \left(\frac{L_p u^3}{k_p} - 6q \right)$$

令 $c^2 = \frac{kp}{\rho(1-\alpha\rho)}$, 则得到

$$\frac{dp}{dt} + \frac{\varphi \rho c^2}{\varphi + \lambda \rho c^2} \frac{\partial u}{\partial x} = H_3 \quad (7-44)$$

其中

$$H_3 = \frac{(k-1)(1-\varphi)}{(1-\alpha\rho)d_p(\varphi + \lambda\rho c^2)} \left(\frac{L_p f u^3}{k_p} - 6q \right)$$

这里 c 为气体中微弱扰动传播的速度。

以上各式中的 q 为气相对多孔介质的热传导,由实验确定,对于密实的火药床为

$$q = h(T - T_s) \quad (7-45)$$

式中 h 为换热系数, T 为火药气体温度, T_s 为多孔介质表面温度。且

$$h = k_f Nu_p / d_p \quad (7-46)$$

k_f 为火药气体的导热系数, Nu_p 为努塞尔数, 并且有

$$Nu_p = 0.4 Re_p^{0.7} Pr^{1/3} \quad (4-47)$$

对于多孔介质表面温度 T_s 要另建立起固体热传导方程求解,这在第五章已有详细讨论。

2. 基本方程的性质

利用(7-39)、(7-44)式简化(7-37)式,连同(7-38)、(7-44)式得到如下偏微分方程组

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + \rho \left[1 - \frac{\lambda \rho c^2}{\varphi + \lambda \rho c^2} \right] \frac{\partial u}{\partial x} &= H_1 \\ \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} &= H_2 \\ \frac{\partial p}{\partial t} + u \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\varphi \rho c^2}{\varphi + \lambda \rho c^2} \frac{\partial u}{\partial x} &= H_3 \end{aligned} \right\} \quad (7-48)$$

其中

$$H_1 = \frac{81 \lambda \rho c^2}{\varphi} H_3$$

(7-48)式仍是双曲型方程组,其对应的特征线方程和相容性方程为

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 &= u \\ \lambda_{1,2} &= u \pm c^* \end{aligned} \right\} \quad (7-49)$$

和

$$\left. \begin{aligned} \frac{dp}{dt} - c^2 \frac{d\rho}{dt} &= H_3 - c^2 H_1 \\ \frac{dp}{dt} \mp \rho c^* \frac{du}{dt} &= H_3 + \rho c^* H_2 \end{aligned} \right\} \quad (7-50)$$

其中

$$c^* = \sqrt{\frac{\varphi}{\varphi + \lambda \rho c^2}} c$$

c^* 为该模型下多孔介质中流动的气体微弱扰动传播速度。

7.3.3 数值计算及结果

一、计算方法

1. 初边条件

初始条件总是容易给出的,边界条件有两种情况,右边界为固壁流动滞止条件,左边界为底火来流条件,这在下面讨论两相流模型时有详细研究。

2. 差分方程

将方程(7-32)、(7-48)写成如下统一形式,则有

$$\frac{\partial U}{\partial t} + A \frac{\partial U}{\partial x} = H \quad (7-51)$$

其中

$$U = (\rho \quad u \quad p)^T$$

A, H 是 u, p, ρ 的函数,对于多孔介质的“力学”模型和“热学”模型分别为

$$A = \begin{pmatrix} u & \frac{\varphi \rho}{\varphi + \lambda m p} & 0 \\ 0 & u & \frac{1}{\rho} \\ 0 & \frac{\varphi m p}{\varphi + \lambda m p} & u \end{pmatrix} \quad .$$

$$H = \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{L_r(1-\varphi)u^2}{\varphi k_r d_r \rho} \\ 0 \end{pmatrix}$$

和

$$A = \begin{pmatrix} u & \rho[1 - \frac{\lambda \rho c^2}{\varphi + \lambda \rho c^2}] & 0 \\ 0 & u & \frac{1}{\rho} \\ 0 & \frac{\varphi \rho c^2}{\varphi + \lambda \rho c^2} & u \end{pmatrix}$$

$$H = \begin{pmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \end{pmatrix}$$

采用里奇特迈尔(Richtmyer)预估校正法,时间用前差,空间用中心差分,有

$$U_j^{n+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}(U_{j+1}^n + U_{j-1}^n) - \frac{\Delta t}{4\Delta x} A_j^n (U_{j+1}^n - U_{j-1}^n) + H_j^n \frac{\Delta t}{2}$$

$$U_j^{n+1} = U_j^n - \frac{\Delta t}{2\Delta x} A_j^{n+\frac{1}{2}} (U_{j+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - U_{j-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}) + H_j^{n+\frac{1}{2}} \Delta t$$

3. 稳定性条件

这是典型的双曲型方程组显式数值计算的库朗特(Courant)条件

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x}{|u| + c^*}$$

其中

$$c^* = \sqrt{\frac{\varphi}{\varphi + \lambda \rho c^2}} c$$

对方程(7-32)和(7-48)式,分别有

$$c = \sqrt{\frac{mp}{\rho}}, \quad c = \sqrt{\frac{kp}{\rho(1 - \alpha\rho)}}$$

二、简单计算结果

多孔介质模型是对内弹道循环早期膛内现象的一种计算模型,“热学”模型可用来计算火焰传播规律,用热传导方程可以计算出火药颗粒表面温度 T_s , 设火药颗粒着火温度为 T_{ig} , 如果满足以下条件

$$T_s < T_{ig}, \quad T_s^{i+1} \geq T_{ig}$$

则记录这个时刻,认为该处火药颗粒表面已着火,也即认为此时火焰波传播到这里,这样可求得火焰面的传播轨迹和传播速度。图 7-1 是不同着火温度下计算的火焰面的传播轨迹,着火温度越高,火焰传播越慢,这也是显然的结论,数值试验着火

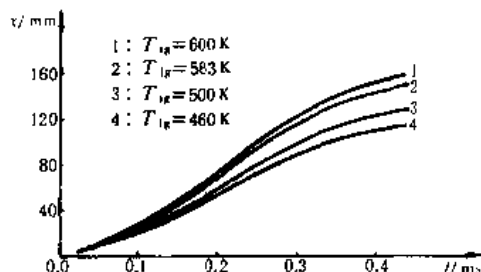


图 7-1 不同着火温度下火焰传播轨迹

温度 $T_{ig} = 563\text{ K}$, 计算结果与实验结果有较好的一致性,如图 7-2 所示。我们数值试验得到的着火温度的结果比某些文献上报导的火药颗粒着火温度的实验结果偏高一些。

图 7-3 是火焰传播速度计算与实验结果的比较,开始计算结果与实验有较好的一致性,后来两者出现较大的偏差,表现在实验结果火焰传播速度总是上升的,而计算的火焰传播速度先上升,达到最大值后再下降。产生这差别的原因如下:开始火焰在疏松药床中传播,随着点火源的加强,火焰传播得越来越快,同时火药颗粒变得越来越密集,这使火焰传播速度降低,加之点火源强度的减弱,也导致火焰传播速度的下降。实际情况可能火药着火后很快燃烧,产生大量火药气体,药床不容易密集,所以实验获得的火焰传播速度是一直上升的。这也说明多孔介质模型适用于弹道循环初期,火药着火燃烧之前。

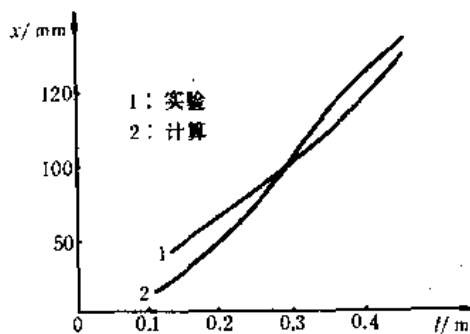


图 7-2 火焰波传播轨迹计算和实验结果的比较

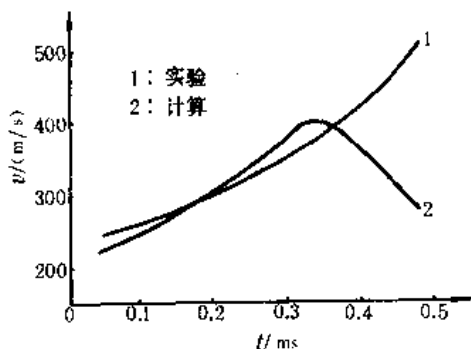


图 7-3 火焰波传播速度计算和实验结果的比较

§ 7.4 压力波的数值计算方法

7.4.1 离散化方法

一、区域离散——差分网格

(t, x) 坐标系统的求解区域为 $\{(t, x) | t \in [0, t_g], x \in [0, x_p(t)]\}$,求解的空间区域是随时间而变化的,而 (τ, Z) 坐标系统的求解区域为 $\{(\tau, Z) | \tau \in [0, t_g], Z \in [0, 1]\}$,求解的空间区域不随时间而变化, t_g 为弹丸出炮口的时间。离散后,两个坐标系统的网格如图 7-4。

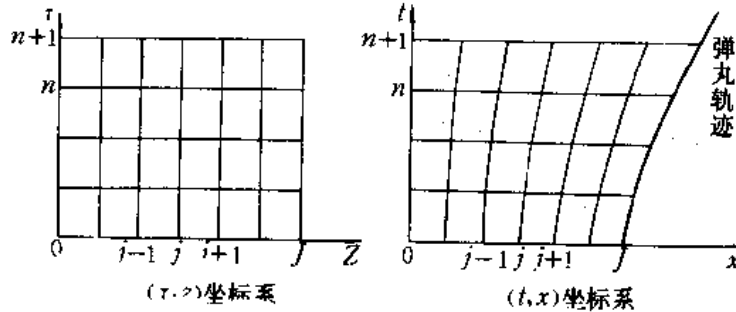


图 7-4 两个坐标系统下的离散网格

从图可以看出,对于 (τ, Z) 坐标系统网格点是固定的,而相应于 (t, x) 坐标系统网格点则是运动的,实现了网格的自动疏密。在新坐标系中,弹底坐标始终固定为 1。这种手风琴式的差分网格,在内弹道数值计算中显示了很大的优越性。

二、方程离散——差分方程

求解的偏微分方程组写为矩阵形式

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + A \frac{\partial U}{\partial Z} = H \quad (7-52)$$

式中 $U = (\hat{\rho}_s, \varphi, u_s, u_p, p)^T$, A, H 分别表示系数矩阵和非齐次项矩阵,即

$$A = \begin{pmatrix} \frac{u_s - Z\dot{x}_s}{x_s} & \frac{\hat{\rho}_s}{\varphi}(u_s - u_p) \frac{1}{x_s} & \frac{\hat{\rho}_s}{x_s} & \frac{\hat{\rho}_s}{x_s} \frac{1 - \varphi}{\varphi} & 0 \\ 0 & \frac{u_s - Z\dot{x}_s}{x_s} & 0 & -\frac{1 - \varphi}{x_s} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{u_s - Z\dot{x}_s}{x_s} & 0 & \frac{1}{\rho_s} \frac{1}{x_s} \\ 0 & -\frac{a^2}{1 - \varphi} \frac{1}{x_s} & 0 & \frac{1}{x_s}(u_s - Z\dot{x}_s) & \frac{1}{\rho_s} \frac{1}{x_s} \\ 0 & \frac{\hat{\rho}_s}{\varphi} c^2 (u_s - u_p) \frac{1}{x_s} & c^2 \hat{\rho}_s \frac{1}{x_s} & \frac{1 - \varphi}{\varphi} c^2 \hat{\rho}_s \frac{1}{x_s} & \frac{u_s - Z\dot{x}_s}{x_s} \end{pmatrix}$$

$$H = (H_{s1} \ H_{s2} \ H_{s3} \ H_{s4} \ H_{s5})^T$$

运用空间交替前、后差的麦克考尔迈克二步差分格式

$$\begin{aligned}
\bar{U}_j &= U_j^* - \frac{A_{j+\frac{1}{2}}\Delta\tau}{\Delta Z}(U_{j+1}^* - U_j^*) + H_{j+\frac{1}{2}}\Delta\tau \\
\bar{U}_j &= \bar{U}_j - \frac{\bar{A}_{j-\frac{1}{2}}\Delta\tau}{\Delta Z}(\bar{U}_j - \bar{U}_{j-1}) + \bar{H}_{j-\frac{1}{2}}\Delta\tau \\
U_j^{*+1} &= \frac{1}{2}(U_j^* + \bar{U}_j)
\end{aligned} \tag{7-53}$$

7.4.2 稳定性条件

麦克考尔迈克格式的稳定性条件是库朗特 CLF 条件

$$\Delta\tau \leq \Delta Z \min_i \left\{ \frac{1}{|\lambda_i|} \right\} \tag{7-54}$$

λ_i 为控制方程组的特征值, 对于两相流动 $i=1, \dots, 6$, λ_i 分别为

$$\begin{aligned}
\lambda_1 &= (u_g - Z\dot{x}_g)/x_g \\
\lambda_2 &= (u_g - Z\dot{x}_g)/x_g \\
\lambda_{3,4} &= (u_g - Z\dot{x}_g \pm c)/x_g \\
\lambda_{5,6} &= (u_g - Z\dot{x}_g \pm a)/x_g
\end{aligned}$$

式中 c, a 分别为气、固相声速。

7.3.3 边界条件的处理

一、 固壁边界

1. 膛底不动边界——镜面放射法

这在第五章已有详细论述。

2. 弹底运动边界——广义镜面反射法

设弹底网格点标号为 J , 把求解区域向右延伸一个网格, 即虚设 $j=J+1$ 点, 如图 7-5 所示。令

81tech

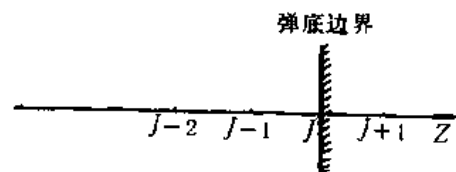


图 7-5 弹底边界广义镜面反射图

$$U_j = \frac{1}{x_g}(u_g - Z\dot{x}_g) \tag{7-55}$$

$$U_j = \frac{1}{x_g}(u_g - Z\dot{x}_g)$$

在弹底

$$\begin{aligned}
u_g &= \dot{x}_g \\
Z &= 1
\end{aligned}$$

所以

$$U_j = 0 \tag{7-56}$$

同样

$$U_j = 0 \tag{7-57}$$

即只要设想把坐标系建立在弹丸上, 弹底边界就变为不动边界了, 因此近似假设

$$\left. \begin{aligned} U_{J+1} &= -U_{J-1} \\ F_{J+1} &= F_{J-1} \end{aligned} \right\} \quad (7-58)$$

其中

$$U = (U_r \quad U_p)^{-1}$$

$$F = (\hat{P}_r \quad \Phi \quad P)^{-1}$$

\hat{P}_r 、 Φ 、 P 分别为建立在随弹丸运动坐标下的相应物理量, 即 $\hat{\rho}_r$ 、 φ 、 p 。这样就有

$$u_{J+1} - Z_{J+1}\dot{x}_p = -(u_{J-1} - Z_{J-1}\dot{x}_p)$$

这里 $u = (u_r \quad u_p)^{-1}$, 因为

$$Z_J = 1$$

$$Z_{J+1} = 1 + \Delta Z$$

$$Z_{J-1} = 1 - \Delta Z$$

所以有

$$u_{J+1} = -u_{J-1} + 2\dot{x}_p \quad (7-59)$$

且

$$F_{J+1} = F_{J-1} \quad (7-60)$$

这样可保证广义速度滞止条件 $U_J = 0$ 成立, 对 F 则引进了附加条件

$$\frac{\partial F}{\partial Z} = 0$$

这是边界处理的误差。这里介绍的是处理弹底边界的又一种方法。

二、底火出流边界

求解分两个步骤进行:

1. 已知底火出流条件, 求过渡到膛内截面的流动状况

底火出流面积与膛内面积是不相等的, 设膛内药室面积为 S_1 , 底火出流面积为 S_2 , 如图 7-6 所示, 且底火射流条件是已知的, 即已知 1-1 截面处流量 $\dot{m} = \dot{m}(t)$ 及速度、密度、压力, 求 1'-1' 截面处的参数。

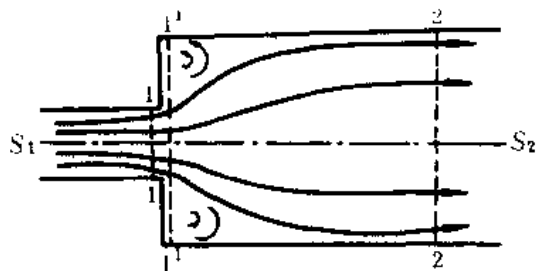


图 7-6 底火出流流动求解图

实际流动的流谱如图 7-6, 在拐角处要产生强烈的涡旋运动, 造成部分的能量损失, 这本身就是一个复杂的流体力学问题, 其求解常常要借助于数值方法, 于是提出以下假设:

- (1) 定常流动。求解面积突然扩大时的流动参数, 用定常解代替非定常解;
- (2) 用相对远处 2-2 截面的参数代替出口 1'-1' 截面的参数;
- (3) 绝能流动, 涡流运动损失的能量变成了热能, 无其它能量损失, 流动是绝热能的。

取控制面 1'-1' 和 2-2, 以控制面之间的流体为研究对象, 在 1'-1' 截面旋涡区的压强可视为等于中心气流的压强 p_1 , 忽略壁面的摩擦力, 动量方程为

$$\dot{m}(v_2 - v_1) = p_1 S_2 - p_2 S_2$$

整理得

$$\dot{m}v_2 + p_2 S_2 = \dot{m}v_1 + p_1 S_1 + p_1 S_1 \frac{S_2 - S_1}{S_1}$$

由气体动力学函数

$$\dot{m}v + pS = \frac{k+1}{2k} \dot{m}a_* Z(\lambda)$$

式中 λ 为速度系数, a_* 为临界声速, 且

$$Z(\lambda) = \lambda + \frac{1}{\lambda}$$

又

$$p_1 S_1 = \frac{G \sqrt{T_{01}}}{c_0} \frac{1}{y(\lambda_1)}$$

其中 T_{01} 为 1 截面总温, G 为质量流量, c_0 是与火药气体性质有关的常量

$$G = \dot{m}$$

$$c_0 = \sqrt{k \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}} \frac{1}{R}}$$

对于火药气体, $k \sim 1.25$, $R \sim 301.2 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$ 。 $y(\lambda)$ 为气体动力学函数

$$y(\lambda) = \frac{q(\lambda)}{\pi(\lambda)}$$

$q(\lambda)$ 、 $\pi(\lambda)$ 也都是气体动力学函数, 分别为

$$q(\lambda) = \left(\frac{k+1}{2} \right)^{\frac{1}{k-1}} \lambda \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2 \right)^{\frac{1}{k-1}}$$

$$\pi(\lambda) = \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2 \right)^{\frac{k}{k-1}}$$

又

$$T_{01} = \frac{k+1}{2k} \frac{1}{R} \frac{1}{a_{*1}}$$

所以

$$\frac{k+1}{2k} \dot{m} a_{*1} Z(\lambda_2) = \frac{k+1}{2k} \dot{m} a_{*2} Z(\lambda_1) + \frac{k+1}{2k} \dot{m} a_{*1} \left(\frac{k+1}{2} \right)^{\frac{1}{k-1}} \frac{1}{y(\lambda_1)} \left(\frac{S_2}{S_1} - 1 \right)$$

绝能流动

$$a_{*1} = a_{*2} = a_*$$

由前一式可求出 λ_2 , 其它参数便可求得。

由质量方程

$$\frac{p_{01} S_1 q(\lambda_1)}{\sqrt{T_{01}}} = \frac{p_{02} S_2 q(\lambda_2)}{\sqrt{T_{02}}}$$

p_0 为气体总压, 所以

$$\frac{p_{02}}{p_{01}} = \frac{S_1 q(\lambda_1)}{S_2 q(\lambda_2)}$$

并且

$$\frac{\rho_{02}}{\rho_{01}} = \frac{p_{02}/T_{02}}{p_{01}/T_{01}} = \frac{p_{02}}{p_{01}}$$

从而有

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{p_2}{p_{02}} \frac{p_{02}}{p_{01}} \frac{p_{01}}{p_1} = \frac{\pi(\lambda_2)}{\pi(\lambda_1)} \frac{p_{02}}{p_{01}}$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{\rho_2}{\rho_{02}} \frac{\rho_{02}}{\rho_{01}} \frac{\rho_{01}}{\rho_1} = \frac{\varepsilon(\lambda_2)}{\varepsilon(\lambda_1)} \frac{\rho_{02}}{\rho_{01}}$$

$$v_2 = \frac{\dot{m}}{\rho_2 S_2}$$

其中 $\varepsilon(\lambda)$ 为又一个气体动力学函数, 其表达式为

$$\varepsilon(\lambda) = \frac{\rho}{\rho_0} = \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2\right)^{\frac{1}{k-1}}$$

这样就求出了 2-2 截面的压强、速度、温度、密度。

2. 求临近射流出口网格点的参数

已知条件:

t 时刻(初值条件): $\hat{\rho}_{g0}, \hat{\rho}_{g1}, \varphi_0, \varphi_1, v_{g0}, v_{g1}, v_{p0}, v_{p1}, e_{g0}, e_{g1}$;

$(t+\Delta t)$ 时刻(边界条件): $\hat{\rho}_{g0}, v_{g0}, e_{g1}, \varphi_1=1, v_{p1}=v_{g1}$;

要求 $(t+\Delta t)$ 时刻: $\hat{\rho}_{g1}, v_{g1}, e_{g1}, \varphi_1, v_{p1}$ 。

这里上标“ \circ ”, “ \cdot ”表示不同时刻, 下标“0”, “1”表示不同的空间位置。求解的方法是在边界网格中建立起输运公式。

连续方程

气相

81tech

$$\frac{\hat{\rho}_{g0} \varphi_0 + \hat{\rho}_{g1} \varphi_1}{2} (\Delta x)' S + \frac{\hat{\rho}_{g0} \varphi_0 v_{g0} + \hat{\rho}_{g1} \varphi_1 v_{g1}}{2} S \cdot \Delta t$$

$$= \frac{\hat{\rho}_{g0} \varphi_0 + \hat{\rho}_{g1} \varphi_1}{2} (\Delta x)' S + \frac{\hat{\rho}_{g1} \varphi_1 v_{g1} + \hat{\rho}_{g1} \varphi_1 v_{g1}}{2} S \cdot \Delta t$$

固相

$$\hat{\rho}_r \frac{(1-\varphi_0) + (1-\varphi_1)}{2} (\Delta x)' S = \hat{\rho}_r \frac{(1-\varphi_0) + (1-\varphi_1)}{2} (\Delta x)' \cdot S$$

$$+ \hat{\rho}_r \frac{[(1-\varphi_0) v_{p0} + (1-\varphi_1) v_{p1}]}{2} \cdot S \Delta t$$

动量方程

气相

$$\frac{\hat{\rho}_{g0} \varphi_0 v_{g0} + \hat{\rho}_{g1} \varphi_1 v_{g1}}{2} (\Delta x)' S + \frac{\hat{\rho}_{g0} \varphi_0 v_{g0}^2 + \hat{\rho}_{g1} \varphi_1 v_{g1}^2}{2} S \Delta t =$$

$$\frac{\hat{\rho}_{g0} \varphi_0 v_{g0} + \hat{\rho}_{g1} \varphi_1 v_{g1}}{2} (\Delta x)' S + \frac{\hat{\rho}_{g0} \varphi_0 v_{g1}^2 + \hat{\rho}_{g1} \varphi_1 v_{g1}^2}{2} S \Delta t$$

固相

$$\frac{\hat{\rho}_r [(1-\varphi_0) v_{p0} + (1-\varphi_1) v_{p1}]}{2} (\Delta x)' S$$

$$= \frac{\hat{\rho}_r [(1-\varphi_0) v_{p0} + (1-\varphi_1) v_{p1}]}{2} (\Delta x)' S + \frac{\hat{\rho}_r [(1-\varphi_0) v_{p1}^2 + (1-\varphi_1) v_{p1}^2]}{2} S \Delta t$$

气相能量方程

$$\begin{aligned}
& \frac{v_{g0}' \rho_{g0}' \varphi_0' (e_{g0}' + \frac{v_{g0}'^2}{2}) + v_{g1}' \rho_{g1}' \varphi_1' (e_{g1}' + \frac{v_{g1}'^2}{2})}{2} S \Delta t \\
& + \frac{\hat{\rho}_{g0}' \varphi_0' (e_{g0}' + \frac{v_{g0}'^2}{2}) + \hat{\rho}_{g1}' \varphi_1' (e_{g1}' + \frac{v_{g1}'^2}{2})}{2} (\Delta x)' S \\
& + \frac{\hat{\rho}_r [(1 - \varphi_0') \frac{v_{r0}'^2}{2} + (1 - \varphi_1') \frac{v_{r1}'^2}{2}]}{2} (\Delta x)' S \\
& = \frac{\hat{\rho}_r [(1 - \varphi_0') \frac{v_{r0}'^2}{2} + (1 - \varphi_1') \frac{v_{r1}'^2}{2}]}{2} (\Delta x)' S \\
& + \frac{\hat{\rho}_r [(1 - \varphi_1') v_{r1}' \frac{v_{r1}'^2}{2} + (1 - \varphi_1') v_{r1}' \frac{v_{r1}'^2}{2}]}{2} S \Delta t \\
& + \frac{\hat{\rho}_{g0}' \varphi_0' (e_{g0}' + \frac{v_{g0}'^2}{2}) + \hat{\rho}_{g1}' \varphi_1' (e_{g1}' + \frac{v_{g1}'^2}{2})}{2} (\Delta x)' S \\
& + \frac{[\hat{\rho}_{r1}' \varphi_1' v_{r1}' (e_{g1}' + \frac{v_{g1}'^2}{2}) + \hat{\rho}_{g1}' \varphi_1' v_{r1}' (e_{g1}' + \frac{v_{g1}'^2}{2})]}{2} S \Delta t
\end{aligned}$$

这是一个关于 $\hat{\rho}_{g1}', v_{g1}', \varphi_1', e_{g1}', v_{r1}'$ 的代数方程, 需要迭代求解。

81tech

§ 7.5 海 30mm 火炮压力波模拟结果及分析

以海 30mm 火炮的结构诸元和 6/7 装药的装填条件为例, 对膛内压力波进行数值计算, 并与实验结果进行了比较。

图 7-7 是计算得到的膛底与坡膛处的压力差分随时间变化的曲线, 计算结果充分体现了这种压力波的振荡特征, 与实验的压力波曲线相比, 计算结果基本落在三发相同条件下射击试验结果的散布区域内。

计算实践告诉我们, 要很好地模拟这种装药结构的压力波, 必须考虑底火射流的作用, 这正是由于底火射流对火药床的作用使火药局部密集是产生压力波的根本原因。

计算还对点火位置及点火强度对压力波的影响进行了数值模拟。

一、点火源位置对压力波的影响

压力波受多种因素影响, 其中点火激励条件是最主要的影响因素, 实验证明不均匀的轴向点火会导致大振幅的压力波, 均匀分散的点火有利于降低压力波。用一维两相流动计算机编

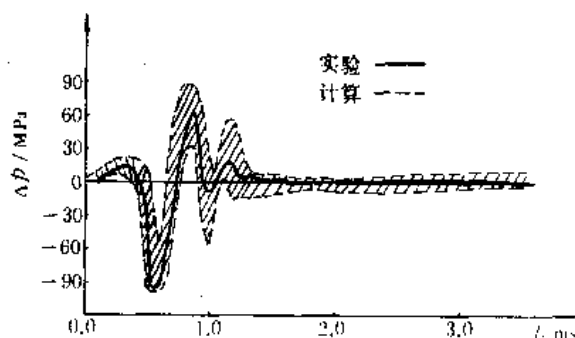


图 7-7 计算的压力波曲线与实验结果的对比

码,对这个实验现象进行数值模拟,模拟计算是把点火源放在不同位置,考察压力波变化的规律。

图 7-8 曲线 2 是点火位置在弹底计算获得的压力波曲线,由于点火源在弹底,所以膛内一开始出现逆向压力梯度,并向膛底推移,在这个逆向压力梯度的作用下,火药颗粒向膛底运动并密实于膛底,随着整个装药床的点燃,密实于膛底的高密度区产生大量的火药气体,使该位置压力急速上升,膛内很快由逆向压力梯度变为正向压力梯度,并向弹底推移,此时弹丸已运动,由于弹丸的运动,总使膛内压力趋向正向梯度,所以装药床点火造成的正向压力梯度在弹底反射只是降低其强度,并没有再导致逆向压力梯度,图中还画出了相同条件下膛底点火的压力波曲线(曲线 1)。

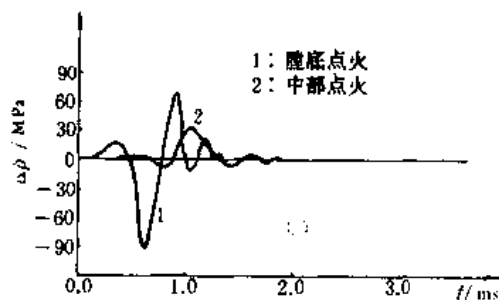


图 7-9 膛底、药室中心位置点火压力波曲线的比较

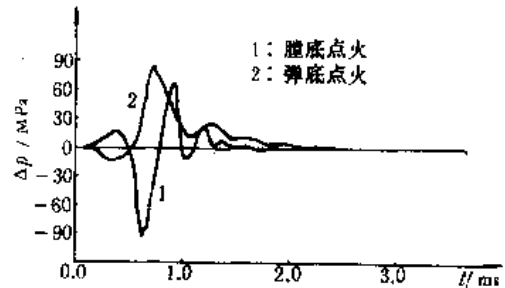


图 7-8 膛底、弹底位置点火压力波曲线的比较

图 7-9 曲线 2 是点火位置在药室正中间计算获得的压力波曲线,中间的点火源使药床向两侧运动,密实于两侧,药床不会出现仅向弹底、膛底一侧密实现象,这样的药床被点燃,膛底、弹底压力同时升高,所以开始一段时间内压力波幅值接近于零,随着弹丸的运动,密实于弹底的火药床很快稀疏,而膛底开始阶段稀疏得慢,所以膛内出现最大正向梯度,以后随着弹丸得运动,膛内压力趋向于均匀分布,图中曲线 1 为相同条件下膛底位置点火的压力波曲线。

数值模拟表明,压力波最小的点火位置不是在药室正中间,究其原因是因为膛内现象并不以药室中心为对称点,如果弹丸不运动(即长密闭爆发器),中心位置点火可以获得最小幅值的压力波,事实上理想情况下压力波幅值为零,弹丸运动使膛内现象不对称,最佳点火位置也偏离中心,如图 7-10 所示是海 30mm 火炮点火分别在 $x=79\text{mm}$ (药室正中间的位置),和 $x=108\text{mm}$ 处计算获得的压力波曲线,随着点火源的位置向弹底的移动,压力波曲线第一个负向幅值最大,弹底位置点火压力波第一个负向幅值最小,综合整个压力波曲线,对 6/7 装药模拟计算表明,大致在 $x=108\text{mm}$ 处膛内压力波幅值达到最小,这个位置大致是整个药室长度的三分之二。

二、点火强度对压力波的影响

图 7-11 是把底火气流加大 60% 后计算的的压力波曲线与正常底火流量计算结果的比较,由此可以看出,底火流量大,正向压力梯度也大,使药床更严重地密实于弹底,当然造成更大的逆向压力梯度(计算的最大负向幅值高达 120MPa),由此可知,底火药量有个最佳的选择,底火药量小,使装药难以实现点火或使点火延迟时间变长,这是弹道设计所不允许的,底火药量大,会造成大振幅的压力波。如果认为尽可能地加大底火药量,使装药实现均匀一致的点火,从而降低膛内压力波是一个错误的概念。

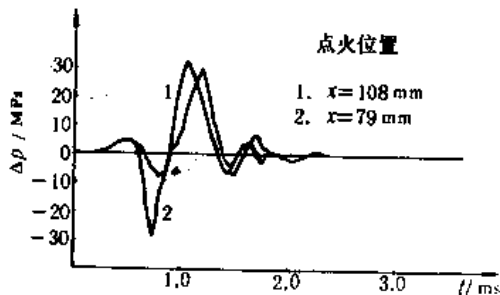


图 7-10 最佳点火位置压力波

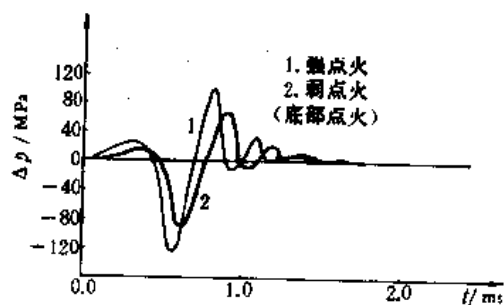


图 7-11 不同底火强度压力波的比较

§ 7.6 100mm 滑膛炮压力波模拟结果

对带可燃药筒、中心传火结构的 100mm 滑膛炮进行了数值计算,并对其特殊的结构进行了一定的处理。

(1) 假定可燃药筒不运动,并采用如下的数学模型来描述可燃药筒在膛内燃烧气体生成的规律

$$\frac{d\psi}{dt} = D_1(1 - D_2 p)p$$

D_1 、 D_2 为实验确定的经验系数。

81tech

(2) 根据中心传火管的结构,把中心传火管的传火过程作线化处理,并假定最后一个孔打开时,传火管爆裂。

(3) 将中心传火管底部的点火药包作为特殊的“源”处理。

图 7-12 是计算的膛底位置压力曲线与几发相同条件下实验结果的比较,图 7-13 是计算的压力差分时间曲线与几发相同条件下实验结果的比较,从图可以看出计算曲线几乎落在实验曲线的散布区域内,说明所建立的数值计算方法及对可燃药筒,中心传火管这些特殊问题的处理方法是合理的。图 7-14 是计算的孔隙率在不同时刻随空间分布的规律,图 7-15 是计算的膛内气固相速度分布。

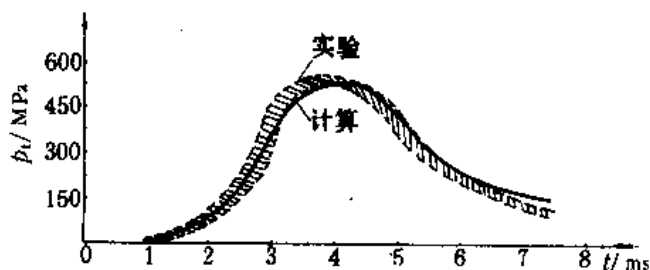


图 7-12 计算的膛底压力曲线与实验结果比较(100mm 滑膛炮)

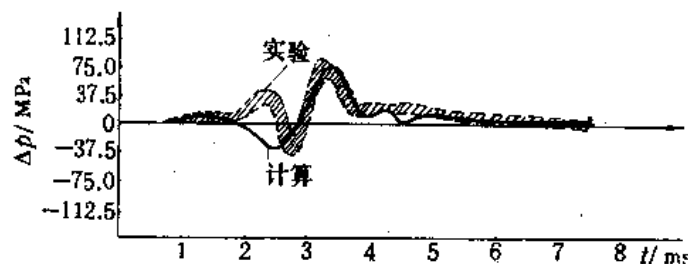


图 7-13 计算的压力波曲线与实验结果的比较(100mm 滑膛炮)

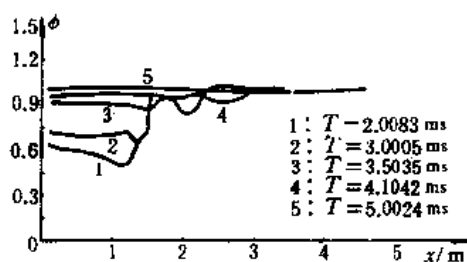


图 7-14 计算的不同时刻的空隙率随空间的分布

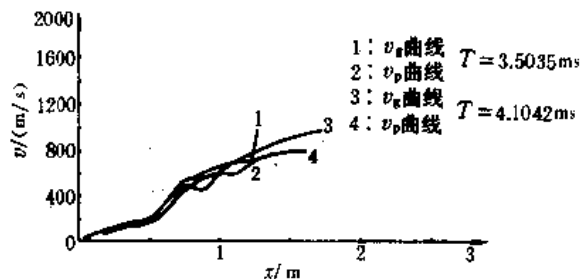


图 7-15 计算的膛内气固相速度分布

§ 7.7 小颗粒高密实装药床中压力波的数值模拟

7.7.1 物理模型

实验证明大颗粒装药火炮射击过程中膛内压力波是比较小的,主要是大颗粒装药床透气性好,局部点火不易造成装药床的局部密实,对于这种装填结构膛内气、固两相混合介质具有很好的均匀性,用内弹道均相流模型不会产生很大的误差。但目前小口径高速火炮还常常使用小颗粒装药以保证达到一定的装填密度,在这种火炮射击过程中膛内容易形成大幅值的压力波,在底部点火条件下尤其如此,原因就是药床空隙率小,相间阻力大,局部点火气体容易受到滞止,同时被滞止的点火气流又反过来使装药床局部密实,被密实的火药床使点火气流更难以通过,这样点火气流与药床的相互作用导致了小颗粒装药床弹道循环初期药室内药粒分布极不均匀,对底部点火条件讲,药床密实于弹底,这样的药床一旦点燃,弹底压力很快高于膛底,形成大幅值的反向压力梯度。

针对以上射击现象的分析,考虑到膛内空间药床分布的极不均匀性,提出以下的物理模型,基本假设为:

(1) 不考虑底部点火气流对药床的压缩过程,假设底部点火气流作用后,使火药床密实于弹底,在药室内形成两个明显的区域,如图 7-16 所示,一是膛底部位只存在点火气流的区域,二是弹底高密度的火药床区域,以此作为数值计算的初始状态。

(2) 射击过程中膛内自始至终存在两个明显的区域,分别称为纯气相区和火药燃烧区,两区的交界面为接触面。

(3) 密实后的小颗粒装药床具有很好的均匀性,火药燃烧区运用内弹道均相流数学物理模型。

(4) 点火气流纯气相区假设为等熵流动,且服从理想气体状态方程,能量方程用等熵关系式代替。

(5) 实验表明,密实于弹底的火药床接近达到药粒不破碎的极限装填密度。设药床极限空隙率为 φ_L ,以某个堆积空隙率 $\varphi_0 \geq \varphi_L$ 来计算弹底部位火药区的密度 ρ_{p0} ,作为初始条件。



图 7-16 膛内底火气流冲击后的火药床

7.7.2 数学模型

一、基本方程

在火药燃烧区用均相流内弹道气动力方程组,在纯气相区用一维等熵流气动力方程组,这与第四章空包弹发射枪榴弹气动力研究模型是一致的,只是两个区位置不同。

二、定解条件

1. 初始条件的确定

设 φ_0 为弹底密实床的空隙率,由 $\varphi_0 = 1 - \rho_{p0}/\hat{\rho}_p$ 得火药燃烧区(称为二区)的密度为

$$\rho_{02} = \rho_{p0} = (1 - \varphi_0)\hat{\rho}_p$$

设药室总长度为 L_0 ,纯气相区(也称一区)长度为 L_1 ,火药燃烧区长度为 L_2 ,则

$$L_2 = \omega/\rho_{02}/S_0$$

$$L_1 = L_0 - L_2$$

式中 S_0 是膛内装药部位横断面积。纯气相区起始状态认为是气体全部充满药室的状态,设 V_0 为药室容积,则点火气流充满的容积为

$$V_1 = V_0 - \omega/\hat{\rho}_p$$

利用密闭爆发器公式确定该区的压力、密度等,设底火药量为 ω_s ,火药力为 f_s ,余容为 α_s ,则该

区

$$\rho_{01} = \omega_s/V_1$$

$$p_{01} = f_s \rho_{01}/(1 - \alpha_s \rho_{01})$$

对于火药燃烧区,同样可指定某个初始压力 p_{02} ,进行初始值计算。注意这里 p_{02} 不是弹丸挤进压力,比弹丸挤进压力小得多

2. 边界条件的确定

左边界为膛底不动边界。

右边界分两种情况,设 p_0 为弹丸挤进压力,则 $p(L, t) < p_0$ 是弹底不动边界; $p(L, t) \geq p_0$ 为弹底运动边界,边界条件是弹丸运动方程和运动速度方程。这里 L 为弹底坐标。

接触面边界是运动的不同介质的匹配边界,条件为速度、位置和压力相等。

7.7.3 计算方法

第四章在进行空包弹发射枪榴弹内弹道气动力计算时,推导了接触面点速度计算公式,但计算公式的精度是一阶的,而内点格式基本具有二阶精度。为了改进计算,以下推导接触面点

具有接近二阶精度的速度计算公式。方法是在接触面两侧分别建立起速度计算公式,再利用接触面两侧速度相等、压力相等的条件。

至于参数的定义位置、差分方程及差分格式与第四章空包弹问题计算是一致的。

在拉格朗日坐标下,接触面位于差分网络点上,设格点标号为 J_1 ,则在接触面左侧纯气相区

$$\left(\frac{\partial p}{\partial a}\right)_{J_1} = \frac{p_{J_1-\frac{1}{2}}^* - p_{J_1-\frac{3}{2}}^*}{\Delta a_1}$$

$$\left(\frac{\partial p}{\partial a}\right)_{J_1-\frac{1}{4}} = \frac{p_{J_1}^* - p_{J_1-\frac{1}{2}}^*}{\frac{1}{2}\Delta a_1}$$

外插得

$$\left(\frac{\partial p}{\partial a}\right)_{J_1} = \frac{4}{3} \frac{p_{J_1}^* - p_{J_1-\frac{1}{2}}^*}{\frac{1}{2}\Delta a_1} - \frac{1}{3} \frac{p_{J_1-\frac{1}{2}}^* - p_{J_1-\frac{3}{2}}^*}{\Delta a_1}$$

所以

$$\left(\frac{u_{J_1+\frac{1}{2}}^* - u_{J_1-\frac{1}{2}}^*}{\Delta t}\right)_- = -\frac{1}{\rho_{01}} \left\{ \frac{4}{3} \frac{p_{J_1}^* - p_{J_1-\frac{1}{2}}^*}{\frac{1}{2}\Delta a_1} - \frac{1}{3} \frac{p_{J_1-\frac{1}{2}}^* - p_{J_1-\frac{3}{2}}^*}{\Delta a_1} \right\} \frac{A_{J_1}^*}{(A_0)_{J_1}}$$

同理在接触面右侧火药燃烧区有

$$\left(\frac{u_{J_1+\frac{1}{2}}^* - u_{J_1-\frac{1}{2}}^*}{\Delta t}\right)_+ = -\frac{1}{\rho_{02}} \left\{ \frac{4}{3} \frac{p_{J_1+\frac{1}{2}}^* - p_{J_1}^*}{\frac{1}{2}\Delta a_2} - \frac{1}{3} \frac{p_{J_1+\frac{3}{2}}^* - p_{J_1+\frac{1}{2}}^*}{\Delta a_1} \right\} \frac{A_{J_1}^*}{(A_0)_{J_1}}$$

式 $\Delta a_1, \Delta a_2$ 分别为两个区的拉格朗日坐标离散步长。消去 $p_{J_1}^* = p_{J_1+}^* = p_{J_1-}^*$, 利用

$$\frac{u_{J_1+\frac{1}{2}}^* - u_{J_1-\frac{1}{2}}^*}{\Delta t} = \left(\frac{u_{J_1+\frac{1}{2}}^* - u_{J_1-\frac{1}{2}}^*}{\Delta t}\right)_+ = \left(\frac{u_{J_1+\frac{1}{2}}^* - u_{J_1-\frac{1}{2}}^*}{\Delta t}\right)_-$$

得

$$\frac{u_{J_1+\frac{1}{2}}^* - u_{J_1-\frac{1}{2}}^*}{\Delta t} = -\frac{3(p_{J_1+\frac{1}{2}}^* - p_{J_1-\frac{1}{2}}^*) - \frac{1}{3}(p_{J_1+\frac{3}{2}}^* - p_{J_1-\frac{3}{2}}^*)}{\rho_{01}\Delta a_1 + \rho_{02}\Delta a_2} \frac{A_{J_1}^*}{(A_0)_{J_1}}$$

该式基本具有二阶精度。如果是两种相同的流体,也就是不存在事实上的接触面,用这个公式可以计算不等距网络的连接点。

7.7.4 计算结果

我们用建立的数学物理模型及计算方法,对海 30mm 口径火炮使用小颗粒 6/7 装药情况下的压力波进行数值模拟。火炮结构诸元主要有:药室容积 $V_0 = 2.2 \times 10^{-4} \text{m}^3$, 药室长度 $l_0 = 0.158 \text{m}$, 弹丸行程 $l_s = 1.918 \text{m}$, 装药量为 190g, 使用 2[#] 电底火。

实验证明海 30mm 火炮使用 6/7 装药,膛内出现大振幅的振荡型压力波。图 7-17 是计算的压力波曲线,计算结果得到了压力波峰、谷交替的特征。图 7-18 是一发实验的压力波曲线,可以看出两者不仅有定性的一致性(相同的曲线型态,振荡衰减型),而且在定量上也较一致。

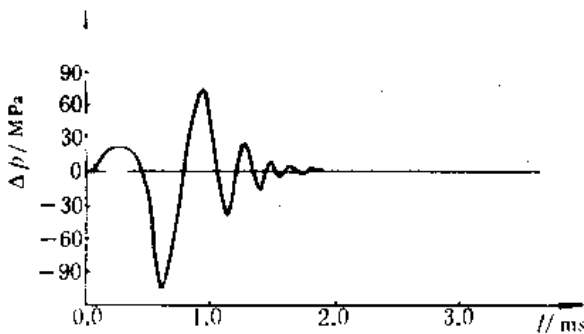


图 7-17 计算的压力波曲线(6/7 装药 30mm 火炮)

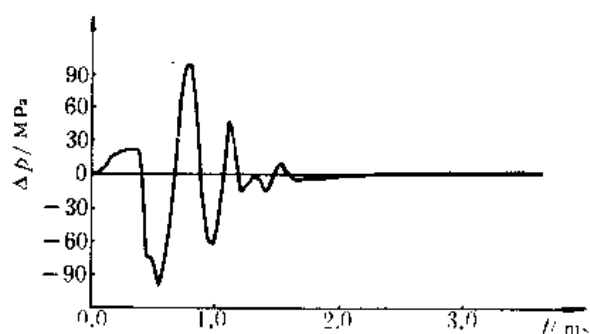


图 7-18 实验的压力波曲线(6/7 装药 30mm 火炮)

参 考 文 献

- [1] Gough P S. Modeling of Two-phase Flow in Guns. Interior Ballistics of Guns. AIAA, 1979.
- [2] Gough P S. The Predictive Capacity of Models of Interior Ballistics. Proceedings of the 12th JANNAF Combustion Meeting, 1975.
- [3] Gough P S. A Two-Dimensional Model of the Interior Ballistics of Bagged Artillery Charges. ADA100751, 1981.
- [4] Compolatlano A A and Laib G R. Transition from Conductive to Convective Heat Transfer in Fluid-filled Porous Materials. ADA125472, July 1981.
- [5] Nelson C W. Comparison of Predictions of Three Two-phase Flow Codes. ADA037348, Feb. 1977.
- [6] Kooker D E. Numerical Predictions for Ignition of a Confined Reactive Case. ADA051092, 1978.
- [7] 金志明. 内弹道气动力数学物理模型及计算方法. 华东工学院学报, 1981(1).
- [8] 金志明, 袁亚雄. 内弹道两相流数学物理模型及计算. 兵工学报(武器分册), 1982(3).
- [9] 周丽娟, 梁世超, 金志明. 装药条件对膛内压力波影响的数值模拟. 兵工学报(武器分册), 1989(4).
- [10] 宋明, 金志明. 小颗粒高密实装药床中压力波的数值模拟. 弹道学报, 1989(创刊号).
- [11] 王升晨, 周彦煌. 中心点火管装药结构两相流内弹道模型及计算. 兵工学报, 1987(4).
- [12] 周彦煌等. 炮用点火管装药床点火理论模型及计算. 火炮研究, 1980.
- [13] 金志明, 袁亚雄. 内弹道气动力原理. 北京: 国防工业出版社, 1983.
- [14] Roache P J. Computational Fluid Dynamics. Hermosa Publishers, 1976.
- [15] 朱家骥. 计算流体力学. 北京: 科学出版社, 1985.
- [16] 吴江航, 韩庆书. 计算流体力学的理论、方法与应用. 北京: 科学出版社, 1988.
- [17] 马铁孔. 计算流体动力学. 北京航空学院出版社, 1986.
- [18] 北京大学数学系(爆炸波计算组). 拟线性方程的几种差分方法. 计算机应用与 应用数学, 1974.
- [19] 宋明. 膛内压力波的理论及实验研究. [博士论文]. 南京: 华东工学院, 1988.
- [20] Krier H and Summerfield M. Interior Ballistics of Guns. New York University, New York, 1979.
- [21] 西北工业大学等三院校. 气体动力学基础. 北京: 国防工业出版社, 1980.
- [22] Shapiro A H. The Dynamics and Thermodynamics of Compressible Fluid Flow. The Ronald Press Company, 1954.
- [23] Collins R E. Flow of Fluids through Porous Material. The Petroleum Publishing Company. TULSA, 1976.
- [24] Bear J. Dynamics of Fluids in Porous Media. American Elsevier Publishing Company, 1972.
- [25] Pai S I. Two-phase Flows. Vieweg, 1977.
- [26] 宋明, 金志明. 火炮膛内压力波的数值模拟. 兵工学报, 1992(1).
- [27] 宋明. 内弹道循环起始阶段多孔介质模型. 兵工学报, 1992(2).

第八章 火炮火药的点火理论

§ 8.1 点火问题概述

8.1.1 点火现象及其分析

装药和内弹道设计的实践证明,要得到一个良好而稳定的弹道性能,首先必须有一个良好而稳定的点火条件,因此研究点火过程及其机理已成为内弹道学的一个重要组成部分。特别是目前高膛压火炮异常压力现象的出现,迫使人们不断寻求新型的点火方式,设计新型的点火结构。

就火炮兵器来说,整个射击过程从击发开始,在电能或机械能作用下,药筒底部的底火中点火剂首先被引发,燃烧气体冲出火帽使辅助的点火药(通常是黑火药或多孔硝化棉)燃烧,辅助点火药燃烧生成的高温高压气体和炽热的固体微粒以一定的速度进入火药床,通过对流和辐射传热的方式加热发射药。当发射药的表面温度达到它的着火温度时,一部分接近点火源的药粒开始燃烧,然后火药气体和点火药气体混合在一起逐次而又迅速地引燃整个火药床,这就是点火过程。除了轻武器和口径很小的火炮,装药量较少,能直接用底火点燃装药外,一般都有专门的点火具,点火具被底火引燃后再去点燃主装药。常见的点火具有两种结构,一是点火药包,一是传火管。前者置于底火周围,或同时分散于装药的中部和上部,被底火点燃后迅速分散,弥散到装药的间隙,使之着火燃烧。这种结构燃烧压力低,热量散失快,点火效果常常不理想,为了提高点火效果发展了传火管点火具,点火管放在金属制成的或可燃材料制成的长管中(称之为金属点火管或可燃点火管)被底火引燃后,先在密闭或半密闭空间中燃烧,达到一定的压力后才冲破内衬经过传火孔或炸裂传火管喷射到药床中去,这种结构传火速度快、强度大,常能提高弹道一致性。对于大口径的火炮,有时还需在传火管外添加点火药包,形成混合结构,近几年为了寻求与高膛压火炮匹配的点火结构,以抑制反常的压力现象和危险压力波,人们还采用了中心烟火传火与点火管、点火药包等多种元件复合的复杂结构。

在早期的火炮兵器设计中,一般是膛压和初速度都比较低,因此装填密度也小,谈不上考虑预防压力反常现象和抑制压力波等问题,所以装药系统对点火条件的要求非常简单,常规的点火系统能满足弹道性能的要求。图8-1是采用底部点火,装有中间药束改善传火性能的常规典型结构。在经典火炮内弹道理论的假设中,认为在充分点火之前,静止的火药床颗粒均匀地分散在药室内,一旦点火,全部药

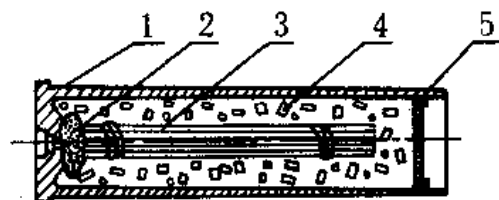


图 8-1 底部点火系统

1—药筒；2—点火药；3—传火管；
4—发射药；5—紧塞具

粒均被点燃,而忽略火药着火,火焰传播过程,这种设想就是所谓的瞬时点火模型。显然,这种模型只能提供点火药全部燃烧完而发射药尚未点燃这一理想的瞬时点火压力 p_v ,即

$$p_v = \frac{f_B \omega_B}{V_0 - \frac{\omega_B}{\rho_f} - \alpha_B \omega_B} \quad (8-1)$$

式中 f_B , ω_B 及 α_B 分别代表点火药的火药力、装药量及余容, ρ_f 为固体火药密度。

这种瞬时点火模型虽然过于理想化,然而也是有一定根据的。因为火焰传播所需时间极短,一般只有几个毫秒,甚至更小。在这么短促的时间内火焰阵面可以加速到极高的速度。以大口径火炮药室中的火焰阵面传播情况为例,典型的压力波和火焰阵面传播速率约为 300m/s,这个速度远远大于点火阶段的发射药法向燃烧速度,因此在经典内弹道中,把点火阶段简化为瞬时点燃全面着火的模型。

近几年来由于火炮武器性能的不断提高,某些火炮的初速达 1500~1800m/s,膛压达 500~800MPa,出现大药室容积和高装填密度的装药结构及多种元件复合的新型点火结构。在这种条件下,瞬时点燃、全面着火的假设已远离真实的点火过程。即使象简单的金属点火管内黑火药的点火过程,通过高速摄影试验证明,点火管的破孔顺序是从底火部分逐次向上移动的,也不存在同时破孔的现象,如图 8-2 所示。

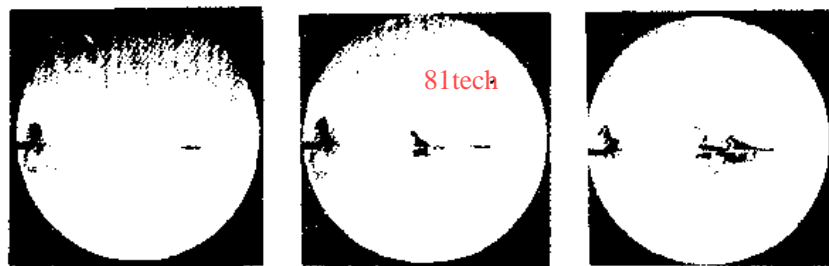


图 8-2 点火管高速摄影照片

由此可见,实际点火过程存在一个火焰阵面和压力波阵面的传播过程,在这个过程中,火药床不仅发生激烈的化学反应,而且伴随着质量、动量和能量的输运现象以及火药床运动和挤压的过程。下面以底部点火为例,来分析一下整个点火过程所发生的现象。当底火引燃点火药后,点火药燃烧产生高温高压的火药气体和炽热的固体颗粒,在火药床中,形成一个压力梯度,这个压力梯度促使点火药气体在火药床中高速渗透,并以对流辐射的形式加热周围的药粒,当药粒表面温度达到着火温度时,这些药粒就被点燃。被点燃的药粒所产生的气体和点火药气体混合在一起继续往未点燃的药粒间渗透,并由于火药床对气体流动产生的阻力,使压力梯度变得更大。如果火药床比较疏松(即空隙率较大),对气体产生的阻力就小,气体可以比较容易穿过药粒间隙,压力梯度就比较小。若火药床比较密实,对气体的阻力就大,气体的渗透受到阻碍,压力梯度就会很快的增大,并推动整个火药床以很高的速度向弹底方向运动,火药床受到强烈的挤压而密实于弹底。

我们曾经在 30mm 火炮上,获得了用小颗粒模拟装药在底部点火的条件下火药床局部密实的照片如图 7-16 所示。照片直观地显示了药床在弹底的密实情况,密实后的药床使膛内明显呈现两个区域:火药气体区和火药颗粒区。火药颗粒区透气性更差,进一步加大了压力梯

度,如果这个压力梯度不为弹丸运动所减弱的话,将以压力波的形式在药室中来回振荡,形成异常的压力增加,在压力波阵面传播的同时,火药床也逐层地被点燃,这就形成火焰阵面的传播。

实践证明,在小颗粒药的火药床中,压力波阵面和火焰波阵面近于重合,气体通过这种火药床所受的阻力较大;而在大颗粒药的火药床中,压力波阵面超前于火焰波阵面。在实验中还观察到接近弹底的药粒运动速度可高达 $200\sim 300\text{m/s}$ 。

正如前面所述,理想的点火过程中,在膛内存在一个火焰波阵面和压力波阵面,因为点火气流渗透到的区域中火药颗粒并不能立即着火,而是要经过一定时期的能量积累,所以火焰波阵面总是滞后于压力波阵面。由于点火药量一般都比较小,而装药本身一旦点燃会产生大量的高压气体。实际膛内点火气体在火药床内渗透过程是极其复杂的,弹丸运动前,初始药床在膛内形成一个多孔介质,点火气体在药床内的渗透可看作多孔介质中一种气体(火药气体)对另一种气体(空气)的驱替流动。由于点火气体速度很高,是不稳定的湍流运动,渗透前沿不可能保持为一个平面,从而形成所谓的“指形流动”(也称“粘指流动”)现象,渗透前沿呈手指形的不规则状态,如图 8-3 所示。由于火药是否着火,取决于点火气流加热作用的时间,从而火焰波阵面也不可能是一个平面,沿膛内截面亦呈不规则的分布。所以认为点火过程中装药床内存在火焰波阵面和压力波阵面是一种理想化的假设。

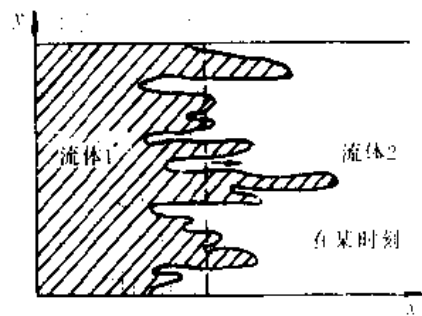


图 8-3 多孔介质中粘指流动现象

综述以上的分析可以看出,点火过程是极其复杂的物理化学变化过程,它不仅影响到弹道性能的稳定性,从而影响武器的射击精度,而且由于点火的原因可能产生很强的压力波,对身管、弹丸和引信的设计带来不利的影响,甚至产生灾难性的事故。所以深入研究点火传火机理,设计性能良好的点火系统,已成为内弹道学的重要课题。

8.1.2 点火系统的基本性能

为了改善点火条件,以达到均匀一致的点火,目前广泛采用中心点火管方式,如图 8-4 所示,图中 L_d 表示点火管长度, h_1 是点火管第一排孔的高度。这种点火系统与底部点火不同,它可以使点火药气体沿轴向均匀地向四周渗透,这样不仅改善了点火的一致性,而且也削弱了膛

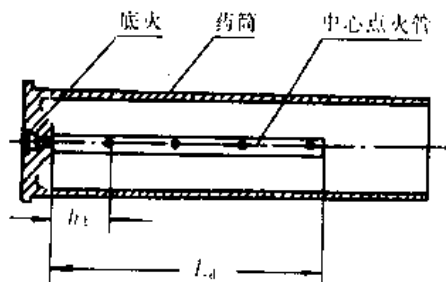


图 8-4 中心点火管结构

的点火。

内压力波。为了达到满意的弹道性能指标,要求点火系统应具有以下的弹道性能。

(1) 点火系统必须具有足够的能量流率,即要求底火被击发后,在单位时间内产生一定数量的高温气体和炽热的固体颗粒,并能迅速地输送到火药表面,使点火系统和发射药之间进行充分的能量交换,以保证火药迅速地全面点燃,不产生迟发火和瞎火的现象,特别在恶劣的气候条件下,也能实施正常的

(2) 为了尽可能的减少压力波的形成和火药对弹丸所产生的冲击载荷,点火系统所产生

的燃气流应该沿着火药床的轴线方向均匀分布,使高温燃气从轴心向火药床四周渗透,尽量抑制点火气流使火药床颗粒局部堆积的现象,形成一个均匀的点火条件和起始燃烧条件。

(3) 点火系统对装药的点火作用必须有良好的再现性,以减少各发弹药射击的差异,保持弹道性能的稳定。

(4) 要求点火系统在很短的时间内,点火药气体和火药床最初燃烧的产物能使药室压力迅速增加到足够程度,促使火药颗粒很快达到燃烧状态,以便保持良好的燃烧特性。但点火又不能过于猛烈,就底部点火结构而言,底火药量有一个限制的选择,否则会产生火药床密集于弹底的现象,严重时药粒破碎,使火药由燃烧转变为爆轰,产生灾难性事故。就中心点火管结构而言,点火管排气孔打开压力不能过高,否则会产生类似的不利现象。

8.1.3 影响点火过程的因素

为了掌握点火过程中的各种规律,设计出性能良好的点火系统。以中心点火管点火结构为例,分析影响点火过程的各种因素。这些因素大致可以分为来自点火系统和装药结构以及两者的匹配等几方面。点火过程中,这些因素不是孤立的,而是互相影响、互相制约的。

一、点火系统的影响因素

1. 点火管的几何因素

这些因素包括点火管的内径 D_i , 长度 L_i , 传火孔径 d 及其传火孔的分布规律等。一般情况下,如果火药床长度为 L , 则点火管长度为 $L_i = (0.6 \sim 0.9)L$ 。点火管的细长比 $\Lambda_i = D_i/L_i$ 在点火管设计时要取得适当,它是影响点火性能的重要因素之一。因为 Λ_i 过小,点火管内气体流动的阻力就大,妨碍了管内火焰的传播,点火药本身也不容易同时点燃,同时点火管内底部的压力也比较高,即点火管内的压力波动比较大,或许会诱发主装药床大幅值的压力波。从一些国外的点火管结构资料来看,细长比约在 $1/25 \sim 1/45$ 。对于粒状火药床,点火管的传火孔一般采用四排孔交错分布。对于带状火药床,传火孔分布在点火管两端较为有利,根据国外的资料及我们目前的研究结果,点火管传火孔集中在点火管前端有可能降低大幅值的压力波,把传火孔集中在药室前端,目的是在膛内形成弹底、膛底对称的点火结构。传火孔径 d 通常取 $2 \sim 6\text{mm}$, 点火药粒较小时, d 取小值;点火药粒较大时, d 取大值。传火孔径小,点火火焰短;传火孔径大,药粒容易喷出点火管。传火孔的总面积是影响管压的另一个重要因素。对于装填密度较大的火药床,难以点火,这时管压可取得大一些,因此不改变内衬结构,传火孔总面积可取得小一些。根据有关金属点火管资料统计表明,单位点火药质量的传火孔总面积约在 $11 \sim 21\text{mm}^2/\text{g}$ 的范围内变化。

点火管的第一排传火孔的高度 h_1 (如图 8-4 所示) 对点火传火性能有着显著的影响。高度 h_1 是控制管内压力变化规律的重要因素,如 h_1 较小,则第一排传火孔在点火过程中破孔时间就来得早,使管内压力上升减慢;反之,当 h_1 增大时,破孔时间就要延迟,管内压力上升就要加快。实验证明,在其它条件相同的情况下,随着 h_1 的增大,管压也相应提高。

2. 点火药的理化因素

点火药的理化因素是指点火药的组分和粒度,燃烧反应热,燃烧温度及燃烧速度等。其中燃烧反应热,燃烧温度主要决定于点火药的组分,常用的点火药有黑火药,多孔性硝化棉以及硝化棉与黑火药的混合药即奔那药条。硝化棉的燃烧反应热比黑火药大,但黑火药在燃烧过程中除产生高温高压的气体以外,还产生大量的灼热的微小固体粒子,这对点火带来一定的优越

性。目前一般采用黑火药作为点火药。点火药的粒度对火焰传播和点火持续时间都有很大的影响。点火药的粒度大,药粒之间的空隙增加,有利于火焰的传播,从而达到均匀一致的点火条件。点火过程除了要求一定的点火能量之外,还要求能量释放有一定的持续时间,即能量释放应有一定的速率,否则会造成点火过猛或延迟点火。在其它条件相同的情况下,粒度越大,点火持续时间越长。如果粒度过小,会造成瞬时作用的过猛点火现象,这样会造成膛内的局部压力上升,产生大幅值压力波。

就讨论点火的理化因素,应提到目前常用的可燃点火管。可燃点火管随着管内点火药燃烧和燃气释放的过程燃烧,其燃气作为点火能源的一部分点燃主装药。可燃点火管主要成分是硝化棉,其燃烧特性(燃烧方式,燃烧速度)和能量特性(燃烧反应热,燃烧温度)等对膛内的点火过程有强烈影响。由于可燃点火管本身静态密闭爆发器的燃烧都很复杂,可燃点火管对膛内点火燃烧的影响的规律还远远没有认识清楚,是目前一个新的研究课题。

二、火药床对点火的影响

点火系统和火药床之间的相互作用很复杂,影响因素也很多。这些因素大致可归纳为两个方面:火药的理化性能和火药床的结构。火药的理化性能包括组分、反应热、燃烧温度、分解温度、燃速、火药的燃烧表面、粒度及药粒的热传导性能等。火药的组分不同,热传导性能也不一样,因而火药被点燃的难易程度不同。导热性能好的,火药表面可以很快达到点火温度,这种火药容易被点燃;反之导热性能差的,就不容易被点燃。火药被点燃后,它生成的气体又和点火药气体混合,再逐次点燃其它药粒。所以火药的反应热、反应温度及燃速对持续点火有一定的影响。火药起始总燃烧表面积对点火过程也有明显的影响。实验证明:起始总燃烧表面积大的装药结构在点火阶段容易产生压力波。目前广泛地采用 19 孔的大颗粒火药,这不仅可以减小起始燃烧表面积,而且又增大火药床的透气性,给点火药气体在火药床中的流动造成一个通畅的途径,有利于火焰的传播和点火的一致性。

关于火药床的结构,包括火药床的孔隙率(或装填密度),药室的长径比,药室的自由空间,有无药包布等因素,对点火过程的影响已在第六章讨论过了,这里不再重复。

对于较复杂的点火结构,如带有底部点火药包和中心点火管内黑火药在蛇形药袋内,影响因素比较复杂,这里不再赘述。

§ 8.2 点火模型及判据

8.2.1 点火时发生的物理化学变化

火药的点火过程是指火药整体或某一局部获得了足够的能量,温度升高,反应速度从不可察觉的程度迅速提高到剧烈和发光程度的化学变化。火药点火中发生的物理化学变化如图 8-5 所示。一般由于热的、化学的或机械的激发将能量传递给固体火药,经过感应加热期而发生分解,大多数活性变化都发生在表面附近。根据火药组分的不同,表面可能形成熔化层,由于热传导、热幅射深度吸收,凝聚相的光化学分解,亚表面化学反应和热分解,使熔化层气化或固相升华。表面的燃料和氧化剂扩散进入周围环境,而周围的气体则向着表面扩散,在不同区域、不同组分之间同时发生种种化学反应。气相反应可以在放出的燃料气体和周围的氧化性气体

之间,也可以在燃料和火药表面放出的各种氧化性气体之间进行。气相和凝聚相可在表面产生异相反应,接着是氧表面反应。上述反应有些是吸热的,有些是放热的,化学反应放出的热量超过散失的热量,凝聚相和气相的温度就进一步提高,最后化学反应和热量释放的速率终于失去控制而着火。着火后燃烧能否稳定地进行下去,则依赖于它的工作条件,如果撤去外界能源后就熄灭,点火过程就是不完全的。从外部能量对火药作用到着火开始称为点火延迟期,它通常包含惰性加热期、混合期和反应期。但是点火时间不是各个时期时间的简单代数和,混合过程和化学反应过程并没有明确的界限,根据外界条件和火药组分不同,点火延迟期的主要部分可以是这三个特征时期的任何一个,有时甚至没有混合过程,即混合过程时间近于零。点火延迟期是点火研究中最重要参数之一。

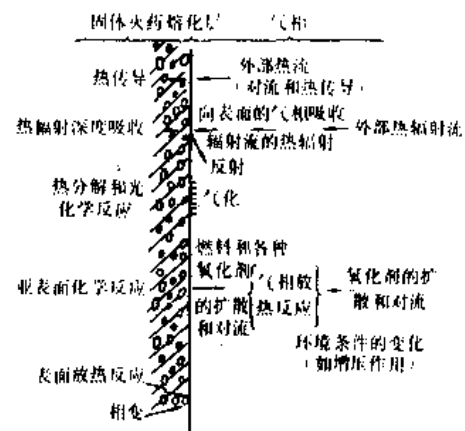


图 8-5 固相火药点火过程中物理化学变化

8.2.2 点火判据

点火过程有一个确定的起点,即外界能量激励开始,而没有一个确定的终点,所以判定火药何时点火就成了一个很困难的问题。点火判据是判定火药自维持点火发生的临界条件,点火判据的选择会直接影响到计算与实验观察得到的点火时间,从而影响得到的结论。点火判据的选择是点火研究的一个重要课题,目前的研究状况离得到统一的点火判据还差得很远。

在宏观分析时,根据不同的理论分析与模型计算以及不同的实验观察手段,所选用的点火判据多种多样,大致可分为以下几类。

(1) 以固相本身出现某种变化达到一定的程度为点火判据。例如:固相表面温度 $T_s > T_{s,cr}$, 表面温度陡升即 $dT_s/dt > \text{某一常数}$, 表面温度出现拐点 $d^2T_s/dt^2 = 0$ 等。

(2) 以气相出现某种变化达到一定的程度为点火判据。如:气相从正常反应到出现火焰,气相区化学反应速度大于某值等。

(3) 以气相区出现某种变化和固相区出现某种变化达到平衡为点火判据。如:以气相反应放出的总热量同固相由于热传导所吸收的热量相平衡作为判据,以点火压力下气相所耗用的能量值接近于固体稳定燃烧时加热层所含的能量值为判据等。

(4) 其它点火判据。如以点火延迟期作为点火判据等。

所有这些点火判据,至今还没有人们可以普遍接受的,主要是因为点火不仅依赖于外界能量的给予方式,而且还依赖于火药本身的性能、环境条件(如气体温度、流速、压力及氧化剂浓度等),同时还受到所选用模型和实验手段的限制,即点火不可能是某一个量或少数几个量的函数,因而很难找到包含这许多影响因素的点火判据。

研究者一致认为,理想的点火判据应具有以下特征:①能使理论与理论之间、实验与实验之间、理论与实验之间具有可比性;②能较好地反映各参数对点火过程的影响;③在实验上便于确定。

8.2.3 点火理论模型

不同的研究者根据其本人的推测提出了不同的点火模型。综观起来,根据点火发生的主要物理化学过程不同可分为三类:气相点火理论,固相点火理论及异相点火理论。某些研究者为了统一三者点火理论,又提出了所谓的统一点火理论。每一理论都有对应的物理数学模型,区别在于所考虑的控制方程、假设条件、点火判据和火药类型不同。

一、固相点火理论

早在1950年费莱兹(Frazer)和海克斯(Hicks)就提出了固相点火理论,基本点是认为周围环境的外部热通量和固相内部的亚表面化学反应所释放的热量,或两者之一释放的热量促成了固相表层温度的提高。固相点火理论只考虑固相内部的热传导与放热反应。点火延迟只与外界热流及火药导热性能有关,而与气相压力、氧化剂浓度无关。该理论忽略了固相表面反应层的真实物理过程,即忽略了表层产生的熔化、发泡等化学物理变化。所以固相点火理论又称为热点火理论。

1971年麦扎努夫(Merzhanov)和安乌松(Averson)给出了如下的控制方程及定解条件。固态能量方程

$$\rho_s c_s \frac{\partial T(t, x)}{\partial t} = k_s \frac{\partial^2 T(t, x)}{\partial x^2} + \dot{q}''' \quad (8-2)$$

其中

$$\dot{q}''' = ZQ \exp\left(-\frac{E}{RT}\right) \quad (8-3)$$

边界条件一般以两种形式给出。表面温度恒定

$$T(t, 0) = \text{const}$$

或表面热流恒定

$$-k_s \frac{\partial T(t, 0)}{\partial x} = q_0 = \text{const}$$

无穷远处条件

$$\frac{\partial T(t, \infty)}{\partial x} = 0$$

初始条件

$$T(0, x) = T_0$$

式中 ρ_s 、 c_s 、 k_s 分别为固相密度、热容量和导热系数, Q 为单位质量的反应热, Z 为指数前因子, E 为活化能, R 为气体常数。

固相点火模型采用的点火判据主要有固相表面温度 $T_s > T_{s,ig}$, 或固相表面温度变化率 dT_s/dt 大于某一常数等。

在低热流、气体氧化剂浓度较高的条件下, 惰性加热时间要比混合时间、反应时间长得多, 这时的实验结果与固相点火模型计算符合较好。对均质火药(如单基药、双基药), 它们受热分解的产物中, 氧化剂与燃料是预混的, 如果这时气相区温度较高, 则点火主要取决于惰性加热过程, 适用于用固相点火模型描述。

二、气相点火理论

气相点火理论最早由马克阿莱韦(McAlevey)于1960年提出。该理论认为, 热的氧化性环境

气体引起燃料(或伴同氧化剂)的最初热分解,燃料气体扩散到环境中和各种氧化剂或周围氧化性气体发生化学反应,控制了点火过程,气相释放的热量又不断加强点火过程。气相点火理论通常由一组质量扩散和能量方程联立求解。

1970年海门斯(Hermance)和库玛(Kumar)给出了如下的数学物理模型:

固相能量方程

$$\rho_s c_s \frac{\partial T_s(t, x)}{\partial t} + \rho_s c_s v_s \frac{\partial T_s(t, x)}{\partial x} = k_s \frac{\partial^2 T_s(t, x)}{\partial x^2} \quad (8-4)$$

气相能量方程

$$\rho_g c_g \frac{\partial T_g(t, x)}{\partial t} + \rho_g c_g v_g \frac{\partial T_g(t, x)}{\partial x} = k_g \frac{\partial^2 T_g(t, x)}{\partial x^2} + \dot{q}'' \quad (8-5)$$

组分方程

$$\rho_j \frac{\partial Y_j}{\partial t} + \rho_j v_j \frac{\partial Y_j}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} (\rho_j D \frac{\partial Y_j}{\partial x}) + \dot{W}''_j \quad (8-6)$$

式中 ρ, c, k 分别为密度、比热、热传导系数, v 为速度, 视下标 s, g 分别对应固相和气相, D 为扩散系数, \dot{q}'' 和 \dot{W}''_j 是反应热和 j 组分的质量源项。

气相点火模型采用的判据主要有气相区点火温度 $T_{i, g}$, 气相区温度变化速率大于某一常数, 气相化学反应速度大于某一常数等。

在高热流情况下, 固相惰性加热时间较短, 混合反应时间较长(复合推进剂的气体产物混合时间较显著), 这时的实验结果与气相点火模型计算结果较好, 气相点火模型较真实地反应了实际点火过程。在热流大、气体流速低的条件下, 火焰最早出现在火药表面或前滞止区, 随着气流流速的加大, 火焰最早出现的位置可能会向火药下游漂移, 有时火焰出现在远离火药表面的尾迹流区。

三、异相点火理论

异相点火理论最早由安德松(Anderson)在1963年提出。这种理论认为, 反应的主要机理是固相燃烧与气相氧化剂在两相界面上的反应。这种理论能较好地解释自然点火现象。所谓自然点火是指在室温下, 含有一定氧化剂的气体就能使火药在其界面上发生剧烈的化学反应, 即自燃, 故这种理论也称自燃着火理论。

1966年威廉斯(Williams)给出如下形式的数学模型。

固相能量方程

$$\frac{\partial T_s(t, x)}{\partial t} = a_s \frac{\partial^2 T_s(t, x)}{\partial x^2} \quad (8-7)$$

气相能量方程

$$\frac{\partial T_g(t, x)}{\partial t} = a_g \frac{\partial^2 T_g(t, x)}{\partial x^2} \quad (8-8)$$

氧化剂组分方程

$$\rho_g \frac{\partial Y}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} (\rho_g D \frac{\partial Y}{\partial x}) \quad (8-9)$$

界面能量平衡方程

$$k_s \frac{\partial T_s}{\partial x} \Big|_{x=0^-} = k_g \frac{\partial T_g}{\partial x} \Big|_{x=0^+} + \dot{q}'' + \dot{q}''_r \quad (8-10)$$

式中 $a = k/\rho c$ 称为导温系数, 视下标 s, g 分别对应于气相和固相, \dot{q}'' 为反应热, \dot{q}''_r 为辐射热。

异相点火模型采用的点火判据主要有固相表面点火温度 $T_{s,q}$, 表面温度变化率 dT_s/dt 大于某值, 固相表面分解速度大于某值等。

四、统一的点火理论

火药的实际点火过程要比各种模型所假设的理想条件复杂, 人们希望有一种普遍适用的理论能同时考虑固相、气相和界面异相反应, 并有一个统一的足够灵活的点火判据, 只是随着具体条件的不同可作出某种简化处理。

图 8-6 是布拉德雷(Bradley)于 1974 年提出的一个统一点火理论模型, 它假设了一个一维系统, 在气相较远处($x > 0$)的点火源通过交界面($x = 0$)向固相火药($x < 0$)传热, 传热方式包括传导、对流和辐射三种形式。固相反应发生在燃料和氧化剂之间并发生火药的固相热分解, 该分解提供了表面反应和气相反应所需要的燃料和氧化剂, 在界面上则发生两相反应, 气相反应发生在热解放出的燃料和氧化剂之间或热解放出的燃料和原来气相中存在的氧化剂

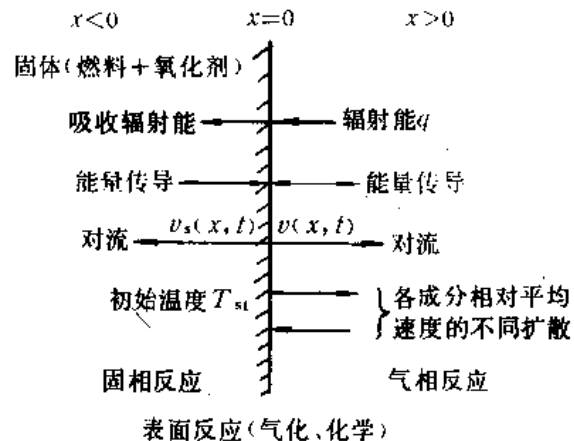


图 8-6 布拉德雷统一点火理论模型示意图

之间, 反应物和产物都发生扩散过程。根据这些设想, 布拉德雷考虑了气相和固相微元体中的能量守恒方程和组元守恒方程, 界面上的能量守恒和组分守恒方程, 总的能量和质量输运(扩散)方程和气相、固相、界面上燃料和氧化剂之间的氧化还原质量作用定律, 在作了一系列的变换和简化后, 通过计算机数值解求得了点火延迟期。但是布拉德雷只对极简单情况进行求解, 而且假设固体火药是均质的, 且该模型不能描述环境气体压力对传热点火过程的影响。

库拉林(Kurarin)等提出了不均相的复合火药统一点火模型, 考虑的是轴对称柱坐标的二维系统, 能量源项包括自身反应热效应, 传导、对流、辐射吸收的热量。控制方程对固相分别有氧化剂和燃料的能量守恒方程, 气相有能量守恒, 总的质量守恒和各组分守恒方程。还假设一系列的气相产物, 较仔细地考虑了它们之间的化学反应动力学过程。本模型还考虑了环境压力增长速率(dp/dt)的影响, 求解也是数值方法。

8.2.4 点火理论及模型比较

固相点火模型最简单, 求解方便, 比较真实地描述了电热丝点火和热固体颗粒点火的过程, 与低热流下各种火药的点火以及高热流下均质零氧平衡火药(如单、双基药)的点火实验符合较好。但由于固相点火理论没有考虑气相成分、扩散、反应等因素, 所以不能解释气相压力、气体成分及浓度对点火延迟的影响。

气相点火理论较真实地描述了大部分热气流点火、辐射点火过程, 能较好地解释气相氧化剂浓度、气体压力及流速对点火延迟的影响, 能较好地解释火焰最早出现在偏离火药表面区域的现象, 但气相点火模型及计算较复杂, 同时要求气相化学反应的信息较多, 在实际应用中, 只能对很复杂的化学反应作一些简化假设。

与固相点火理论、气相点火理论相比, 异相点火理论远不成熟, 有关异相点火理论的文献也较少。异相点火理论能解释在没有外热流作用下的自燃点火现象, 能较好地反映气相区氧化

剂浓度对点火延迟的影响。

三种点火理论的主要区别在于所假设的反应控制机理不同。在低热流下(小于 $0.42 \times 10^5 \text{ J}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$), 固相惰性加热时间较长, 固相加热与反应控制点火过程, 这时适合采用固相点火理论。在高热流下, 气相区的混合和反应时间较长, 适合采用气相点火模型。枪、炮火药大部分是均质火药, 它们受热分解的气体中燃料和氧化剂成分是预混的, 实际点火时, 火药周围气体温度较高, 当预混气体积蓄到一定浓度时就能反应, 所以均质火药的点火控制过程是固相加热分解过程, 适宜采用固相点火理论。而对复合推进剂, 氧化剂颗粒与燃料浇铸在一起, 受热分解时(一般氧化剂和燃料分解温度不一样), 气体需要一个混合过程才能反应。在高热流条件下, 固相加热时间较短, 气相区的混合时间较显著, 所以复合推进剂在高热流下应采用气相点火理论。

数学模型的区别在于, 化学反应释放能量的源项包含在哪个方程中。固相模型认为化学反应发生在固相, 反应源项包含在固相能量方程中; 气相模型认为化学反应发生在气相, 气相能量方程中包含化学反应源项; 异相点火模型则认为化学反应发生在气、固两项的界面上, 固相能量方程和气相能量方程中都不包含反应源项, 反应源项包含在气、固两相界面能量平衡方程中。

实际点火过程很复杂, 可能固相内部、气相区、气固相界面上同时发生着化学反应, 在进行理论分析时, 只能根据一定的热流条件, 外界气流速度及氧化剂浓度等因素, 假设主要的反应机理, 选择一定的理论模型, 而任何一种点火模型都不能描述在所有情况下的点火过程。布拉德雷提出的一维统一点火理论, 虽然不事先假设反应机理, 考虑的因素比较全面, 但问题十分复杂, 而且必须知道许多难以获得的热力学、反应动力学特征参数才能求解, 所以无法付诸应用。在某种特定的情况下简化求解, 实际又回到气相点火理论模型、固相点火理论模型或异相点火理论模型三者之一。所以点火过程和点火现象的研究, 更多要借助于实验手段。

§ 8.3 综合点火模型数值分析

8.3.1 物理模型

固体火药的点火过程是很复杂的物理化学过程, 点火机理的分析在上节已有详细论述。要建立描述点火的数学物理模型, 考虑所有的影响因素是不可能的, 也无必要。于是, 提出以下的基本假设, 即所谓的物理模型。

- (1) 固体火药为均质火药, 密度及导热系数为常数, 对于异质火药, 这些量用平均值。
- (2) 气相满足完全气体状态方程, 不考虑粘性, 热传导、扩散系数为常数。
- (3) 气、固相交界面为几何面, 固相、气相及气固界面处均有化学反应, 固相表面存在相变, 化学反应及相变过程用阿累尼乌斯(Arrhenius)定律描述。

- (4) 气相中的化学反应假设为燃料和氧化剂之间的简单反应, 反应式为



其中 n 为化学当量比。

(5) 气相密度和压力在气相薄层内均匀分布,只随时间而变化。

(6) 整个现象为二维轴对称的,如图 8-7 所示。

8.3.2 数学模型

数学模型包括控制方程和边界条件。

一、控制方程

控制方程包括在固相区和气相区。固相区有能量平衡方程,气相区包括连续方程、能量守恒方程和组分(燃料、氧化剂)守恒方程及状态方程,通过气、固相界面的热流平衡及物质连续条件把气、固相方程联系在一起。

固相能量方程

$$\rho_s c_s \frac{\partial T_s}{\partial t} = k_s \frac{\partial^2 T_s}{\partial x^2} + \frac{k_s}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_s}{\partial r} \right) + \dot{q}''', \quad (8-12)$$

其中 \dot{q}''' 为反应源项,由下式表达

$$\dot{q}''' = Q_{s0} Z_s \exp\left(-\frac{E_s}{RT_s}\right) \quad (8-13)$$

式中符号意义与上一节相同。

气相连续方程

$$\frac{\partial \rho_g}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_g v_x)}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho_g v_r) = 0 \quad (8-14)$$

气相能量方程

$$\begin{aligned} & \rho_g c_g \frac{\partial T_g}{\partial t} + \rho_g c_g v_x \frac{\partial T_g}{\partial x} + \rho_g c_g v_r \frac{\partial T_g}{\partial r} \\ &= k_g \frac{\partial^2 T_g}{\partial x^2} + \frac{k_g}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_g}{\partial r} \right) + \dot{q}''', \end{aligned} \quad (8-15)$$

其中

$$\dot{q}''' = \rho_g^2 Y_f Y_{ox} Q_{s0} Z_g \exp\left(-\frac{E_g}{RT_g}\right) \quad (8-16)$$

式中 Y_f 、 Y_{ox} 分别为燃料和氧化剂的相对浓度。

气相组分方程

对燃料

$$\begin{aligned} & \rho_g \frac{\partial Y_f}{\partial t} + \rho_g v_x \frac{\partial Y_f}{\partial x} + \rho_g v_r \frac{\partial Y_f}{\partial r} \\ &= \rho_g D \frac{\partial^2 Y_f}{\partial x^2} + \rho_g D \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial Y_f}{\partial r} \right) + W''', \end{aligned} \quad (8-17)$$

这里

$$W''' = -\rho_g^2 Y_f Y_{ox} Z_g \exp\left(-\frac{E_g}{RT_g}\right)$$

对氧化剂

$$\rho_g \frac{\partial Y_{ox}}{\partial t} + \rho_g v_x \frac{\partial Y_{ox}}{\partial x} + \rho_g v_r \frac{\partial Y_{ox}}{\partial r}$$

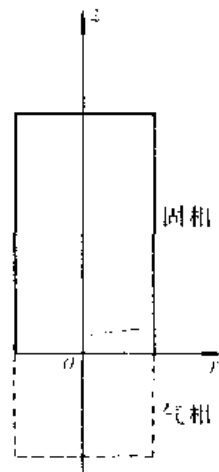


图 8-7 模型建立坐标示意图

$$= \rho_g D \frac{\partial^2 Y_{ox}}{\partial x^2} + \frac{\rho_g D}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial Y_{ox}}{\partial r} \right) + \dot{W}_{ox}'' \quad (8-18)$$

由化学反应当量关系

$$\dot{W}_{ox}'' = - \lambda \rho_g^2 Y_f Y_{ox} Z_g \exp \left(- \frac{E_g}{RT_g} \right) \quad (8-19)$$

气相状态方程

$$p_g = \rho_g R T_g \quad (8-20)$$

二、定解条件

1. 初始条件

固相 $0 \leq r \leq R_s, 0 \leq x \leq L_s$,

气相 $0 \leq r \leq R_g, 0 \leq x \leq L_g$,

$$T_s(0, r, x) = T_0, \quad T_g(0, r, x) = T_0$$

$$\rho_g(0, r, x) = \rho_0, \quad v_x(0, r, x) = 0$$

$$v_r(0, r, x) = v_{r0}, \quad p_g(0, r, x) = p_0$$

$$Y_f(0, r, x) = Y_{f0}, \quad Y_{ox}(0, r, x) = Y_{ox0}$$

2. 边界条件

固相 $x=0$

$$k_s \frac{\partial T_s}{\partial x} \Big|_s = k_g \frac{\partial T_g}{\partial x} \Big|_g + \alpha_{rs} Q_0 + \dot{r}_b \rho_s T_g (c_s - c_g) + h(T_g - T_s) + \dot{q}_{sg} \quad (8-21)$$

式中 $\alpha_{rs} Q_0$ 为辐射传热项, $h(T_g - T_s)$ 为对流换热项, \dot{r}_b 为固相界面后退速度, \dot{q}_{sg} 为气固相界面上化学反应生成热, 由化学反应形式确定。

$$x = L_s$$

$$T_s = T_0 \quad \text{或} \quad \frac{\partial T_s}{\partial x} = 0$$

$$r \rightarrow 0 \text{ 时} \quad \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\partial T_g}{\partial r} = 0$$

$$r = R \text{ 时} \quad \frac{\partial T_g}{\partial r} = 0$$

气、固界面 $x=0$

$$T_g = T_s(t, r, 0)$$

$$\rho_g v_x = \rho_s \dot{r}_b$$

$$\rho_g v_x Y_f \Big|_g = \rho_g v_x Y_f \Big|_s - \rho_g D \frac{\partial Y_f}{\partial x} - \dot{W}_f''$$

$$\rho_g v_x Y_{ox} \Big|_g = \rho_g v_x Y_{ox} \Big|_s - \rho_g D \frac{\partial Y_{ox}}{\partial x} - \dot{W}_{ox}''$$

其中 $\dot{W}_f'', \dot{W}_{ox}''$ 为气、固相界面化学反应消耗的燃料和氧化剂的质量。

$$x \rightarrow \infty$$

$$T_g = T_0, \quad \rho_g = \rho_{g\infty}, \quad Y_f = Y_{f\infty}, \quad Y_{ox} = Y_{ox\infty}$$

$$r \rightarrow 0$$

$$\lim_{r \rightarrow 0} \frac{\partial T_g}{\partial r} = 0, \quad \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\partial T_f}{\partial r} = 0, \quad \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\partial T_{ox}}{\partial r} = 0$$

$$r = R_s$$

$$\frac{\partial T_g}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial Y_f}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial Y_{ox}}{\partial r} = 0$$

以上给出了二维综合点火模型,模型中包含了各相中的化学反应项,并且考虑了多种因素对点火过程的影响,能够较真实地描述点火过程,但由于实验条件的限制,二维模型很难验证,于是对二维模型进行简化,考虑作为无限大平板的一维问题,简化后的方程及定解条件为

固相能量方程

$$\rho_s c_s \frac{\partial T_s}{\partial t} = k_s \frac{\partial^2 T_s}{\partial x^2} + Q_{so} Z_s \exp\left(-\frac{E_s}{RT_s}\right) \quad (8-22)$$

气相连续方程

由于气相密度只随时间而变化,且由速度分布均匀的假设,可得出

$$\rho_g = \rho_0 e^{-\frac{v_0 t}{L_g}} \quad (8-23)$$

气相能量方程

$$\rho_g c_g \frac{\partial T_g}{\partial t} + \rho_g c_g v_z \frac{\partial T_g}{\partial x} = k_g \frac{\partial^2 T_g}{\partial x^2} + \rho_g^2 Y_f Y_{ox} Q_{so} Z_s \exp\left(-\frac{E_g}{RT_g}\right) \quad (8-24)$$

组分守恒方程

$$\frac{\partial Y_f}{\partial t} + v_z \frac{\partial Y_f}{\partial x} = D \frac{\partial^2 Y_f}{\partial x^2} - \rho_g Y_f Y_{ox} Z_s \exp\left(-\frac{E_g}{RT_g}\right) \quad (8-25)$$

$$\frac{\partial Y_{ox}}{\partial t} + v_z \frac{\partial Y_{ox}}{\partial x} = D \frac{\partial^2 Y_{ox}}{\partial x^2} - n \rho_g Y_f Y_{ox} Z_s \exp\left(-\frac{E_g}{RT_g}\right) \quad (8-26)$$

状态方程

$$p_g = \rho_g R T_g \quad (8-27)$$

三、计算方法及结果讨论

以上建立的方程属于对流扩散方程,具有如下形式

$$\frac{\partial U}{\partial t} + a \frac{\partial U}{\partial x} = \sigma \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + H \quad (8-29)$$

U 表示某一物理量。运用科朗克—尼克尔松(Crank—Nicolson)差分格式求解,即

$$\begin{aligned} U_j^{n+1} - U_j^n + \frac{C_1}{4} (U_{j+1}^{n+1} - U_{j-1}^{n+1} + U_{j+1}^{n-1} - U_{j-1}^{n-1}) \\ = \frac{C_2}{2} (\delta_x^2 U_j^n + \delta_x^2 U_j^{n+1}) + \frac{\Delta t}{2} (H_j^n + H_j^{n+1}) \end{aligned} \quad (8-30)$$

式中

$$\begin{aligned} \delta_x^2 U_j^n &= U_{j+1}^n - 2U_j^n + U_{j-1}^n \\ \delta_x^2 U_j^{n+1} &= U_{j+1}^{n+1} - 2U_j^{n+1} + U_{j-1}^{n+1} \\ C_1 &= a \frac{\Delta t}{\Delta x} \end{aligned}$$

$$C_2 = \sigma \frac{\Delta t}{\Delta x^2}$$

这种格式具有二阶精度,且恒稳定。

以下以热板传导点火及激光辐射点火试验为背景进行数值计算。这种点火方式均是从火药的一个端面对火药加热,可以简化成无限大平板问题,即用一维数学模型进行计算。计算中主要参数的取值如表 8-1 所示。

表 8-1 点火数值分析已知参数表

名 称	符号	数值	单位
初温	T_0	300	K
固相密度	ρ_s	1590	kg/m ³
气相密度	ρ_g	1.225	kg/m ³
固相比热	c_s	1191	J/(kg·K)
气相比热	c_g	1050	J/(kg·K)
固相导热系数	k_s	0.250	J/(m·K·s)
气相导热系数	k_g	0.581	J/(m·K·s)
火药表面辐射吸收系数	α_p	0.85	
固相活化能	E_s	2.40×10^5	J/mol
气相活化能	E_g	3.5×10^5	J/mol
固相频率因子	Z_s	$81tech 10^{14} \sim 10^{16}$	
气相频率因子	Z_g	10^{14}	
指前系数	Q_{e0}	2.5×10^9	
扩散系数	D	0.2×10^{-2}	m ² /s

1. 恒温边界条件计算结果

计算时板温取 750~900K,点火前火药表面温度认为与板温相等,计算获得的表面温度随时间变化规律如图 8-8 所示。取表面温度开始急升时刻的时间和温度为点火延迟时间和点火温度,则不同板温下的点火温度和点火延迟时间列于表 8-2。

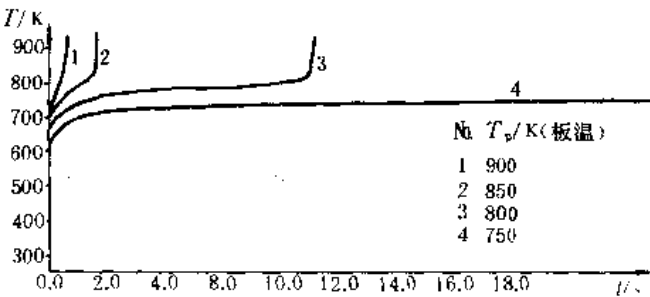


图 8-8 火药表面温度随时间变化的规律(恒温边界)

板温在 850K 的条件下,计算获得的固相内部温度分布如图 8-9 所示。

由表 8-2 可以看出,点火温度随板温变化不大,点火延迟时间随板温的升高而急骤减

小,这个变化规律与实验结果是很相符的。

表 8-2 计算的点火温度和点火延迟时间结果(恒温边界)

板温/K	点火温度/K	点火延迟时间/s
750	808.6	36.5
800	856.4	10.6
850	870.7	2.0
900	859.9	0.8

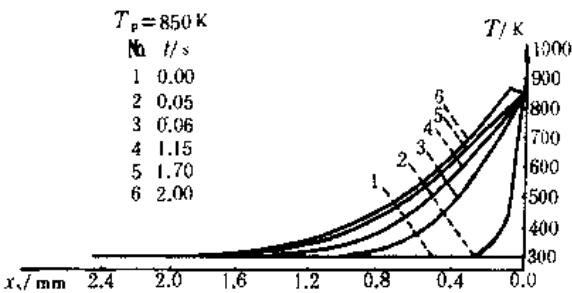


图 8-9 不同时刻固相内部温度分布曲线(恒温边界)

2. 恒热流边界条件下的计算结果

激光点火可以看作恒热流的加热情况,选择两个不同数量级的热流值进行计算,火药表面温度变化曲线如图 8-10 和图 8-11 所示。恒热流条件下的点火温度及点火延迟时间如表 8-3 所示。

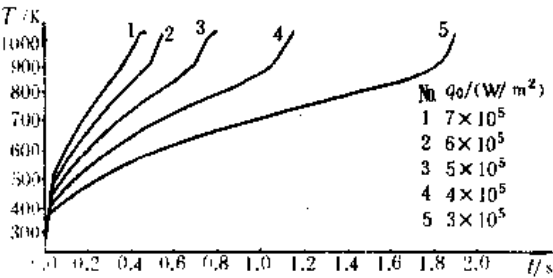


图 8-10 弱热流下火药表面温度变化(恒热流边界)

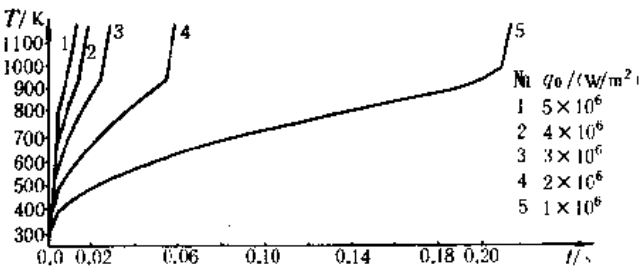


图 8-11 较强热流下火药表面温度变化(恒热流边界)

表 8-3 计算的点火温度和点火延迟时间结果(恒热流边界)

热流/(W/m ²)	点火温度/K	点火延迟时间/s
3.0×10^5	915.0	0.85
4.0×10^5	934.0	1.10
5.0×10^5	893.3	0.70
6.0×10^5	890.2	0.50
7.0×10^5	934.9	0.40
1.0×10^6	975.8	0.210
2.0×10^6	1008.9	0.060
3.0×10^6	941.2	0.025
4.0×10^6	958.5	0.015
5.0×10^6	961.0	0.010

从表中可以看出,点火温度随热流变化不大,点火延迟时间随热流增大而减小,这种计算规律与实验结果也是基本一致的。

对于热流为 $5.0 \times 10^5 \text{ W/m}^2$ 的条件下, 计算获得了不同时刻固相内温度分布规律如图 8-12 所示, 图 8-13 则是相同条件下计算的不同时刻气固相温度分布规律和组分分数分布规律。

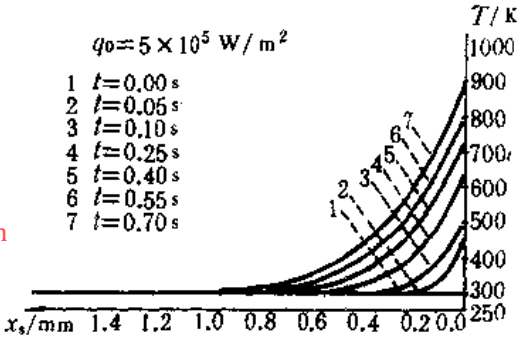


图 8-12 不同时刻固相温度分布规律(恒热流边界)

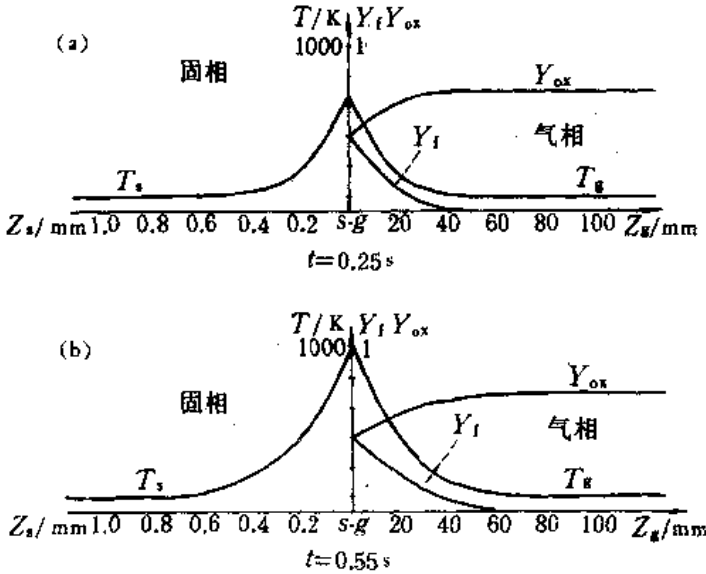


图 8-13 不同时刻气固相温度和组分分数分布规律(恒热流边界)

(a) $t = 0.25 \text{ s}$, (b) $t = 0.55 \text{ s}$

§ 8.4 黑火药的点火性能

8.4.1 黑火药及其性能

黑火药是我国古代四大发明之一,在一千多年前的宋朝就曾用黑火药来发射固体火箭。后来由于冶金技术的发展,促使了火炮的发展,黑火药又成为火炮的主要发射药。直到 19 世纪 60 年代发明了无烟火药,作为发射药的黑火药才逐渐被无烟火药所代替。黑火药比起无烟火药来说,虽然是能量低,弹道性能差,但它仍作为一种点火药而存在,并且是目前应用最广泛的点火药。黑火药的化学组分很简单,仅由碳 C、硫 S 和硝酸钾 KNO_3 三种物质机械混合而成。其中 KNO_3 是氧化剂,C 是燃烧剂,S 主要作为粘合剂,同时还是低熔点的引燃剂。它的质量百分比大约为

$$\text{KNO}_3 : \text{C} : \text{S} = 75 : 15 : 10$$

黑火药燃烧时的化学反应相当复杂,存在许多中间反应,反应条件不同,经过的中间反应过程就不同,得到的反应产物也就会不同。反应产物不仅产生大量气体,同时产生大量固体颗粒。根据诺贝尔——阿贝尔研究的结果,组分为 74.56% KNO_3 、10.09%S 和 14.29%C,密度为 $1700\text{kg}/\text{m}^3$ 的大粒黑火药,在定容下燃烧并在燃烧产物冷却至常温得到的生成物组分如表 8—4 所示。

表 8—4 黑火药的燃烧产物

气体产物		固体产物	
成分	百分数 %	成分	百分数 %
CO_2	26.31	K_2CO_3	34.15
CO	4.22	K_2SO_4	8.44
N_2	11.17	K_2S	8.07
H_2S	1.09	S	4.90
H_2	0.09	KCNS	0.13
O_2	0.02	KNO_3	0.15
CH_4	0.08	$(\text{NH}_4)_2\text{CO}_3$	0.04
H_2O	1.06		
气体总量	44.04	固体总量	55.88

在燃烧时 1kg 黑火药释放出 3MJ 的热量,可以计算出爆温高达 2414K。在这样高的温度下不仅水是以气态存在,就是上述那些固体产物的熔点也低于这个温度。因此在这个条件下的黑火药其燃烧生成物是成分和物态均在不断变化的混合相物质。在研究点火问题时,为了使问题得到必要的简化,经常假设燃气及其固相产物是冻结的均匀物质,即认为燃气组分不变。根据密闭爆发器和量热器试验,黑火药的主要热力参数如表 8—5 所示。

表 8—5 黑火药热力参数

名 称	符 号	数 值	单 位
火药力	f	220000~300000	J/kg
爆热	Q_r	$\sim 3083 \times 10^3$	J/kg
爆温	T_1	2350~2600	K
气体常数	R	90~115	J/(kg·K)
定容比热	c_v	1230~1300	J/(kg·K)
定压比热	c_p	1330~1450	J/(kg·K)
绝热指数	k	1.05~1.20	

实验证明,一定密度的黑火药燃烧服从平行层燃烧规律,一般假设点火管内黑药满足这一条件。根据平行层燃烧的假设条件,利用密闭爆发器试验测出实验燃速定律为

$$\frac{d\delta}{dt} = \bar{u}_1 p^n$$

当压力单位为 N/m^2 ,燃速单位为 m/s 时

$$n = 0.33, \bar{u}_1 = 0.0001846$$

用升温法测得黑火药的发火点大约是 580~600K。黑火药着火判据不同的研究者有不同的取法,常用的取表面点火温度为点火判据。

8.4.2 黑火药的点火和火焰传播机理 81tech

当点火管的黑火药被底火激发引燃之后,将产生高温高压的气体和大量的固体颗粒。这些燃烧产物迅速地沿着点火管轴向流动的同时,又通过径向传火孔喷射出,并通过火药床的间隙很快地渗透到整个火药床,加热周围的药粒,一旦药粒表面温度上升到一定程度或表面接受到一定的热量时,火药即被点燃。

点火药的燃烧产物对药粒的加热主要有两种方式,即对流传热和辐射传热,其中以对流传热为主。为要得到良好的对流热交换条件,除了燃烧产物所携带足够热量之外,还要求气流有较大的雷诺数 Re 和较高的导热系数 k_f 。根据对流传热的理论,在大的 Re 和 k_f 的条件下,放热系数 h 就大。由牛顿换热公式

$$q = h(T_g - T_p)$$

式中 T_g 是气体温度, T_p 是火药表面温度,很显然,在相同的温度差 $(T_g - T_p)$ 的条件下, h 越大,则在单位时间内传给火药单位面积上的热量也就越大。在这种情况下,发射药很容易被引燃,改善了点火条件。

为了提高对流传热的效率,通常都采用粒度较大的黑火药。由于颗粒大,则透气性好,可允许气体以较大的雷诺数通过黑火药床。用高速摄影技术对点火管外流场的研究表明,若点火管的主装药是小粒黑火药,则外流场绝大多部分是火焰;若主装药是大粒黑火药,则火焰中夹带大量发光粒子,沿点火管的径向传火孔高速喷射而出。这种微粒的导热系数比相同温度的气体要高得多。它一旦碰到未燃火药表面,就把本身的热量连同动能一起传给被碰到的火药。另外,由于大粒黑火药透气性好,起始表面积小,则对气体流动阻力也较小,因而有助于减弱压力波和不稳定燃烧的现象。这时管内的压力曲线比较光滑,重复性也好。目前国内、外的火炮点火

药的主装药,多数都采用大粒黑火药。

除了对流传热以外,在点火过程中,高温固体粒子的辐射传热也是不能忽视的一个因素。由表 8-4 中的数值可以看出,固体粒子的燃烧产物几乎占总的燃烧产物的一半以上。这些高温的固体粒子具有很强的辐射能力,在气流中存在大量的高温固体粒子时,辐射效应加强了传热过程,有利于迅速点燃发射药。

关于黑火药中火焰传播的机理,根据高速摄影的分析,主要是一些熔点在 850°C 以上的熔融盐粒子的高速运动,它们是火焰快速传播的媒介。以至黑火药在常压下的火焰扩散速度约为 0.6m/s ,而在 $40\times 10^5\text{Pa}$ 下,则可达 20m/s 。从高速摄影还可以发现,黑火药被点燃的一侧火焰大,光带长,从而使整个黑火药颗粒背离点火源而运动,此时在另一侧尚未被点燃。而无烟药则不同,一旦局部表面被点燃,迅即整个颗粒全部点燃,运动速度甚小。而且无烟药燃烧产物中没有高温固体粒子,所以无烟药颗粒间的火焰传播主要靠对流传热,故其火焰传播速度远不及黑火药的火焰传播速度那样大。

§ 8.5 中心点火管数学物理模型及计算

8.5.1 点火管物理模型

研究如图 8-14 所示的金属点火管系统,它由底火、金属管、小粒黑药、衬纸、大粒黑药及固定盖等组成。底火可以是机械击发也可以是电点火。底火被击发后,先引燃附近的小粒黑药,由它所产生的炽热气体和固体产物,进而引燃大粒黑药,并形成使气体向前运动的压力梯度。由于药粒相当稠密,气体通过黑火药床间隙的流动受到很大的阻碍,使已燃的药粒受到严重的压缩,进而促使局部空隙率减小,所以压力梯度将进一步增强而形成向前运动的压力阵面。与此同时,在高温高压的气体和炽热固体粒子的对流及辐射传热作用下,黑药床逐次被加热到点火温度,并相继被点燃,因而形成火焰阵面的传播。在压力阵面向前传播的同时,若压力超

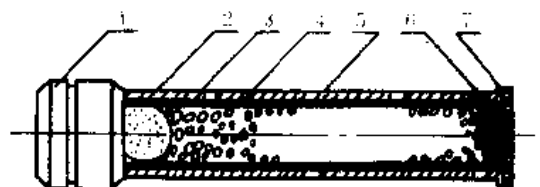


图 8-14 点火管结构图

- 1—点火管座(内装底火); 2—小粒黑药;
3—金属点火管壳; 4—大粒黑药;
5—衬纸; 6—垫片; 7—点火管盖(固定盖)

过衬纸的剪切强度,传火孔就依次地被打开,气体和药粒一起从孔中喷射到管外。当右端面的压力达到一定数值以后,固定盖被冲开,气体和部分药粒从右端面流出。在传火孔打开的初期,这时的气体生成量大于气体流出量,管内压力仍继续上升,后来因流出量大于生成量,管压开始下降,直至燃气和未燃尽的黑药粒全部流出管外为止。

根据以上点火管工作过程的物理化学现象,提出以下基本假设

(1) 考虑药粒和气体的两相流动,但假设流动是一维的,不考虑侧向传火孔处径向流动的影响。并假设点火管截面积 A 为常数。

(2) 除了未燃完黑火药颗粒外,假设黑药燃烧产物完全是气相。然而在黑药燃烧产物中实际上有一半以上是固体粒子,但这些固体粒子大小仅有 $(1\sim 10)\mu\text{m}$,因此可以近似视固体粒

子和气体在温度和速度上都处于平衡状态。当然这种混合物的热力学参量与纯气相的参量是有差别的,特别是绝热指数 k 要小于纯气相的 k 值。若黑火药燃烧产物中固体粒子的百分数为 ε , 比热容为 c_s 。气相的定压比热和定容比热分别为 c_p 和 c_v , 则混和物的热力学参量可以由以下各式计算出

$$\begin{aligned}c_p &= (1 - \varepsilon)c_{p_g} + \varepsilon c_s \\c_v &= (1 - \varepsilon)c_{v_g} + \varepsilon c_s \\R &= (1 - \varepsilon)R_g \\k &= k_g \frac{1 - \varepsilon(1 - \frac{c_s}{c_{p_g}})}{1 - \varepsilon(1 - \frac{k_g c_s}{c_{p_g}})}\end{aligned}$$

由上式可以看出,混合物的绝热指数 k 小于气相的绝热指数 k_g 。但考虑到热损失修正时,可以适当提高 k 的数值。

(3) 药粒点火准则取表面温度准则,即当表面达到着火温度时,药粒即被点燃。

(4) 假设黑火药的燃烧速度仅与压力有关,不考虑侵蚀燃烧及初温的影响。

(5) 假设药粒是不可压缩的,即 $\hat{\rho}_s = \text{const}$ 。并忽略药粒大小的实际分布,用药粒当量尺寸来表示全部药粒的尺寸。

(6) 忽略气体的粘性耗散及对管壁的热损失。

(7) 假设燃气服从诺贝尔——阿贝尔状态方程。

81tech

8.5.2 点火管的数学模型

一、控制方程

根据以上假设,仍然采用高夫模型的推导方法,但要考虑到管壁传火孔质量流出的影响。以 \dot{m}_g 和 \dot{m}_s 分别表示气相和固相单位体积的质量流量,基本方程如下。

1. 守恒形式

(1) 连续方程

气相

$$\frac{\partial(\varphi \hat{\rho}_g)}{\partial t} + \frac{\partial(\varphi \hat{\rho}_g u_g)}{\partial x} = \hat{\rho}_g \bar{A}_g \dot{r} - \dot{m}_g \quad (8-31)$$

固相

$$\frac{\partial[(1 - \varphi) \hat{\rho}_s]}{\partial t} + \frac{\partial[(1 - \varphi) \hat{\rho}_s u_s]}{\partial x} = -\bar{A}_s \hat{\rho}_s \dot{r} - \dot{m}_s \quad (8-32)$$

或

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}[(1 - \varphi) u_s] = \bar{A}_s \dot{r} + \frac{\dot{m}_s}{\rho_s} \quad (8-33)$$

(2) 动量方程

气相

$$\frac{\partial}{\partial t}(\varphi \hat{\rho}_g u_g) + \frac{\partial}{\partial x}(\varphi \hat{\rho}_g u_g^2) + \varphi \frac{\partial p}{\partial x} = -\bar{A}_g f + \bar{A}_g \hat{\rho}_g u_s \dot{r} - \dot{m}_g u_g \quad (8-34)$$

固相

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}[(1-\varphi)\hat{\rho}_s u_s] + \frac{\partial}{\partial x}[(1-\varphi)\hat{\rho}_s u_s^2] + (1-\varphi)\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}[(1-\varphi)R] \\ = \bar{A}_s f - \bar{A}_s \hat{\rho}_s u_s \dot{r} - \dot{m}_s u_s \end{aligned} \quad (8-35)$$

式中 f 、 R 分别表示相间阻力和颗粒间应力。

(3) 气相能量方程

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}[\varphi \hat{\rho}_s (e_s + \frac{u_s^2}{2})] + \frac{\partial}{\partial x}[\varphi \hat{\rho}_s u_s (e_s + \frac{p}{\rho_s} + \frac{u_s^2}{2})] + p \frac{\partial \varphi}{\partial t} \\ = -\bar{A}_s q - \bar{A}_s f u_s + \bar{A}_s \hat{\rho}_s \dot{r} (E_s + \frac{p}{\rho_s} + \frac{u_s^2}{2}) - \dot{m}_s (e_s + \frac{u_s^2}{2}) - \dot{m}_s (e_s + \frac{u_s^2}{2}) \end{aligned} \quad (8-36)$$

式中 q 表示相间热传导, E_s 表示火药化学潜能即 $E_s = f/(k-1)$, e_s 表示火药固体颗粒内能, 常忽略掉。这里 $\bar{A}_s = \frac{(1-\varphi)\hat{\rho}_s S_s}{M_s}$ 。

2. 非守恒形式

(1) 连续方程

气相

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{\rho}_s}{\partial t} + u_s \frac{\partial \hat{\rho}_s}{\partial x} + \frac{\hat{\rho}_s}{\varphi} (u_s - u_s) \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \hat{\rho}_s \frac{\partial u_s}{\partial x} + \frac{1-\varphi}{\varphi} \hat{\rho}_s \frac{\partial u_s}{\partial x} \\ = \frac{\bar{A}_s}{\varphi} \dot{r} (\hat{\rho}_s - \hat{\rho}_s) - \frac{1}{\varphi \hat{\rho}_s} (\dot{m}_s \hat{\rho}_s + \dot{m}_s \hat{\rho}_s) \end{aligned} \quad (8-37)$$

固相

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + u_s \frac{\partial \varphi}{\partial x} - (1-\varphi) \frac{\partial u_s}{\partial x} = \bar{A}_s \dot{r} + \frac{\dot{m}_s}{\rho_s} \quad (8-38)$$

(2) 动量方程

气相

$$\frac{\partial u_s}{\partial t} + u_s \frac{\partial u_s}{\partial x} + \frac{1}{\rho_s} \frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{1}{\varphi \rho_s} \bar{A}_s f + \frac{1}{\varphi \rho_s} \bar{A}_s \hat{\rho}_s \dot{r} (u_s - u_s) \quad (8-39)$$

固相

$$\frac{\partial u_s}{\partial t} + u_s \frac{\partial u_s}{\partial x} + \frac{1}{\rho_s} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{(1-\varphi)\rho_s} \frac{\partial}{\partial x}[(1-\varphi)R] = \frac{S_s f}{M_s} \quad (8-40)$$

(3) 气相能量方程

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial t} + u_s \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\hat{\rho}_s}{\varphi} c^2 (u_s - u_s) \frac{\partial \varphi}{\partial x} + c^2 \hat{\rho}_s \frac{\partial u_s}{\partial x} + \frac{1-\varphi}{\varphi} \hat{\rho}_s c^2 \frac{\partial u_s}{\partial x} \\ = \frac{(k-1)\bar{A}_s}{(1-\alpha\hat{\rho}_s)\varphi} \{f(u_s - u_s) - q + \hat{\rho}_s \dot{r} [e_s - e_s + \frac{1}{2}(u_s - u_s)^2]\} \\ + \frac{\dot{p} \dot{r}}{(k-1)\hat{\rho}_s} (\hat{\rho}_s - \hat{\rho}_s) - \frac{1}{(1-\alpha\hat{\rho}_s)\varphi} (\dot{m}_s \frac{p}{\rho_s} + \dot{m}_s \frac{p}{\rho_s}) \end{aligned} \quad (8-41)$$

有关使方程组封闭的其它附加方程与第五章所阐述的内容相同, 这里不再重复。关于质量流量的计算, 假设当管压一旦大于破孔压力时, 气体以声速流出, 气体通过传火孔时为临界状态。另外, 考虑到每个传火孔的截面积上有 $(1-\varphi)$ 部分被固相颗粒所遮盖, 单位体积气体的质量流量为

$$\dot{m}_g = \frac{\varphi_2 S_d \Gamma \varphi}{A \Delta x} \frac{p}{\sqrt{gRT}} \quad (8-42)$$

$$\Gamma = \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{2(k-1)}} \sqrt{k}$$

式中 φ_2 是流量修正系数, S_d 为落在某个网格内的传火孔总截面积, A 是点火管的截面积, Δx 是网格长度, 即步长。

通过侧向传火孔的单位体积固相质量流量, 可以通过以下关系求得, 因为 \dot{m}_g 和 \dot{m}_r 分别为

$$\dot{m}_g = \frac{\varphi S_d \rho_g u_g}{A \Delta x} \quad (8-43)$$

$$\dot{m}_r = \frac{(1-\varphi) S_d \rho_r u_r}{A \Delta x} \quad (8-44)$$

于是可得

$$\dot{m}_r = \frac{(1-\varphi) \rho_r u_r}{\varphi \rho_g u_g} \dot{m}_g \quad (8-45)$$

二、定解条件

1. 初始条件

在点火过程中, 点火管由底火击发引燃, 点火管工作的初始条件是底火被击发后所提供的压力、温度、密度等条件。如果假设底火击发是瞬时完成, 那么点火管工作的初始条件应为底火所提供的沿点火管轴向的压力、温度、密度及能量等参量的分布规律。设底火所提供的初始参量为 E (可代表压力、密度、温度等参量), 显然, 随着点火管轴向距离的增加, 该参量的分布值要减小, 它是一个衰减函数。一般可假设为指数衰减形式, 即

$$E = E_1 e^{-Cx} \quad (8-46)$$

式中 C 和 E_1 均为常数, E_1 取决于具体的边界条件。若考虑非定常问题, 可取

$$E = E_1 e^{-Cx} + E_0 \quad (8-47)$$

式中 E_0 为另一个常数。

2. 边界条件

左边界是固壁, 因此有

$$u_g|_{x=0} = u_r|_{x=0} = 0$$

右边界可分两种情况而定, 在右端未打开以前, 忽略端面振动变形的影响, 可当作固定边界, 则

$$u_g|_{x=L} = u_r|_{x=L} = 0$$

L 是点火管内部空间的长度。

当右端被打开后, 就成为敞口边界。若流动是亚音速的, 则右端管口的压力就是外界压力 p_r , 则有

$$p|_{x=L} = p_r$$

若出现超声速的情况, 可用临界条件下的假设来代替敞口边界条件。

8.5.3 数值计算结果及分析

这里引用参考文献[6]的固定床点火管数学物理模型的计算结果。计算采用拉克斯—温德罗夫两步差分格式,考虑到压力波阵面的出现会引起物理量的间断,引入人工粘性项以保证在间断处平滑过渡,得以计算能继续进行下去。不同时刻管内压力分布规律如图 8—15 所示。

计算结果表明,不同时刻的压力分布规律显示了压力波阵面沿点火管轴向的传播过程。开始阶段压力的增长随着点火阵面向前推进而显得更加激烈。但随着破孔数的增多,管内向管外的流出量也逐渐的增加,使压力增长趋于缓慢。压力波阵面到达右端以后,在固壁处进行反射,从而使右端的压力急剧的增加。点火阵面随压力阵面向前推进而加速发展,一般认为:点火阵面处在压力梯度最大的地方。在压力分布图上通常存在鱼脊岭,右岭的左侧是负压力梯度,右侧是正压力梯度。这种情况一直维持到压力波阵面碰到右端固壁为止。

不同时刻的速度分布规律如图 8—16 所示。在这些速度分布曲线上有正、负两峰值,其正的峰值是由压力分布右侧拐点处最大压力梯度产生的,点火波阵面位置 and 不同时刻的正速度峰值相联系;而负的速度峰值随着时间的推移向下游移动,随着传火孔的相继打开,向左端的流动速度也逐渐的增大。

不同时刻管内温度分布规律如图 8—17 所示。在点火管侧孔完全没有打开之前,在已燃区域内温度基本上是常数。在点火阵面之前,由于未燃烧颗粒的强烈的冷却作用,气体温度很快的下降,在左端部分的传火孔打开以后,管内气流有很高的倒流速度,因而在已燃区域内温度分布出现复杂的情况。左端和右端附近温度上升是由于压缩作用而引起的。

不同时刻点火阵面和它的传播速度变化规律如图 8—18 所示。实验测得点火阵面到达右端的速度约为 140m/s。如果管内向管外的流出量过大,将会导致点火阵面停止传播,使管内燃烧熄灭。

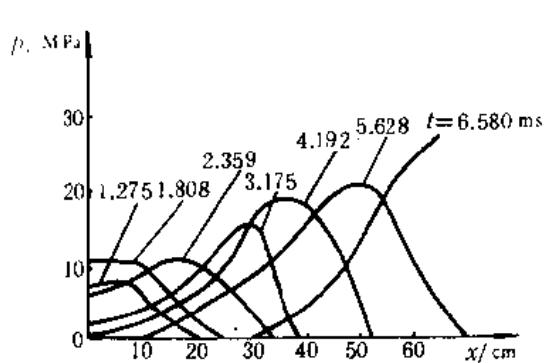


图 8—15 不同时刻点火管内压力分布规律

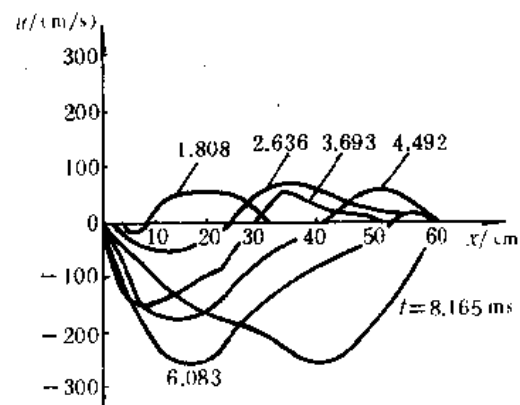


图 8—16 不同时刻点火管内流速分布规律

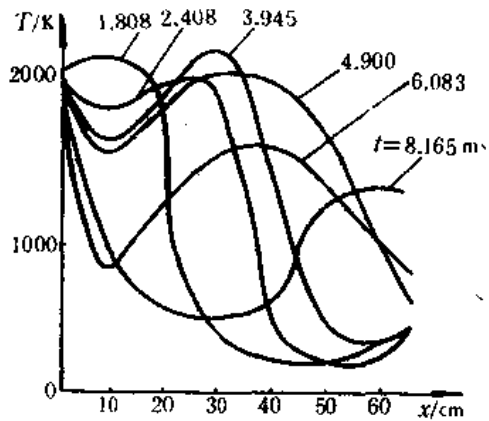


图 8-17 不同时刻点火管内温度分布规律

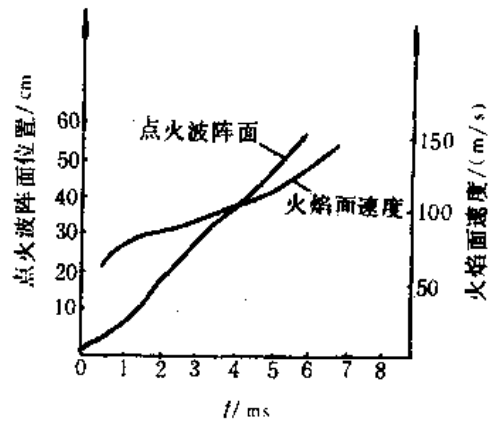


图 8-18 不同时刻点火阵面位置及传播速度

参 考 文 献

- [1] 金志明, 袁亚雄. 内弹道气动力原理. 北京: 国防工业出版社, 1983.
- [2] 郭 K K, 萨默菲尔德 M. 固体推进剂燃烧基础. 北京: 宇航出版社, 1988.
- [3] 张柏生. 火药燃烧导论. 华东工学院, 1988.
- [4] 张柏生, 林天木. 炮用火药装药. 兵工教材编审室, 1988.
- [5] 曲作家. 点火管的内弹道模型. 兵工学报(武器分册), 1981(4).
- [6] 周彦煌等. 炮用点火管内装药床点火理论模型及计算. 火炮研究, 1979.
- [7] 陶其恒. 中心点火管的两相流模型. 兵工学报(武器分册), 1983(1).
- [8] 龚海刚. 高压点火管的理论模型及计算. 兵工学报(武器分册), 1984(1).
- [9] Soper W G. Ignition Waves in Gun Chambers. Combustion and Flame, Vol. 20, 1973.
- [10] 宋明, 金志明. 点火波传播规律的实验研究. 弹道学报, 1990(2).
- [11] 张广海. 火炮火药点火的实验与理论研究: [硕士论文]. 南京: 华东工学院, 1988.
- [12] 史先扬. 固体火药点火的实验、理论与计算: [硕士论文]. 南京: 华东工学院, 1989.
- [13] 周彦煌, 魏建国. 炮用火药点火研究. 兵工学报(武器分册), 《两相流内弹道研究》专辑, 1985.
- [14] 赵志健. 硝胺火药燃烧规律的研究: [博士论文]. 南京: 华东工学院, 1988.
- [15] Kulkarni A K, Kumar M, Kuo K K. Review of Solid Propellant Ignition Studies. AIAA Paper 80-1210; also AIAA Journal, Vol. 20, No. 2, 1982.
- [16] Price E W, Bradley H H, Dehority G L, Ibricic M J. Theory of Ignition of Solid Propellant. AIAA Journal, Vol. 4, No. 7, 1966.
- [17] Hermance C E, Kumar M. Gas Phase Ignition Theory For Homogeneous Reaction. AIAA Journal, Vol. 8, No. 1, 1970.
- [18] Kumar M, Wills J E, Kulkarni A K, Kuo K K. A Comprehensive Model for AP-Based Composite Propellant Ignition. AIAA Journal, Vol. 22, No. 4, 1984.

第九章 液体发射药火炮内弹道理论

§ 9.1 引言

液体发射药火炮(LPG)是一种利用液体燃料为能源的化学推进装置,类似于固体装药火炮,也是采用发射药(液体)燃烧所产生的高压燃气推动弹丸运动的发射武器。液体发射药火炮的装药结构通常有两种,即整装式(BLPG)和再生喷注式(RLPG),如图 9-1 和图 9-2 所示。

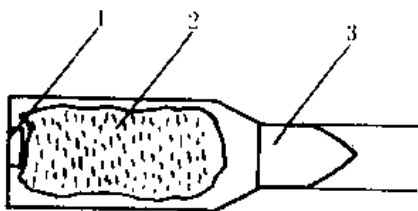


图 9-1 整装式液体发射药火炮

1—底火;2—液体燃料;3—弹丸

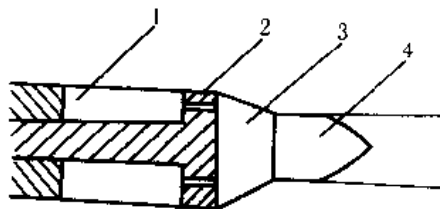


图 9-2 再生式液体发射药火炮

1—贮液室;2—活塞;3—燃烧室;4—弹丸

整装式液体发射药火炮的内弹道过程是在膛底点燃装填药室中的液体燃料,局部被点燃后生成的燃气形成了气穴。而后,燃烧即在气穴中的气液界面上进行。气穴内燃气在交界面上存在相对运动,导致开尔文(Kelvin)—亥姆霍兹(Helmholtz)不稳定性,这种扰动造成界面上气液两相混合而使液体发生破碎。液体燃料的破碎提供了更多的燃烧表面,使燃烧加快进行,气穴最终将穿透液柱而追上弹丸。很显然,整装式液体发射药火炮的内弹道过程是一种利用流体不稳定性造成气液混合使之充分燃烧的过程。整装式的装药结构简单,类似于固体发射药的装填方式。但遇到最大的困难是内弹道过程难以控制,以至内弹道性能不稳定而发生膛炸现象。

再生式液体发射药火炮通过机械方式将液体燃料按一定规律注入燃烧室。典型的结构如图 9-2 所示。燃料最初装在一个贮液室中,贮液室与燃烧室之间由一个活塞隔开。在内弹道过程中,由点火的作用推动活塞而压缩贮液室中的燃料,通过活塞上的喷射孔将燃料喷射到燃烧室,并使之雾化和充分燃烧,生成的燃气推动弹丸运动。因此可能通过控制液体燃料的喷射规律得到 $P-t$ 曲线的平台效果。增大炮膛工作容积利用系数,从而在给定最大压力条件下能获得更高的初速。从其内弹道过程来看,再生式与整装式存在着本质上的区别,整装式主要是流体力学问题,而再生式主要是喷射系统设计问题。

自二次世界大战以来,液体燃料(LP)在火炮中的应用研究已有 40 多年的历史了。由于液体发射药火炮有其很多潜在的优点,尤其是因为固体燃料火炮没有取得重大突破性的进展,它更引起了人们广泛的关注。直至今日虽经几盛几衰,然而对液体发射药火炮研究的兴趣一直不减。最初出于提高初速的目的,但随着对它研究的深入,发现它与固体发射药火炮相比具有优良的综合性能。首先是液体发射药火炮的燃料配制工艺简单,不仅危险性下降而且价格便宜。液体燃料的装填可由专门供给管道灌装,容易实现装填自动化。在坦克炮的设计中可以充分利

用空间,增加弹药基数,增强战斗力。同固体发射药火炮相比,液体发射药火炮可实现高装填密度和高装填比,通过喷射流量的控制,增加炮膛工作容积利用系数,提高弹丸速度,增大射程。液体燃料爆温低,可延长火炮身管的寿命。最后,由于液体燃料的体积可变性,带来了与贮存、运输和弹药加工有关的后勤上的便利。

然而在液体发射药火炮的研究过程中,也存在一些亟待解决的问题。如内弹道性能稳定性较差,表现出初速分散大,膛压曲线出现多峰或出现类似于液体火箭发动机中所产生的压力振荡现象。这主要是用于不同火炮结构的液体燃料,它的破碎、雾化和燃烧过程目前还难于有效地控制,它的机制也尚未了解清楚,实验研究还不够深入,所获得的数据也不很多。又如喷射机构的可靠性及其寿命也是发展液体发射药火炮中的一个技术关键。由于多数的液体燃料都具有毒性和腐蚀性,这对部队使用会带来不便。尽管如此,经过 40 多年的研究探索,液体发射药火炮实际应用的前景已展示在我们面前。它将带来火炮系统的一次变革,不久将来,作为一种新的火炮系列装备部队。

§ 9.2 液体燃料的物理化学性能

9.2.1 液体燃料的分类及其理化性能

按其化学组成液体燃料可分为单元液体燃料和二元液体燃料两大类。

单元液体燃料:一种含有燃料和氧化剂的稳定而均质液体。它可以是由一种原料组成,如异丙基硝酸酯;也可以由二种以上可溶混原料组成,如由肼、硝酸肼和水混合而成。单元液体燃料的主要优点是点火容易,喷射机构简单,使用方便。它的缺点是对冲击波和强烈点火源很灵敏,贮存不安全。表 9-1 列出一些单元燃料组分及性能,并与普通固体发射药进行了比较。

表 9-1 有关单元燃料和固体火药组分及性能

名 称	比能/(kJ/kg)	爆温/K	氧平衡/(%)	密度/(g/cm ³)
硝基甲烷(NM)CH ₃ NO ₂	1244	3044	39.3	1.14
硝酸异丙基(IPN) C ₃ H ₇ NO ₃	822	1844	-99	1.04
肼(65%)+水(5%)+硝酸肼(30%)	1099	1792	-62.4	1.12
OTTO 1	813	2040	—	1.22
MI(84.2%,NC)	955	2554	-516	
A502(93.5%,NC)	962	2721	-43	
NC873(96.6%,NC)	1012	2968	-37.8	
A505(98.2%,NC)	1035	3097	-34.5	
M8(52.15%NC,43%NGL)	1173	3758	-21	

二元液体燃料:由燃料和氧化剂两种原料组成。这两种原料在火炮外是分开的,射击时分别将两种原料注入燃烧室。二元液体燃料按其点火方式又可分为自然和非自然两种。自然的双元燃料,当其燃料和氧化剂接触时,不需外界能量激励能自动燃烧。非自然双元燃料则需外界给它点火后才能燃烧。目前主要的氧化剂为硝酸 HNO₃,其它可供选择的氧化剂如 N₂O₄,

H_2O_2 和 $N_2H_4O_4$ 等。自燃双元的燃料组分有一甲基肼(MMH),非对称二甲基肼(UDMH)和三乙基胺(TEA)等。非自燃双元的燃料有十氢化萘,煤油(JP₄),异辛烷和异丙醇(ZPA)等。二元液体燃料的主要优点是氧化剂和燃料的配比可以在很宽的范围内进行调节,以获得良好的点火性能和弹道性能。由于氧化剂和燃料分开存放,贮存和输运时也比较安全。它的主要缺点是这些材料的毒性和腐蚀性,会影响到操作人员的安全和火炮身管、喷射系统的寿命。表 9—2 列出某些二元液体燃料用的氧化剂和燃料的性能。

表 9—2 二元液体燃料用的燃料和氧化剂

燃 料	凝固点温度/℃	沸点温度/℃	密度/(g/cm ³)
异辛烷 C ₈ H ₁₈	-109	117.6	0.69
JP ₄ (煤油)	-60	104	0.773
非对称二甲基肼(UDMH, C ₂ H ₈ N ₂)	-57.2	63	0.791
一甲基肼(MMH, CH ₃ NH ₂)	-52.4	87.6	0.875
三乙基胺(TEA, C ₆ H ₁₅ N)	-114.7	89.3	0.728
糖醇(FFA, C ₅ H ₈ O ₂)	-32	171	1.13
异丙醇(IPA, C ₃ H ₈ O)	-89.5	82.4	0.786
氧化剂			
WFNA HNO ₃	-41.6	84	1.513
RFNA HNO ₃	-52	40	1.557
四氧化氮 N ₂ O ₄	-11.2	21.3	1.45
过氧化氢 H ₂ O ₂ 85%ig	-17.9	135.9	1.36

一、单元液体燃料

考虑到液体发射药火炮的实际应用,单元燃料显示出更多的优点,一些国家都集中对单元燃料进行研究。除早期研究的 OTTO I 之外,美国海军研究一种由羟基硝酸铵(HAN)为基的单元燃料。在此基楚上美国弹道研究实验室又研制了一种新的以羟基硝酸铵为基的 LP 系列单元燃料。LP 系列中的燃料组分主要为三甲基胺(TMAN, C₃H₁₀N₂O₃),乙醇硝酸铵(FOAM, C₂H₈N₂O₄),三乙基硝酸铵(TEN, C₆H₁₆N₂O₃)。这些燃料的组分及其性能列在表 9—3 中。

表 9—3 以 HAN 为基的单元燃料

牌 号	燃 料		HAN 质量分数	水 质量分数	密度/(g/cm ³)	火药力/(kJ/kg)	火焰温度/K
	符号	质量分数					
1776	TMAN	0.193	0.608	0.199	1.39	960.7	2600
1781	EOAN	0.325	0.503	0.172	1.42	929.6	2560
1812	TEN	0.136	0.675	0.189	1.40	959.8	2620
1814	TEN	0.132	0.653	0.215	1.38	924.7	2500
1835	TEN	0.118	0.684	0.198	1.41	885.7	2410
1845	TEAN	0.200	0.632	0.168	1.46	962.3	2730
1846	TEAN	0.192	0.608	0.200	1.42	934.5	2570
1848	TEAN	0.145	0.663	0.192	1.46	820.7	2260

羟基硝酸铵为基的单元燃料是一种可溶于水的混合物,其主要特点是毒性小。研究表明: HAN 溶液和以 HAN 为基的 LP 系列单元燃料,其初始分解温度仅依赖于硝酸的浓度,在硝酸浓度从约 200℃的 2.8mol/L 到 120℃的 13mol/L 这一大范围内,它们之间几乎是线性关系,如图 9—3 所示。由于以 HAN 为基的 LP 系列燃料中含有少量卤盐或转变金属,使着火温度减小。

但对污染的敏感性和相容性会提出难题。

实验证明:以 HAN 为基的液体燃料的压缩点火与所剩空间大小、气泡大小、增压速率、最大压力及液体初始压力有关。压缩点火是液体燃料一项重要的敏感性指标。液体燃料的相变温度及其温度与粘性的关系也影响到燃料点火和燃烧性能。早期研究的以 HAN 为基的液体燃料其相变温度在 -30°C 左右,这从军用角度来看是不能接受的,通常要求在 -55°C 以下才能满足要求。目前的 LGP1845 和 LGP1846 可在 -60°C 下仍然保持液态。然而随温度的减小,粘性明显地增大,如图 9-4 所示。虽然这种燃料的粘性比 MIL 润滑剂小很多,但将影响到在低温条件下再生式液体发射药火炮控制燃烧的流动特性和喷射雾化过程。

二、 双元液体燃料

为了减少双元燃料点火、输运控制系统的复杂机构,在双元燃料中对自燃双元燃料比较感兴趣。正在研究中双元燃料的氧化剂主要是硝酸。燃料有一甲基肼(MMH),二乙基胺(TEA),糖醇(FFA),异辛烷和异丙醇(IPA)等。某些自燃和非自燃双元燃料的组成及其性能列于表 9-4 中。由于硝酸腐蚀性大,易产生泄漏,在输运系统中需要具有复杂加压计量供应系统的耐腐蚀设备,给使用带来困难。

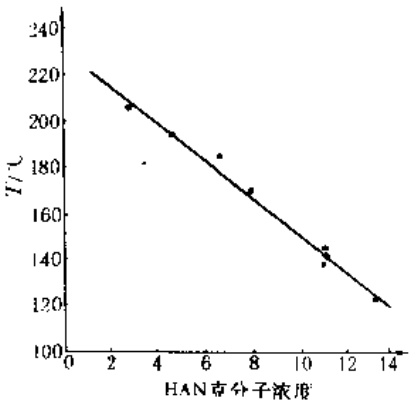


图 9-3 点火温度与 HAN 浓度的关系曲线

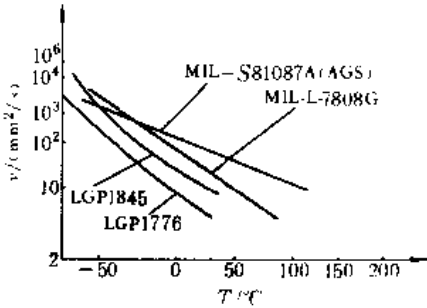


图 9-4 单元燃料粘性 & 温度关系曲线并
与低温润滑剂的比较

表 9-4 自燃与非自燃双元燃料组成及性能

非自燃双元燃料	比能/(kJ/kg)	爆温/K	氧平衡/(%)
JP ₄ /RFNA	1016	3200	
异辛烷/WFNA-90%ig	879	2800	
异辛烷/WFNA	1278	3581	
异辛烷/N ₂ O ₄	1437	3928	
IPA/H ₂ O ₂ -80%ig	1146	2651	-8.5
自燃双元燃料			
MMW/RFNA	1446	3510	-21.9
UDMH/WFNA	1375	3500	-20.0
TEA/WFNA	1302	3671	-20.2
FA/WFNA	1153	3635	-16.7
UDMH/RFNA	1375		

9.2.2 液体燃料性能的基本要求

为了使液体燃料能应用于液体发射药火炮,从内弹道性能、火炮系统、贮存运输、安全使用及经济性等方面对液体燃料性能提出基本要求。

1. 燃烧性能及能量指标

(1) 要求液体燃料具有低闪点或燃点、高蒸气压、易挥发的特性,且可燃浓度极限要宽。

所谓闪点是指液体燃料蒸气与空气的混合物,当其与明火或火花接触时,能够开始闪火的最低温度。当液相也参与燃烧时的最低温度称为燃点。很显然,当闪点或燃点较低时,有利于点火迅速可靠,但对于贮存和输运时也容易发生火灾和爆炸事故。因此,在实际使用中要选择合适的参数和采取安全可靠的措施。

(2) 要求着火或点火延迟时间短而稳定。着火延迟时间是指自燃双元燃料中氧化剂和燃料从开始接触到着火的时间;点火延迟时间是非自燃液体燃料与明火接触到被点燃的时间。它们的长短与燃料的性质有关,若着火或点火时间过长,控制喷射速度不协调,形成燃烧室内液体燃料聚集过多,导致燃烧不稳定性,甚至会发生爆炸。大部分液体燃料的点火延迟时间约在4—30ms之间。

(3) 要求燃烧充分、完全,并具有高热值低爆温的性能。希望燃气的比容要大而比热比要小。

2. 物理性能

液体燃料的物理性能对再生式液体发射药火炮的喷射控制、液体雾化并使之充分燃烧是极其重要的,也是直接影响到内弹道性能的重要因素。只有燃料的喷射规律与其膛内压力变化规律之间满足合理的匹配时,才能达到提高弹丸初速和稳定内弹道性能的目的。对物理性能要求有以下几个方面:

(1) 粘性要小且有低的温度敏感性。若粘性较大,不仅增加流动阻力,而且使燃料在燃烧室中雾化困难,雾化直径增大,不利于混合、蒸发和燃烧。粘性小则对雾化、蒸发、燃烧均有利。同时要求粘性随温度的变化要小,以免造成流阻的变化引起流量的波动,从而影响到膛压曲线的变化规律,造成内弹道性能不稳定,也对火炮在高、低温条件下内弹道的设计增加困难。

气体的粘性随温度增加而增大,液体的粘性随温度增加而减小。液体的粘度从与温度的关系有以下公式

$$\mu(T) = a \exp \frac{b}{T - T_0} \quad (9-1)$$

式中系数 a, b 由实验确定,典型的数据为 $a = 3 \times 10^{-5} \text{Pa} \cdot \text{s}$, $b = 895 \text{K}$ 。

(2) 表面张力要小。液体的表面张力越小,它越容易碎裂成液滴和雾化,提高燃烧效率。同时易形成液膜,湿润膛壁表面,减小身管的烧蚀。表面张力与温度的关系有下述公式

$$\sigma = \sigma^* \left(1 - \frac{T}{T_\sigma}\right)^n \quad (9-2)$$

式中系数的典型值为: $T_\sigma = 588 \text{K}$, $n = 11/9$, $\sigma^* = 7 \times 10^{-2} \text{Pa}$ 。从(9-2)式可以看出,温度 T 等于极限温度 T_σ 时,表面张力为零。

(3) 密度要大,且温度对其影响要小。密度大,意味着可充分利用药室容积,增大装填密度,同时也可以减小贮液室容积,减小消极质量。若密度随温度变化较大,则会影响到喷射流量,从而影响到内弹道的稳定。

(4) 冰点和沸点范围要宽。为了适应火炮在高、低温条件下的使用,一般要求液体燃料的冰点低于 -50°C ,沸点高于 100°C 。在这温度范围内不应发生相变或变为胶状,否则会影响到喷射过程中燃料的输运。

3. 安全性

对于一种发射能源来说,其安全性是十分重要的。要求它无论是在作战还是在贮存、运输

当中,保证在不正常的外界条件干扰下不发生爆炸和着火燃烧,以及对人员和环境的污染。所以,安全性主要是指着火、爆炸危险性及其毒性。

(1) 热敏感性,是指液体燃料受热作用时而发生着火爆炸的敏感程度。低的热分解温度或自燃温度都有利于燃料的点火和燃烧,但对热敏感性程度也同时增大,不利于贮存运输的安全要求。因此,选择燃料时,通常在保证安全的前提下,再考虑满足其它性能的要求。

(2) 火花敏感性,是指液体燃料在诸如电火花、静电火花、机械火花、雷击及明火作用下产生爆炸的敏感程度。衡量火花敏感程度主要有闪点、燃点、爆炸浓度极限和最小引爆能量等因素。高闪点、燃点的液体燃烧对火花敏感性弱,使用比较安全。爆炸浓度极限范围越宽,爆炸可能性也越大。最小引爆能量越小,其引爆的危险性也越大。

(3) 机械敏感性,是指液体燃料在机械作用下发生着火或爆炸的敏感程度。这种机械冲击表现在运输系统中活门突然打开或关闭时所受到的摩擦作用或者压缩等,都会使燃料局部温度上升,因而发生分解或着火现象。机械敏感度包括撞击敏感、振动敏感、摩擦敏感、枪击敏感和压缩敏感等。

(4) 冲击波敏感。在火炮射击及其战争环境下常发生有冲击波现象,如自身的炮口冲击波或其它的高温高压爆炸冲击波。冲击波敏感是表示液体燃料受到流体冲击波作用下能否引起爆炸的特性。描述冲击波敏感的主要有爆轰敏感性、临界直径及冲击波强度等。

4. 稳定性

液体燃料的稳定性直接影响到安全贮存和使用寿命问题。所谓液体燃料稳定性是指物理稳定性和化学稳定性。物理稳定性包括蒸发、吸湿、分层及沉淀等物理作用,这些作用将影响到燃烧性能。如蒸发现象,不但使燃料损失,浓度变小,质量下降,而且会污染环境甚至造成人员死亡。对单元燃料要避免分层或胶化现象发生,否则会影响其组分的均匀性,从而使内弹道性能变坏。化学稳定性主要指液体燃料贮存后其质量的变化以及同材料的相互作用,如在贮存过程中发生氧化和分解,都会影响到燃料性能的变化。

5. 经济性

要求原料成本低,来源广泛,立足于国内;生产工艺过程简单,周期性短;燃料使用寿命长。

从以上对液体燃料基本要求的讨论中可以看出,有些要求是相互矛盾的,往往是对某些性能有所改善,而另一些性能却可能恶化。因此,在液体燃料研制或选择当中,不能片面地追求某些性能指标,而应该从整个武器系统性能的综合指标出发,对液体燃料提出合理的要求。

§ 9.3 液体发射药火炮的内弹道循环

液体发射药火炮就其发射原理来说与固体发射药火炮没有本质上的差别,它们同属于化学推进装置。都是利用发射装药在燃烧过程中将其化学能转变为热能以及产生高温高压的燃气,推动弹丸做功,并将其以一定的速度抛射出膛外。然而液体发射药火炮的装药结构及其内弹道循环与固体发射药火炮却有本质上的不同,例如,燃料的气体生成速率是影响内弹道循环的一个重要因素。固体发射药是通过火药的组分及药粒的几何形状的设计,以达到预定燃速和燃烧面变化规律,从而控制气体生成速率;而液体发射药火炮则不同,对于整装式液体发射药火炮是通过流体力学不稳定性原理使液体燃料破碎而形成一定的燃烧表面积;对于再生式液体发射药火炮,它所需要的燃烧表面积是按射击过程中的需要由注入喷射方式得以实现。另

外,液体发射药火炮的点火和燃烧机制也不同于固体发射药火炮,点火方式随所选取的液体燃料不同而不同,喷射过程中射流破碎长度、形成液滴大小与分布、液滴的扩散和混合以及液滴的燃烧将对内弹道循环产生很显著的影响。从这个意义上说,与固体发射药火炮相比,液体发射药火炮无论在概念、结构和技术方面又是一种全新的火炮。以下分别讨论整装式和再生式液体发射药火炮的内弹道循环。

9.3.1 整装式液体发射药火炮的内弹道循环

整装式液体发射药火炮的装药结构类似于固体发射药火炮的整装式装药结构,将液体燃料直接装填在弹后空间的药室中,可获得大的装填密度,通常情况下装填密度可在 $1\text{g}/\text{cm}^3$ 到 $1.45\text{g}/\text{cm}^3$ 之间。整装液体发射药火炮的机械结构最为简单,但内弹道过程却很复杂,特别是内弹道过程难以控制。实验证明,点火方式及其点火能量将影响到压力曲线的形状,在大多数情况下都有双峰现象,如图 9-5 所示。第一峰值的大小与点火能量释放有关,而第二峰值取决于整装式液体发射药火炮内弹道过程中所固有的液体燃料破碎机制。整装式装药结构一般采用底部点火方式,这样容易产生流动的不稳定性,导致液体燃料的破碎,增大燃烧表面积,提高燃烧效率,因而也使弹道效率增加。药室中存在空隙也使内弹道过程变得复杂,若空隙处于某一个局部位置,则系统成为非对称、非均匀状态,使得数学描述困难。另外,空隙在绝热压缩条件下,图 9-5 典型的整装液体发射药火炮的压力曲线有可能使膛内出现二次点火,使过程更为复杂。康麦尔(Comer)等人根据一些实验结果提出

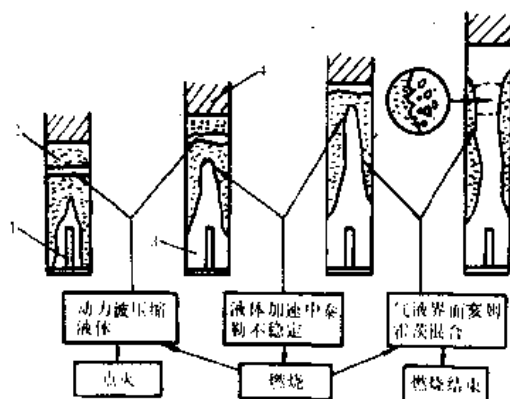
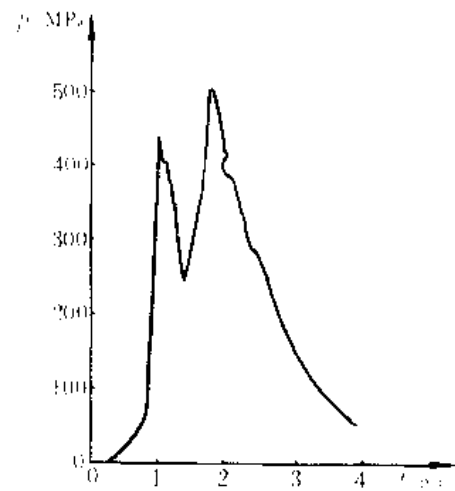


图 9-6 整装式液体发射药火炮内弹道过程

1—底火;2—液体药;3—气体;4—弹丸

的液体柱一起推向前进,正如泰勒(Taylor)分析那样,这种液面加速过程是不稳定的。气液相互作用面的非稳定发展,将导致“泰勒空腔”的形成。这个空腔最终将穿过整个液柱直至弹底。

李威斯(Lewis)指出:空腔头部穿越液体的速度与液体表面加速度增量和空腔半径乘积的平方根成正比。康麦尔对此又作了改进,他的关系式建立在泰勒不稳定性分析结果的基楚上,

整装式液体发射药火炮的内弹道模型,整个内弹道过程如图 9-6 所示。假设气隙均匀分布在某一个断面上,底部点火类似于在膛底发生一个轻微的水下爆炸,使膛底局部空间形成气泡或空腔。腔内由于点火产生的炽热气体引起初始的冲击波,经多方位反射使压力波系变得异常复杂。压力波引起气液接触表面的相互作用,使接触表面出现分裂,更加促使液体燃料与燃烧产物的混合。根据实验数据的分析,膛压曲线的第一个峰值发生在弹丸起动之前,这时液体燃料只烧去一小部分(约 5%)。当弹丸起动后,膛底的高压空腔将弹丸和夹在弹丸和空腔之间的

即

$$v_c = c_1 \left[r_c a \left(\frac{\rho_L - \rho_g}{\rho_L + \rho_g} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (9-3)$$

式中 v_c 为空腔头部运动速度, r_c 为空腔半径, a 为加速度, ρ_L 、 ρ_g 分别为流体和气体密度, c_1 为决定于液体性质、液体质量及几何特征的系数, 并由实验确定。

当空腔达到弹底后, 液体将形成环绕药室壁面的环形体而保持下去。高速气流通过环体内孔, 气液之间相对运动使环状液体更加不稳定而产生湍流混合。这就是所谓开尔文-亥姆霍茨不稳定效应。流动的不稳定性进一步促使液体表面被侵蚀而形成液滴, 其侵蚀速度与作用在液面上的速度差成正比, 即

$$\dot{r}_c = c_2 (u_g - u_L) \quad (9-4)$$

式中 \dot{r}_c 为液面侵蚀速度, 系数 c_2 由实验确定。

达雷曼(J·C·Dallaman)等人给出在液体薄层中大气流脉动条件下的雾化速率关系式

$$\dot{r}_A = K_A \left(\frac{\dot{m}_L - \dot{m}_{Lc}}{S_e} \right) u_g^2 (\bar{\rho}_g \bar{\rho}_L)^{\frac{1}{2}} \quad (9-5)$$

式中 \dot{m}_L 和 \dot{m}_{Lc} 分别为液体质量流率和在体积平均流速 u_g 条件下液体开始雾化的临界质量流率, S_e 是湿润周长, K_A 为雾化速率常数, $\bar{\rho}_g$ 、 $\bar{\rho}_L$ 分别为气体和流体的平均密度。

亥姆霍茨的不稳定效果, 使燃料不断地被破碎和充分混合, 燃烧面进一步扩大, 使燃烧更加充分。这正是整装式液体发射药火炮内弹道循环的主要过程, 也是能否达到预期内弹道性能的关键所在。然而, 由流动不稳定而产生的破碎机理带有很大的随机性, 这是整装式液体发射药火炮内弹道性能难以控制的一个重要原因。另外, 亥姆霍茨不稳定分析是基于一种“薄”流体层的假设, 而不是通常的半有限液体介质。虽然上述分析有些理想化, 但它还是能解释其中某些过程。

南柏顿(J·D·Knapton)等人采用 HAN 基火药的整装式液体发射药火炮射击结果如表 9—5 所列。

表 9—5 整装式液体发射药火炮射击结果

口径/mm	点火方式	弹丸质量/g	ω/m	发数	p_m/MPa	$v_0/(\text{m/s})$	标准偏差	
							$\Delta v/(\text{m/s})$	$\frac{\Delta v}{v_0}/(\%)$
38.8	烟火剂 端面开孔	329	1.10	5	529	1569	39	2.5
38.8	烟火剂 端面开孔	329	1.105	5	490	1549	19	1.2
38.8	烟火剂 径向开孔	328	1.10	7	491	1533	42	2.7
38.8	烟火剂 径向开孔	323	1.13	13	507	1531	32	2.1
38.8	烟火剂 径向开孔	191	2.26	3	535	1791	29.3	1.6
38.8	烟火剂 径向开孔	191	2.32	3	562	1803	22.6	1.3

图 9-7 给出 105mm 固体发射药火炮和 37mm 整装式液体发射药火炮射击获得的初速与装填比(ω/m)的关系曲线。从图中曲线可以看出,在相同的装填比条件下,两种火炮所得到的内弹道性能也大致相同。

9.3.2 再生式液体发射药火炮的内弹道循环

再生式液体发射药火炮内弹道循环主要是通过机械控制液体燃料喷射规律来完成的。当喷射流率、燃气生成速率和弹丸运动之间达到某种合理匹配时,膛内压力曲线形成一种平台效应,在最大压力以后的一段时间内保持压力基本不变。这种平台效应增大了炮膛工作容积利用系数,使在相同膛压下能有效地增加弹丸初速。一种典型的再生式膛压曲线如图 9-8 所示。

整个 $p-t$ 曲线可大致分为五个阶段。

(1) 内弹道初始阶段。点火装置点火后,产生的燃气使燃烧室压力升高,当压力达到一定数值时,开始推动活塞后退而压缩贮液室中的燃料,受压缩的燃料通过活塞上的小孔喷射到燃烧室,形成了喷射过程。

(2) 点火延迟阶段。在这一阶段中,活塞继续后退,喷射出来的燃料在燃烧室内积累起来,点火药气体通过对流传热将热量传给喷射雾化后的燃料。这种燃料积累现象对内弹道性能有很大的影响,若点火延迟时间过长,燃烧室中燃料的积累就很多,一旦被点燃可能产生超压而发生膛炸现象。

(3) 压力上升阶段。当冷态的燃料被点燃后,预先积累在燃烧室中的燃料迅速地燃烧,压力上升,活塞被加速,速度升至最大值,与此同时弹丸也开始加速运动。

(4) 平台效应阶段。膛内压力到达最大值以后压力基本保持不变。这种平台效应的形成,主要是喷射出来的液体燃料燃烧后气体生成量与流入身管和补偿活塞运动气体量之间达到某种平衡状态。平台效应也正是再生式液体发射药火炮所期望的,只有造成这种平台效应才有可能使液体发射药火炮的内弹道性能优于固体发射药火炮。

(5) 燃气膨胀阶段。活塞运动到位后,喷射过程也相继结束,但膛内的液体燃料仍继续燃烧。这时膛压开始下降,当燃料全部燃完后,燃气继续膨胀做功,直至将弹丸射出膛口。整个膛内过程到此结束。

再生式液体发射药火炮的内弹道循环中经常伴随产生一种压力振荡现象。它属于一种噪音级的压力振荡。典型的振荡压力曲线如图 9-9 所示。哈森滨(Hasenbein)在 40mm 简单直边活塞再生式火炮试验中,测得在整个内弹道过程中压力振荡频率大约在 10~12kHz 之间变化,他认为这种振荡与液体火箭发动机中的压力振荡相类似。美国通用电气公司在 105mm 再生式液体发射药火炮的试验中也发现存在压力振荡现象。在燃烧室中测得压力曲线振荡频率在 17

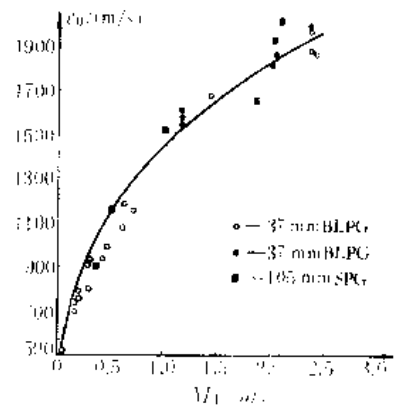


图 9-7 初速与装填比的关系

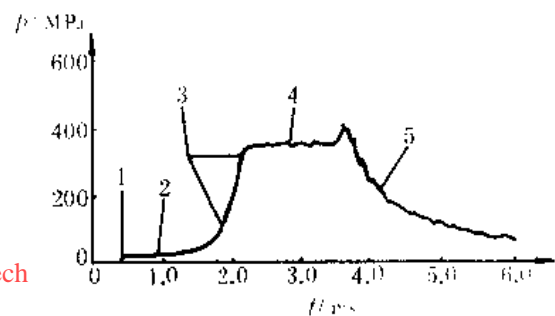


图 9-8 典型的再生式膛压曲线

1—点火作用;2—喷射积累;3—积累与燃烧;
4—准平衡阶段;5—膨胀

~20kHz 之间变化。产生这种压力振荡的原因大致有：①喷射流体的脱壁与重附作用；②再生式活塞的冲击及机械振荡；③前两种因素的综合作用；④燃烧室及贮液室的声学振荡；⑤燃烧室被活塞所激励而产生的应力波；⑥电子噪音等。

喷射过程是影响再生式液体发射药火炮内弹道循环的重要因素。图 9-10 给出了总喷射

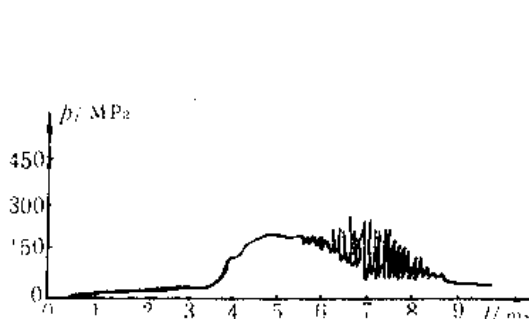


图 9-9 40mm 再生式液体发射药火炮压力曲线

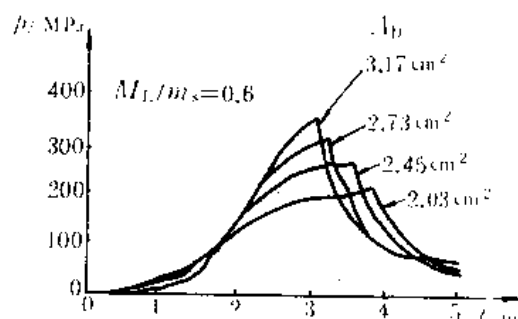


图 9-10 喷射面积对压力曲线的影响

面积对压力曲线的影响效果。当喷射面积从 2.03cm^2 增至 3.17cm^2 时(增加 56%)，最大压力从 186.0MPa 增至 338.0MPa (增加 32.5%)，初速从 1043m/s 增至 1139m/s (增加 9.2%)。在高装填比的类似试验中，对应于总喷射面积为 $2.84, 3.85, 4.40$ 和 5.14cm^2 ，炮口速度分别为 $1258, 1346, 1417$ 和 1468m/s ，所得的曲线类似于图 9-10 的压力曲线。当保持总喷射面积不变时，喷孔直径减小，会导致燃料初始积累减慢，使膛压曲线上升也变得缓慢。若喷孔长度增加一倍时，则最大压力和初速都明显的下降。因此，最大压力和初速直接与喷射装置的设计有关。

活塞最大行程的变化，必然引起总的装药量的变化，在弹丸质量不变的情况下，使得装填比增大。图 9-11 表示不同的活塞最大行程对膛内压力曲线的影响。在试验中发现，当活塞行程增加时，最大压力变化很小，但压力平台区却在增加。由此可见，当膛内准稳态燃烧过程一旦形成，则在活塞运行期间平台将继续保持下去。

图 9-12 表示在不同的最大压力条件下，装填比的变化对初速的影响。图中所表示的在

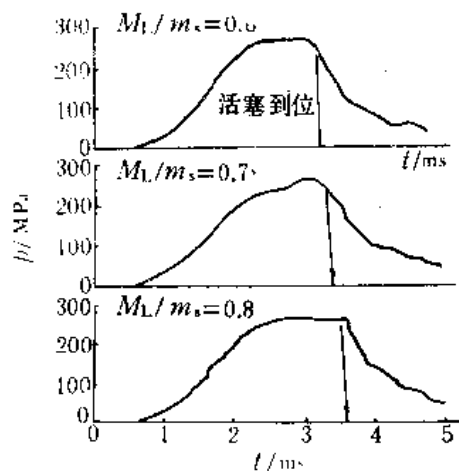


图 9-11 装填比对膛压曲线的影响

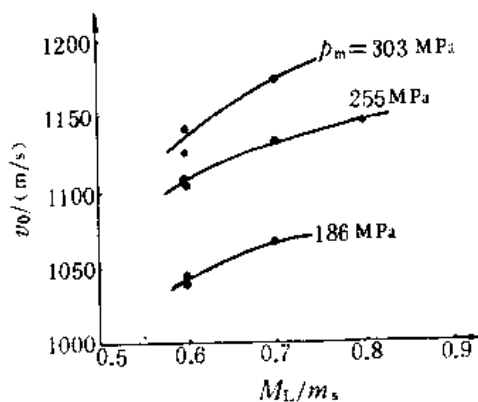


图 9-12 装填比参数试验结果

三个不同最大压力条件下装填比对初速的影响。所得的结果与常规的固体发射药火炮相类似。表 9-6 列出再生式液体发射药火炮的射击数据。

表 9—6 再生式液体发射药火炮内弹道射击数据

口径/mm	燃料 类型	射击 发数	药量/kg	ω/m	行程/m	膨胀比	初速/(m/s)	压力/MPa	弹道效率/(%)	
									试验	计算
25	OTTO I	8	0.116	0.834	2.13	7.65	946	183	21.1	24.0
30	OTTO I	4	0.197	0.583	2.44	8.50	946	119	19.6	23.9
30	LP1845	4	0.234	0.812	2.44	8.50	1019	195	13.9	17.5
30	LP1846	3	0.227	0.787	2.44	8.50	1014	196	15.0	18.0
105	OTTO I	3	1.03	0.092	5.18	15.90	501	110	36.2	39.8
105	OTTO I	2	1.08	0.096	5.18	15.90	511	114	37.7	41.5
105	OTTO I	2	1.96	0.157	5.18	12.80	562	194	40.4	41.9
105	OTTO I	2	2.10	0.161	5.18	12.80	561	266	39.5	45.1
105	OTTO I	2	3.13	0.250	5.18	10.40	755	196	33.9	38.3
105	OTTO I	8	3.22	0.278	5.18	10.40	810	245	35.0	37.7

§ 9.4 再生式液体发射药火炮内弹道零维模型

到目前为止,描述再生式液体发射药火炮内弹道模型是多种多样的。大致可分为两大类,一类是经典模型,这种模型是以弹后空间平均参量来描述内弹道过程的,忽略其流动过程,用简单的拉格朗日假设建立起弹底、膛底和平均压力之间的关系,如摩瑞森(W·F·Morrison),柯菲(T·P·Coffee),培根(G·Pagan)以及库克(G·C·Cook)等人所提出的模型。另一类是多相流模型,这种模型应用近代的多相流体力学理论,研究弹后空间弹道参量分布值的变化规律,在这方面研究的有高夫,夏佛思(P·Schaffers)以及汉斯(R·W·Heiser)等人。在高夫的模型中,仅在燃烧室内采用多相流模型,而在身管中则用集总参数模型。然而在所有的模型中都回避了液体燃料喷射雾化的复杂性,采用一些经验的方法,没有在理论上作深入的研究。

9.4.1 内弹道模型应考虑的因素

1. 活塞运动

活塞运动规律直接影响液体燃料的喷射规律。目前对再生活塞的运动方程,仅考虑压力和摩擦力。然而,喷射孔流出的流体动量、贮液室中的液体惯性同样对活塞加速运动,亦即对燃料的喷射有明显的影晌。

2. 燃料的喷射

燃料喷射通常采用静态的伯努利方程进行模拟。但是,在柯菲和爱德曼(R·B·Edelman)等人的研究报告中认为流量系数在内弹道过程中是个变量,约在 0.2~1.0 之间的较宽范围变化。爱德曼利用二维轴对称流动模拟小孔流量,计算得到的结果与根据喷孔两侧压力差的平方根计算得到的质量流量(即按伯努利方程)之比,给出了一个流量系数随时间变化的估算公式,流量系数是时间的单调递增函数。柯菲则不同,利用实验得到的火炮膛内压力及其活塞与弹丸位移的实验结果,再根据伯努利方程描述液体喷射,液滴颗粒直径采用索特尔(Sauter)平均直径。在此基楚上,流进燃烧室中的质量流量、小孔流量系数、燃烧室中气体生成速率以及燃料在燃烧室中的积累均可计算出来。计算出的小孔流量系数开始迅速上升而接近于理论值,然后下

降到 0.25, 后来又重新接近理论值。流量系数的突然变化与喷射面积突然变化是一致的。

3. 液体燃料的燃烧

喷入到燃烧室中的液体燃料, 它所形成的射流破碎、积累、点火及燃烧是现有大多数内弹道模拟所力求要解决的问题。但是, 目前尚未了解其具体过程。对于这些过程的处理, 通常采用球形液滴的假设, 它由韦伯数确定或人为给定; 液滴的蒸发(分解)与压力的关系式采用线性速率公式; 点火后的燃速则用类似于固体火药颗粒燃烧的关系式。这些假定显然是很粗糙的, 但与实验结果相比, 还能获得较好的一致性。

4. 本构方程

为了使控制方程组成为封闭形式, 需要补充与物性和物态有关的本构方程。例如, 在贮液室中需要有一个描述液体燃料的状态方程。在燃烧室中也需要有一个液体和燃烧产物混合物的状态方程。对于单元 HAN 燃料, 采用改进后的泰特(Tait)方程, 即压力为密度的强函数, 它非常适用于其压力与密度的测定结果, 或者将压力和密度的关系用体积模量来表示。燃烧产物的状态方程一般采用诺贝尔-阿贝尔方程。

5. 入口流和管内流

对身管起始部的入口流处理方法通常是采用修正后的伯努利方程, 该方程考虑到流体从燃烧室进入身管的入口损失, 同时假定流动是等熵的。高夫和柯菲均采用了这个模型。试验证明, 从药室进入身管的压力降与上述模拟结果是一致的。

身管内的流动模型是多种多样的, 从简单的拉格朗日近似假设方法到一维两相流处理方法。摩瑞森等人推荐采用拉格朗日方程。对再生式液体发射药火炮, 考虑到身管入口处速度为零, 改进后的拉格朗日方程为

$$p(x) = p_b + \frac{M_L}{2m}(p_b - p_f)\left[1 - \left(\frac{x}{L}\right)^2\right] + \frac{M_L}{2m}\left[\dot{v}_b + v_b\left(\frac{v - v_b}{L}\right)\right]\left[1 - \left(\frac{x}{L}\right)^2\right] \quad (9-6)$$

中 p_b 为弹底压力, p_f 为弹丸阻力, M_L 和 m 分别为燃料和弹丸质量, \dot{v}_b 和 v_b 分别为身管入口处流动加速度和速度, L 为弹底坐标。柯菲曾采用该式在一维管流计算结果与实验数据的对比中取得较好的一致性。

9.4.2 物理模型及基本假设

再生式液体发射药火炮的内弹道循环是一个极其复杂的物理化学过程。它不仅存在类似于常规的固体发射药火炮内弹道现象的复杂性, 而且由于液体燃料的喷射雾化等过程的加入, 使得所研究的问题更加复杂化, 其中主要是对喷射雾化过程目前尚了解不多。在一般情况下, 喷射雾化成液滴的尺寸是不均匀的, 存在某种分布, 即使采取某种平均直径, 但由于注入燃烧室先后的时间差, 正在燃烧的液滴群尺寸也是不一致的。另外, 稠密的液滴群的相互作用, 在雾化过程中还存在二次破碎或聚并现象。这对建立内弹道数学模型及其数值解带来很大的困难。液滴的燃烧也不同于固体药粒的燃烧, 特别在燃烧过程中液滴的蒸发对燃烧有着明显地影响。为了满足工程上的应用, 提出以下的假设:

(1) 喷射液体燃料被雾化为球形颗粒, 颗粒直径满足下述关系式, 即

$$d_L = C_1 u_L^n \quad (9-7)$$

式中 u_L 为液体喷射速度, 系数 C_1 和 n 由实验确定。文献[13]根据在直径为 1~2mm 单一喷射和液体喷射速度为 30~300m/s 条件下的实验结果, 得到

$$d_L = 1.2u_L^{-1.8} \quad (9-8)$$

(2) 不考虑雾化后的液滴二次破碎或聚并现象,即雾化后的液滴数保持不变。

(3) 燃气和贮液室中液体燃料的状态方程分别满足以下形式

$$p_c \left(\frac{1}{\rho_g} - \alpha \right) = RT \quad (9-9)$$

$$\rho_L \frac{dp_L}{d\rho_L} = Cp_L + B \quad (9-10)$$

式中 p_c 为燃烧室压力, α 为余容, p_L 为贮液室中液体燃料压力, ρ_L 为液体密度。 B 和 C 分别为体积模量和体积模量系数,并由实验确定。

(4) 液滴燃烧规律类似于固体发射药的燃烧规律。对于球形液滴,它的线燃速和相对已燃百分数 ψ 分别为

$$\frac{dz}{dt} = \frac{u_1}{r_{L0}} p_c^* \quad (9-11)$$

$$\psi = 3z(1 - z + \frac{1}{3}z^2) \quad (9-12)$$

式中 r_{L0} 为液滴初始半径, $z = \delta/r_{L0}$ 为相对燃烧厚度, δ 为已燃厚度。

(5) 喷射孔中的流动满足非稳态的伯努利方程,即

$$\rho_L L_D \frac{du_L}{dt} = p_L - p_c - \frac{\rho_L}{2} \left(\frac{u_L}{C_D} \right)^2 \quad (9-13)$$

式中 L_D 为喷射孔长度, C_D 为喷射系数。

(6) 弹后空间的压力分布满足拉格朗日近似假设 $\partial \rho_g / \partial x = 0$ 。

(7) 忽略弹丸的挤进过程,当膛内压力达到弹丸起动压力 p_{s0} 时弹丸开始运动。对于活塞,当膛内压力达到 p_{s0} 时活塞开始运动,并假设 $p_{s0} \geq p_{s0}$ 。

9.4.3 基本方程

1. 质量守恒方程

(1) 燃烧室质量守恒。设燃料总质量为 M_L , 喷射质量流量为

$$\dot{m}_L = C_D A_D \rho_L u_L \quad (9-14)$$

则总流量 Y 和相对流量 η 分别为

$$Y = \int_0^t \dot{m}_L dt = \int_0^t C_D A_D \rho_L u_L dt \quad (9-15)$$

$$\eta = \frac{Y}{M_L} = \frac{C_D A_D}{M_L} \int_0^t \rho_L u_L dt \quad (9-16)$$

考虑到注入燃烧室的雾化液滴的先后顺序,在喷射的整个时间内将雾化液滴分成 N 个颗粒群。设第 i 群液滴的质量为 m_i , 颗粒的线燃速为 \dot{r}_i , 总燃烧表面积为 S_i , 则该液滴群的气体生成速率为

$$\frac{d\psi_i}{dt} = \frac{\rho_L S_i \dot{r}_i}{m_i}$$

或

$$\psi_i = \frac{1}{m_i} \int_0^t \rho_L S_i \dot{r}_i dt \quad (9-17)$$

总的气体生成相对百分数 ψ 为

$$\psi = \sum_{i=1}^N \alpha_i \psi_i \quad (9-18)$$

式中 α_i 是第 i 群液滴的百分数。若任一时间间隔 Δt_i , 其流量为 \dot{m}_{Li} , 则 α_i 为

$$\alpha_i = \frac{\dot{m}_{Li} \Delta t_i}{M_L} = \eta_i \quad (9-19)$$

由此可见, 第 i 群的液滴百分数等于在该时间间隔内的相对流量。

若某瞬间燃烧室内燃料积累量为 m_a , 则相对积累量为

$$Q = \frac{m_a}{M_L}$$

于是燃烧室内的质量守恒为

$$Q = \eta - \psi \quad (9-20)$$

根据液滴球形假设, 任意瞬间一颗液滴的体积和表面积分别是

$$V_1 = \frac{4}{3} \pi r_L^3$$

$$S_1 = 4 \pi r_L^2$$

在 Δt_i 内流入燃烧室总质量为 $M_L \eta_i$, 则第 i 群液滴数 n_i 可表示为

$$n_i = \frac{3 M_L \eta_i}{4 \pi r_L^3 \rho_L} \quad (9-21)$$

总面积为

$$S_i = n_i S_1 = \frac{3 M_L \eta_i}{4 \pi r_L^3 \rho_L} 4 \pi r_L^2 = \frac{3 M_L \eta_i}{\rho_L r_L} \quad (9-22)$$

则第 i 群的气体生成速率可表示为

$$\frac{d\psi_i}{dt} = \frac{\rho_L r_L 3 M_L \eta_i}{\rho_L r_L M_L \eta_i} = \frac{3}{r_L} \quad (9-23)$$

由(9-16)式可得

$$\frac{d\eta}{dt} = \frac{C_D A_D}{M_L} \rho_L u_L \quad (9-24)$$

(2) 贮液室质量守恒。设贮液室初始容积为 V_{L0} , 初始密度 ρ_{L0} , 活塞在某时刻运动距离为 l , 贮液室断面积为 A_R , 则

$$V_{L0} \rho_{L0} - (V_{L0} - A_R l) \rho_L = M_L \eta$$

由于 $V_{L0} \rho_{L0} = M_L$, 则有

$$\rho_L = \frac{M_L (1 - \eta)}{V_{L0} - A_R l} \quad (9-25)$$

2. 状态方程

(1) 燃气状态方程。设燃烧室起始容积为 V_0 , 弹丸和活塞行程分别为 l_e 和 l_p , 由(9-9)式的诺贝尔—阿贝尔状态方程, 则有

$$p_c = \frac{M_L \psi R T}{V_p} = \frac{M_L \psi f \tau}{V_p} \quad (9-26)$$

式中

$$V_p = V_0 + A l_e + A_c l_p - M_L (\eta - \psi) / \rho_L - M_L \psi \alpha$$

$$f = RT,$$

$$\tau = \frac{T}{T_1}$$

A 为炮膛断面积, A_c 为燃烧室断面积, f 为液体燃料的火药力, τ 为相对温度。

(2) 贮液室中液体燃料状态方程。由(9-10)式, 有

$$\frac{d\rho_L}{\rho_L} = \frac{dp_L}{Cp_L + B} = \frac{1}{C} \frac{d(Cp_L + B)}{Cp_L + B}$$

积分上式

$$\int_{\rho_{L0}}^{\rho_L} \frac{d\rho_L}{\rho_L} = \int_{p_{L0}}^{p_L} \frac{1}{C} \frac{d(Cp_L + B)}{Cp_L + B}$$

则有

$$\rho_L = \rho_{L0} \left(\frac{Cp_L + B}{Cp_{L0} + B} \right)^{\frac{1}{C}} \quad (9-27)$$

3. 能量方程

不考虑热损失, 作绝热过程处理, 热损失作间接修正, 增大绝热指数 k 或减少火药力。弹丸运动过程中所产生的阻力以及燃气运动等次要功, 通过次要功系数修正。由热力学第一定律, 于是能量方程可表示为

$$M_L \psi RT = M_L \psi f - \frac{\theta}{2} \varphi_s m_s v_s^2 - \frac{\theta}{2} \varphi_p m_p v_p^2$$

式中 v_s 、 v_p 分别为弹丸和活塞运动速度, φ_s 和 φ_p 分别为弹丸和活塞运动的次要功计算系数。 $\theta = k - 1$, k 为绝热指数。上式可变为

$$M_L \psi f (1 - \tau) = \frac{\theta}{2} \varphi_s m_s v_s^2 + \frac{\theta}{2} \varphi_p m_p v_p^2 \quad (9-28)$$

4. 弹丸和活塞运动方程

用平均压力表示运动方程, 它们分别为

$$\varphi_s m_s \frac{dv_s}{dt} = A p_c \quad (9-29)$$

$$\varphi_p m_p \frac{dv_p}{dt} = p_r (A_c - A_b) - p_L (A_s - A_b) \quad (9-30)$$

式中 m_s 和 m_p 分别表示弹丸和活塞的质量, A_b 为喷射孔的断面积。

5. 燃烧方程

由假设(4), 第 i 群液滴的线燃速和相对已燃百分数分别为

$$\frac{dz_i}{dt} = \frac{\bar{u}_i}{r_{L0}} p_c^* \quad (i = 1, 2, \dots, N) \quad (9-31)$$

$$\psi_i = 3z_i \left(1 - z_i + \frac{1}{3} z_i^2 \right) \quad (i = 1, 2, \dots, N) \quad (9-32)$$

9.4.4 再生式液体发射药火炮内弹道封闭方程组

根据上述推导结果, 内弹道封闭方程组为

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{d\eta}{dt} &= \frac{C_D A_D}{M_L} \rho_L u_L \\
 \frac{du_L}{dt} &= \frac{1}{\rho_L L_D} \left[p_L - p_c - \frac{\rho_L}{2} \left(\frac{u_L^2}{C_D} \right) \right] \\
 \frac{dz_i}{dt} &= \frac{u_i}{r_{L0}} p_c^* \quad (i = 1, 2, \dots, N) \\
 \frac{dl_s}{dt} &= v_s \\
 \frac{dl_p}{dt} &= v_p \\
 \frac{dv_s}{dt} &= \frac{A p_c}{\varphi_s m_s} \\
 \frac{dv_p}{dt} &= \frac{1}{\varphi_p m_p} \left[p_c (A_c - A_D) - p_L (A_R - A_D) \right] \\
 \psi_i &= 3z_i \left(1 - z_i + \frac{1}{3} z_i^2 \right) \quad (i = 1, 2, \dots, N) \\
 M_L \psi f (1 - \tau) &= \frac{\theta}{2} \varphi_s m_s v_s^2 + \frac{\theta}{2} \varphi_p m_p v_p^2 \\
 M_L (1 - \eta) &= \rho_L (V_{LC} - A_R l_p) \\
 \rho_L &= \rho_{L0} \left(\frac{C p_L + B}{C p_{L0} + B} \right)^{\frac{1}{\tau}} \\
 p_c &= \frac{M_L \psi f \tau}{V_p}
 \end{aligned} \right\} \quad (9-33)$$

81tech

式中

$$V_p = V_0 + A l_s + A_c l_p - M_L (\eta - \psi) / \rho_L - M_L \psi \alpha$$

$$\psi = \sum_{i=1}^N \alpha_i \psi_i$$

方程组(9-33)中包含变量有 $p_c, p_L, v_s, v_p, u_L, l_s, l_p, \tau, \psi, z, \eta$ 和 ρ_L 等 12 个变量, 相对应的有 12 个方程, 方程组是封闭的。封闭的方程组是由常微分方程和代数方程所组成, 在一般情况下不可能得到分析解, 因此只能数值求解。

9.4.5 初始条件

解(9-33)方程组是属于初值问题, 因此只需给出初始条件即可。设 p_{s0} 和 p_{r0} 分别为弹丸和活塞的起动压力, 且 $p_{s0} \geq p_{r0}$ 。

(1) 当 $p_c \leq p_{r0}$ 时, 活塞尚未运动。膛内由于点火具的作用使压力逐渐升高。当压力达到 p_{r0} 时, 活塞开始运动。这一过程不存在喷射和燃烧现象。

(2) 当 $p_{r0} < p_c < p_{s0}$ 时, 只有活塞运动, 弹丸仍然处于静止状态。由于活塞运动, 贮液室中的燃料通过活塞上的小孔喷入燃烧室, 经点火加热后开始燃烧。这阶段的初始条件是

$$\begin{aligned}
 p_c &= p_{r0}, \quad \tau = 1 \\
 l_s &= l_p = v_s = v_p = 0
 \end{aligned}$$

$$\eta = \psi = z = 0$$

弹道参量的变化规律由下述方程求解

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\eta}{dt} &= \frac{C_b A_b}{M_L} \rho_L u_L \\ \frac{du_L}{dt} &= \frac{1}{\rho_L L_b} [p_L - p_c - \frac{\rho_L}{2} (\frac{u_L}{C_b})^2] \\ \frac{dz_i}{dt} &= \frac{\bar{u}_1}{r_{L0}} p_c^* \quad (i = 1, 2, \dots, N) \\ \frac{dl_r}{dt} &= v_r \\ \frac{dv_r}{dt} &= \frac{1}{\varphi_r m_r} [p_c (A_c - A_b) - p_L (A_R - A_b)] \\ \psi_i &= 3z_i (1 - z_i + \frac{1}{3} z_i^2) \quad (i = 1, 2, \dots, N) \\ M_L \psi f (1 - \tau) &= \frac{\theta}{2} \varphi_r m_r v_r^2 \\ M_L (1 - \eta) &= \rho_L (V_{L0} - A_R l_r) \\ \rho_L &= \rho_{L0} \left(\frac{C p_L + B}{C p_{L0} + B} \right)^{\frac{1}{\bar{c}}} \\ p_c &= \frac{M_L \psi f \tau}{V_r} \end{aligned} \right\} \quad (9-34)$$

式中

$$V_r = V_0 + A_c l_r - M_L (\eta - \psi) / \rho_L - M_L \psi \alpha$$

$$\psi = \sum_{i=1}^N \alpha_i \psi_i$$

(3) 当 $p_c = p_{c0}$ 时, 弹丸开始运动, 计算方程组转到(9-33)式。以 $p_c = p_{c0}$ 时刻所计算得到的弹道参量作为该阶段的初始条件。

9.4.6 平台效应条件

平台效应条件应满足

$$\frac{dp_c}{dt} = 0 \quad \text{或} \quad \frac{dp_c}{dl_r} = 0$$

对状态方程求导数得

$$\begin{aligned} \frac{dp_c}{dt} V_r + p_c \left[A \frac{dl_r}{dt} + A_c \frac{dl_r}{dt} - \frac{M_L}{\rho_L} \left(\frac{d\eta}{dt} - \frac{d\psi}{dt} \right) - M_L \alpha \frac{d\psi}{dt} \right] \\ = M_L f \frac{d\psi}{dt} \tau + M_L f \psi \frac{d\tau}{dt} \end{aligned} \quad (9-35)$$

根据能量方程可得

$$M_L f \frac{d\psi}{dt} - M_L f \tau \frac{d\psi}{dt} - M_L f \psi \frac{d\tau}{dt} = \theta \varphi_r m_r v_r \frac{dv_r}{dt} + \theta \varphi_r m_r v_r \frac{dv_r}{dt}$$

由弹丸和活塞的运动方程,上式为

$$M_L f \frac{d\psi}{dt} - M_L f \tau \frac{d\psi}{dt} - M_L f \psi \frac{d\tau}{dt} = \theta A p_c v_s + \theta v_p [p_c (A_c - A_d) - p_L (A_R - A_D)]$$

将其代入(9-35)式,整理后可得

$$\begin{aligned} \frac{dp_c}{dt} = \frac{p_c}{V_p} \left\{ \left(\frac{f}{p_c} - \frac{1}{\rho_L} + \alpha \right) M_L \frac{d\psi}{dt} + \frac{M_L}{\rho_L} \frac{d\eta}{dt} - (1 + \theta) A v_s \right. \\ \left. - v_p [\theta (A_c - A_D) - \frac{\theta p_L}{p_c} (A_R - A_D) + A_c] \right\} \end{aligned} \quad (9-36)$$

由(9-36)式可以得出,影响燃烧室压力变化规律的因素主要有气体生成速率 $d\psi/dt$ 、相对流量速率 $d\eta/dt$ 以及弹丸运动速度 v_s 和活塞运动速度 v_p 。前两个因素使压力上升,后两个因素使压力下降。当两种相反的影响因素达到平衡状态时,腔内压力也处于平衡压力,即 $dp_c/dt=0$ 。于是由(9-36)式可得平衡压力 p_{eq} 关系式

$$\begin{aligned} \left(\frac{f}{p_{eq}} - \frac{1}{\rho_L} + \alpha \right) M_L \frac{d\psi}{dt} + \frac{M_L}{\rho_L} \frac{d\eta}{dt} - (1 + \theta) A v_s \\ - v_p [\theta (A_c - A_D) - \frac{\theta p_L}{p_{eq}} (A_R - A_D) + A_c] = 0 \end{aligned}$$

某瞬间 t 燃烧室内积累量为 m_a , 颗粒平均直径为 r_{cp} , 则气体生成速率为

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{3(\eta - \psi)}{r_{cp}} u_1 p^*$$

再根据(9-24)式,则有

$$\begin{aligned} \left(\frac{f}{p_{eq}} - \frac{1}{\rho_L} + \alpha \right) M_L \frac{3(\eta - \psi)}{r_{cp}} u_1 p_{eq}^* + \frac{1}{\rho_L} C_D A_D \rho_L u_L - (1 + \theta) A v_s \\ - v_p [\theta (A_c - A_D) - \frac{\theta p_L}{p_{eq}} (A_R - A_D) + A_c] = 0 \end{aligned} \quad (9-37)$$

由以下的速度关系

$$v_p A_R = u_1 A_D \quad (9-38)$$

并令

$$A = 3 p_{eq}^* \left(\frac{f}{p_{eq}} - \frac{1}{\rho_L} + \alpha \right)$$

$$B = C_D A_D - [\theta (A_c - A_D) - \frac{\theta p_L}{p_{eq}} (A_R - A_D)] + A_c$$

$$C = (1 + \theta) A, \quad m_a = M_L (\eta - \psi)$$

则(9-37)式为

$$A \frac{u_1}{r_{cp}} m_a - B v_p - C v_s = 0$$

或

$$m_a = \frac{B v_p + C v_s}{A u_1} r_{cp} \quad (9-39)$$

系数 B 和 C 主要决定于液体发射药火炮的内腔结构参数, A 主要决定液体燃料的理化性能。 u_1 为燃速系数, r_{cp} 为液滴平均直径。由(9-39)式平台效应条件可以看出:雾化颗粒越大或燃速系

数较小时,积累量 m_s 必须相应地增加才能保证平台形成;随着弹丸运动速度和活塞运动速度的增大,积累量 m_s 也须相应增加。由此可见,控制燃料的喷射规律是保证平台形成的重要条件。

§ 9.5 再生式液体发射药火炮内弹道拉格朗日问题

由于再生式液体发射药火炮的内弹道循环不同于固体发射药火炮,它不仅存在弹丸的运动,而且在膛底还存在活塞的运动,使拉格朗日问题变得较为复杂。现在根据拉格朗日假设,详细地讨论再生式液体发射药火炮膛内压力分布公式,并给出膛底压力、平均压力和弹底压力之间的换算关系式。

9.5.1 气体动力数学模型和速度分布

内弹道学中的拉格朗日问题是指对气动力数学模型近似解的一种理论。若忽略气相和液滴群之间的滑移速度,即 $u_L = u_g$ (其中 u_L 为液相速度, u_g 为气相速度),则内弹道问题可归结为以下的数学模型

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(A\rho) + \frac{\partial}{\partial x}(A\rho u) &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial t}(A\rho u) + \frac{\partial}{\partial x}(A\rho u^2) &= -A \frac{\partial p}{\partial x} \\ \frac{\partial \tau}{\partial t} + u \frac{\partial \tau}{\partial x} &= -\frac{k-1}{\psi f} \frac{p}{\rho A} \frac{\partial}{\partial x}(Au) - \frac{1-\tau}{\psi} \left(\frac{\partial \psi}{\partial t} + u \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) \\ p \left(\frac{1}{\rho} - \alpha \psi - \frac{1-\psi}{\rho_L} \right) &= r f \psi \\ \frac{dz}{dt} &= \frac{\bar{u}_1}{r_{L0}} p^* \\ \psi &= xz(1 + \lambda z + \mu z^2) \end{aligned} \right\} \quad (9-40)$$

式中 ρ_L 为液相密度, r_{L0} 为液滴初始半径。

若不考虑液滴的燃烧过程,身管截面保持不变,用 ρ 和 u 分别表示混合流体的密度和流速,则方程(9-40)可简化为

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(u\rho) = 0 \quad (9-41)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (9-42)$$

$$p = \rho RT \quad (9-43)$$

由拉格朗日假设,则有

$$\frac{\partial \rho}{\partial x} = 0 \quad (9-44)$$

再生式液体发射药火炮的膛内边界条件为

$$\text{弹底边界} \quad A p_s = \varphi_s m_s \frac{dv_s}{dt} \quad (9-45)$$

$$\text{膛底边界} \quad p_s(A_c - A_D) - p_L(A_R - A_D) = \varphi_L m_L \frac{dv_L}{dt} \quad (9-46)$$

式中 φ_{s1} 和 φ_{s1} 分别为弹丸和活塞运动的次要功计算系数。

将(9-41)式展开,并将(9-44)式代入,则有

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = - \frac{\partial u}{\partial x}$$

上式左边与 x 无关,因此积分后为

$$u = k_1 x + k_2 \quad (9-47)$$

k_1 和 k_2 是时间 t 的函数,可由边界条件确定。显然,(9-47)式表示膛内流动速度为线性关系,速度分布如图 9-13 所示。

设活塞未运动时前端面位置为坐标原点 O ,某瞬间 t ,弹丸运动距离为 L ,活塞运动距离为 l 。当

$$\begin{aligned} x = -l, \quad u &= -v_p \\ x = L, \quad u &= v_s \end{aligned}$$

代入(9-47)式,则有

$$\begin{cases} -v_p = k_1 l + k_2 \\ v_s = k_1 L + k_2 \end{cases}$$

联立求解可得

$$k_1 = \frac{v_s + v_p}{L + l}$$

$$k_2 = v_s - (v_s + v_p) \frac{L}{L + l} \text{ 或 } k_2 = -v_p + (v_s + v_p) \frac{l}{L + l}$$

将 k_1 和 k_2 代入(9-47)式,则

$$u = v_s + (v_s + v_p) \left(\frac{x}{L + l} - \frac{L}{L + l} \right)$$

令

$$Z_s = \frac{x}{L + l}, \quad Z_b = \frac{l}{L + l}$$

则速度分布公式为

$$u = v_s(1 + Z_s - Z_b) + v_p(Z_s - Z_b) \quad (9-48)$$

9.5.2 弹后空间压力分布

对 $(Z_s - Z_b)$ 直接求导得

$$\frac{d}{dt}(Z_s - Z_b) = 0$$

因此对(9-48)式求导,可得以下形式的加速度公式

$$\frac{du}{dt} = \frac{dv_s}{dt}(1 + Z_s - Z_b) + \frac{dv_p}{dt}(Z_s - Z_b) \quad (9-49)$$

将(9-45),(9-46)和(9-49)式代入(9-42)式,则有

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho \frac{du}{dt} = -\rho \frac{A p_b}{\varphi_{s1} m_s} (1 + Z_s - Z_b)$$

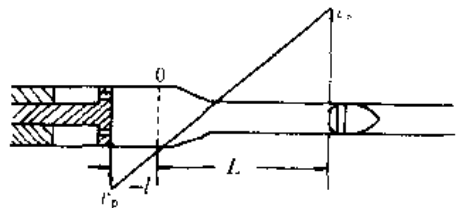


图 9-13 弹后空间速度分布

$$-\rho \frac{1}{\varphi_{s1} m_s} [p_r (A_c - A_b) - p_L (A_R - A_b)] (Z_x - Z_b)$$

把坐标 x 改变为相对坐标 Z , 上式可写为

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial Z_x} = & -\frac{(L+l)A\rho}{\varphi_{s1} m_s} (1 + Z_x - Z_b) p_b \\ & -\frac{(L+l)A\rho}{\varphi_{s1} m_s} \left[p_r \frac{A_c - A_b}{A} - p_L \frac{A_R - A_b}{A} \right] (Z_x - Z_b) \end{aligned}$$

令 $(L+l)A\rho = M_L \eta$, M_L 为液体燃料质量, η 为相对流量。令

$$\bar{A}_1 = \frac{A_c - A_b}{A}, \quad \bar{A}_2 = \frac{A_R - A_b}{A}$$

于是有

$$\frac{\partial p}{\partial Z_x} = -\frac{M_L \eta}{\varphi_{s1} m_s} (1 + Z_x - Z_b) p_b - \frac{M_L \eta}{\varphi_{s1} m_s} (\bar{A}_1 p_r - \bar{A}_2 p_L) (Z_x - Z_b)$$

积分上式, 则

$$\begin{aligned} p = & -\frac{M_L \eta}{\varphi_{s1} m_s} (Z_x + \frac{1}{2} Z_x^2 - Z_b Z_x) p_b \\ & -\frac{M_L \eta}{\varphi_{s1} m_s} (\bar{A}_1 p_r - \bar{A}_2 p_L) (\frac{1}{2} Z_x^2 - Z_b Z_x) + \varphi(t) \end{aligned} \quad (9-50)$$

式中 $\varphi(t)$ 为积分常数。令

$$x = L, \quad Z_x = Z_b \quad \text{则 } p = p_b$$

得

$$\varphi(t) = \left[1 + \frac{M_L \eta}{\varphi_{s1} m_s} (Z_b - \frac{1}{2} Z_b^2) \right] p_b - \frac{M_L \eta}{2\varphi_{s1} m_s} (\bar{A}_1 p_r - \bar{A}_2 p_L) Z_b^2$$

代入(9-50)式, 则压力分布公式为

$$\begin{aligned} p = & \left\{ 1 + \frac{M_L \eta}{\varphi_{s1} m_s} [(Z_b - Z_x) - \frac{1}{2} (Z_b - Z_x)^2] \right\} p_b \\ & -\frac{M_L \eta}{2\varphi_{s1} m_s} (Z_b - Z_x)^2 (\bar{A}_1 p_r - \bar{A}_2 p_L) \end{aligned} \quad (9-51)$$

令 $Z_x = -\frac{l}{L+l}$, 则 $p = p_r$, 得

$$p_r = \left(1 + \frac{1}{2} \frac{M_L \eta}{\varphi_{s1} m_s} \right) p_b - \frac{M_L \eta}{2\varphi_{s1} m_s} (\bar{A}_1 p_r - \bar{A}_2 p_L) \quad (9-52)$$

或

$$p_r = \Phi_1 p_b + \Phi_2 p_L \quad (9-53)$$

式中

$$\begin{aligned} \Phi_1 = & (1 + \frac{M_L \eta}{2\varphi_{s1} m_s}) / (1 + \frac{\bar{A}_1 M_L \eta}{2\varphi_{s1} m_s}) \\ \Phi_2 = & \frac{\bar{A}_2 M_L \eta}{2\varphi_{s1} m_s} / (1 + \frac{\bar{A}_1 M_L \eta}{2\varphi_{s1} m_s}) \end{aligned}$$

(9-52)式表示膛底压力 p_r 与弹底压力 p_b 之间的关系式, 第二项是对活塞运动的修正。若不存在活塞运动, (9-52)式即为一般火炮的膛底压力和弹底压力的关系式。

9.5.3 弹后空间的平均压力

根据平均压力的定义, 可由下述积分表示

$$p_c = \frac{l}{L + l} \int_{-l}^L p dx = \int_{Z_0-1}^{Z_0} p dZ_s$$

令 $Y = Z_0 - Z_s$, 将(9-51)式代入, 积分为

$$p_c = \int_0^1 \left[1 + \frac{M_L \eta}{\phi_{s1} m_s} \left(Y - \frac{1}{2} Y^2 \right) p_b - \frac{M_L \eta}{2 \phi_{s1} m_s} Y^2 (\bar{A}_1 p_r - \bar{A}_2 p_L) \right] dY$$

积分后可得

$$p_c = \left(1 + \frac{M_L \eta}{3 \phi_{s1} m_s} \right) p_b - \frac{M_L \eta}{6 \phi_{s1} m_s} (\bar{A}_1 p_r - \bar{A}_2 p_L) \quad (9-54)$$

从(9-54)式可以看出, 活塞运动使平均压力减小。若不存在活塞运动时, (9-54)式转变为一般火炮的平均压力公式。由此可见, 再生式液体发射药火炮内弹道的拉格朗日问题具有一般特性, 固体发射药火炮的拉格朗日问题仅是它的一个特例。

由(9-52)和(9-54)式, 可得

$$3p_c - p_r = \left(2 + \frac{M_L \eta}{2 \phi_{s1} m_s} \right) p_b \quad (9-55)$$

将(9-52)式代入, 消取 p_r , 则有

$$p_b = \frac{1}{\phi_3} (3p_c - \phi_2 p_L) \quad (9-56)$$

式中

$$\phi_3 = \left(2 + \frac{M_L \eta}{2 \phi_{s1} m_s} \right) + \frac{1 + \frac{M_L \eta}{2 \phi_{s1} m_s}}{1 + \frac{\eta M_L \bar{A}_1}{2 \phi_{s1} m_s}}$$

由(9-56)式根据已知的平均压力 p_c 和贮液室压力 p_L 计算出弹底压力 p_b , 再由(9-53)式计算膛底压力 p_r 。

由速度分布公式(9-48)式, 令 $u=0$, 则有

$$Z_s = Z_0 = Z_b - \frac{v_s}{v_s + v_r} \quad (9-57)$$

式中 Z_0 为弹后空间流速为零时的坐标, 即为滞止点位置坐标, 对应该点的膛内压力分布处于最大值, 称为滞止点压力。当 $v_s=0, Z_0=Z_b$, 这时滞止点位置在弹底部位; 当 $v_r=0, Z_0=Z_b-1$, 滞止点位置处在膛底。

§ 9.6 计算例题

根据上述 § 9.4 和 § 9.5 所建立起来的再生式液体发射药火炮经典内弹道数学模型可以看出, 内弹道方程组是由常微分方程和代数方程所组成。对这类方程组的数值求解, 一般采用龙格—库塔法或吉尔(Gill)法。根据内弹道循环的特点, 计算程序的编制应该注意以下三个问题:

(1) 数学模型考虑到在液体燃料注入过程中按先后顺序将其分为 N 个颗粒群。若划分的群数太少, 会使计算结果产生较大的误差; 但若群数划分过多, 使计算的时间增长, 因此群数的划分要适当, 在保证计算精度的条件下, 尽可能减少群数。文献[7]划分为 10^4 群, 即在喷注阶段取 10^4 个时间步长间隔。在这种情况下, 将占用大量地址, 使容量较小的电子计算机无法

计算。解决的方法可将地址重复使用,当先注入的颗粒群一旦燃烧结束时,将其地址收回让给后注入的颗粒群,因此在计算过程中必须对颗粒群进行跟踪。

(2) 当活塞运动接近到位时,贮液室质量守恒方程会出现 0/0 现象,造成计算机停机。为了避免这种现象的发生,采用自控步长的方法,当活塞接近到位时,将计算步长自动缩小,以提高计算精度。当相对流量 η 达到 0.99 时,即认为活塞已压缩到位。

(3) 初始条件要匹配,否则影响到初始阶段计算的稳定性。如初始条件一般只给出活塞起动压力,但相应的液体燃料密度是未知的。在这种情况下可用稳态的伯努里方程进行估算,给出近似的初始条件。

美 120mm 再生式液体发射药火炮的结构诸元和装填条件参数如下:

口径(mm)	120;	弹丸质量(kg)	7.12
弹丸行程(m)	6.3;	活塞质量(kg)	76.66
活塞行程(m)	0.1626;	贮液室容积(m^3)	0.0117
燃烧室容积(m^3)	0.005845;	贮液室断面积(m^2)	0.07196
燃烧室断面积(m^2)	0.09163;	喷射孔面积(m^2)	0.0081
弹丸起动压力(MPa)	34;	活塞起动压力(MPa)	15
液体燃料质量(kg)	16.7;	液体燃料密度(kg/m^3)	1425.35
体积模量 B (MPa)	5103.5;	体积模量系数 C	8.2173
火药力 f (kJ/kg)	1140;	比热比 k	1.225
余容 α (m^3/kg)	0.000996;	燃速指数 n	0.91
燃速系数 u_1 ($\text{m/s}/\text{M Pa}^n$)	0.000025;	液滴半径 r_L (m)	0.0000125
流量系数 C_D	0.80;		

根据以上的参数计算结果如图 9—14~图 9—17 所示。图 9—14 分别表示弹丸和活塞的速度时间曲线;图 9—15 分别表示燃烧室和贮液室的压力随时间变化曲线。从图中可以看出,贮液室压力始终高于燃烧室压力,在最大压力时刻相差最大,其差值约为 154MPa;压力比 p_L/p_c 从 1.18 缓慢地增大到 1.34;活塞运动速度先增大,到达最大值以后开始减小,但最大值不在膛内最大压力时刻,而是迟后一些时间,这主要是活塞的惯性造成的。图 9—16 分别表示喷射速度和相对流量与时间的关系曲线。喷射速度开始变化较小,约在 4ms 以后,喷射速度很快地增大,与此相应的活塞运动速度和燃烧室压力也很快增加。图 9—17 表示弹丸速度和燃烧室压力随行程的变化规律。

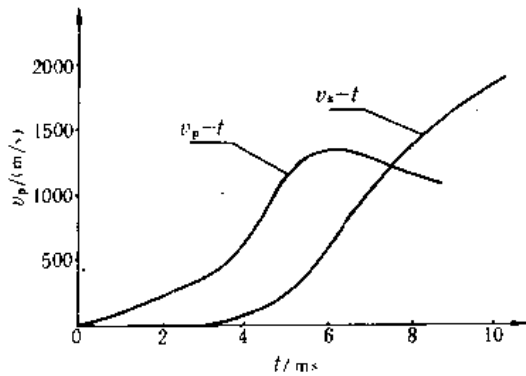
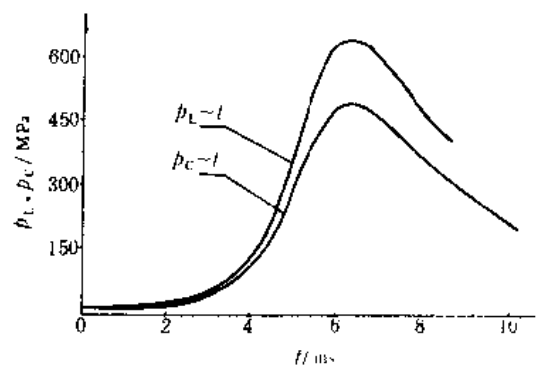
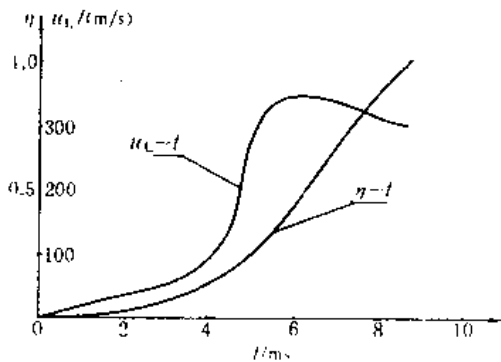
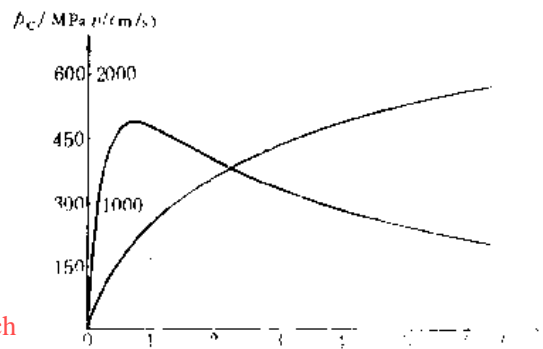
图 9-14 弹丸速度 v_e 和活塞速度 v_p 随时间变化曲线图 9-15 燃烧室压力 p_c 和贮液室压力 p_L 随时间变化曲线图 9-16 喷射速度 u_L 和相对流量 η 随时间变化曲线

图 9-17 弹丸速度和燃烧室压力随行程的变化

§ 9.7 再生式液体发射药火炮气液两相流内弹道数学模型

9.7.1 气液两相流动的物理现象

再生式液体发射药火炮在内弹道循环当中,贮液室中的液体燃料在活塞的压缩下,通过喷射孔以一定速度喷入燃烧室,喷注而形成的射流被破碎和雾化成液滴群。在点火器的作用下液滴被点燃而生成大量燃气,新注入的液滴和正在燃烧的液滴与燃气混合在一起形成了气液两相流动。在两相之间还存在着质量、动量和能量的输运现象。除相间作用外,稠密的液滴群还会发生液滴间的相互作用,形成液滴二次破碎或聚并现象。由此可见,再生式液体发射药火炮的内弹道循环是一个极其复杂的三维非稳态的气液两相化学反应流问题。目前对液滴的雾化及其燃烧机理尚未清楚。在固体发射药火炮中,把燃速作为燃烧室压力和药粒几何形状的函数。实践证明,这种处理的方法基本上能反映固体火药燃烧的实际性况。然而,液体发射药火炮中很难定义燃烧表面,被雾化后的液滴群也不容易确定其几何形状及尺寸分布。这些复杂的过程给两相流动现象的数学描述带来了困难。为了能够建立起数学模型,因此在对两相流动物理现象分析的基楚上,将某些过程给予模型化,由此而产生的误差可通过实验的修正逐步逼近于真实过程。

9.7.2 基本假设

对膛内流动现象模型化是用一个理想的流动过程代替一个复杂的实际流动过程,以便通过数学的方法将其过程描述出来。为此,提出以下的基本假设:

(1) 雾化后的液滴尺寸取决于韦伯(Weber)数,即

$$We = D_L \frac{\hat{\rho}_g v^2}{2\sigma_s} \quad (9-58)$$

式中 $\hat{\rho}_g$ ——燃气密度; $v = u_g - u_L$; σ_s ——液滴表面张力; D_L 液滴直径。

对于低粘度液体,韦伯数为 6;高粘度液体,韦伯数为 10;当超过上述数值时,液体射流破碎为液滴。

(2) 液滴不可压缩,即 $\hat{\rho}_L = \text{const}$,且为球形颗粒。

(3) 不考虑液滴二次破碎和聚并现象,雾化后的液滴数保持不变。

(4) 类似于固体火药,液滴燃烧规律满足几何燃烧定律,燃速为压力的函数。

(5) 认为液滴群连续地分布在气相之中,将液滴群作为一种具有连续介质特性的流体来处理。

(6) 不考虑液滴表面蒸发和凝结所产生的相间表面质量、动量和能量传递。

(7) 液滴燃烧产物的组分保持不变,燃气的热力参数如火药力 f ,余容 α 和绝热指数 k 均保持不变。

(8) 燃气状态方程满足阿贝尔—诺贝尔方程,即

$$p \left(\frac{1}{\rho_g} - \alpha \right) = RT_g \quad (9-59)$$

(9) 考虑贮液室中液体燃料的可压缩性,其状态方程满足泰特方程,即

$$p_L = p_{L0} + \frac{B}{C} \left[\left(\frac{\rho_L}{\rho_{L0}} \right)^C - 1 \right] + KB(T - T_0) \quad (9-60)$$

式中 B 和 C 分别为体积模量和体积模量系数, K 为温度膨胀系数。

(10) 假设贮液室中的液体流动参数变化仅依赖时间。

9.7.3 数学模型

数学模型包括两相平衡方程和辅助方程。平衡方程根据质量、动量和能量守恒关系导出,辅助方程根据两相之间的力和热的边界以及两相物性来确定。一般情况下通常由实验关系给出辅助方程。

1. 两相平衡方程

采用已经熟悉的体积平均方法建立两相平衡方程(用 φ 表示气相的空隙率)。

气相连续方程

$$\frac{\partial}{\partial t} (\varphi \hat{\rho}_g) + \nabla \cdot (\varphi \hat{\rho}_g \vec{u}_g) = \bar{A}_L \hat{\rho}_L \vec{r} \quad (9-61)$$

式中 \bar{A}_L 为液滴比表面,即

$$\bar{A}_L = \hat{\rho}_L (1 - \varphi) \frac{S_{LL}}{M_{LL}} \quad (9-62)$$

液相连续方程

$$\frac{\partial}{\partial t}[(1-\varphi)\hat{\rho}_L] + \nabla \cdot [(1-\varphi)\hat{\rho}_L\vec{u}_L] = -\bar{A}_L\hat{\rho}_L\dot{r} \quad (9-63)$$

气相动量方程

$$\frac{\partial}{\partial t}(\varphi\hat{\rho}_g\vec{u}_g) + \nabla \cdot (\varphi\hat{\rho}_g\vec{u}_g\vec{u}_g) + \varphi\nabla p = -\bar{A}_L\vec{f}_L + \bar{A}_L\hat{\rho}_L\vec{u}_L\dot{r} \quad (9-64)$$

液相动量方程

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}[(1-\varphi)\hat{\rho}_L\vec{u}_L] + \nabla \cdot [(1-\varphi)\hat{\rho}_L\vec{u}_L\vec{u}_L] + (1-\varphi)\nabla p \\ + \nabla[(1-\varphi)R_L] = -\bar{A}_L\hat{\rho}_L\vec{u}_L\dot{r} + \bar{A}_L\vec{f}_L \end{aligned} \quad (9-65)$$

气相能量方程

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}[\varphi\hat{\rho}_g(e_g + \frac{u_g^2}{2})] + \nabla \cdot [\varphi\hat{\rho}_g\vec{u}_L(e_g + \frac{p}{\rho_g} + \frac{u_g^2}{2})] + p\frac{\partial\varphi}{\partial t} \\ = -\bar{A}_L\vec{f}_L \cdot \vec{u}_L - \bar{A}_Lq + \bar{A}_L\hat{\rho}_L\dot{r}(e_L + \frac{p}{\rho_L} + \frac{u_L^2}{2}) \end{aligned} \quad (9-66)$$

式中 $\hat{\rho}_g, \hat{\rho}_L$ ——分别为气、液两相物质密度；

\vec{u}_g, \vec{u}_L ——分别为气、液两相速度；

R_L ——液滴间应力；

\vec{f}_L ——单位面积相间阻力；

q ——相间热流率；

\dot{r} ——液滴线燃速；

S_{iL}, M_{iL} ——分别为一颗液滴的表面积和质量；

e_g, e_L ——分别为气、液两相的比内能。

2. 辅助方程

(1) 相间阻力。单位面积相间阻力一般可表示为以下形式

$$\vec{f}_L = C_{DL} \frac{\hat{\rho}_g}{2} |\vec{u}_g - \vec{u}_L| (\vec{u}_g - \vec{u}_L) \quad (9-67)$$

式中 C_{DL} 为液滴阻力系数，它是雷诺数的函数，即

$$C_{DL} = f(Re_{DL})$$

基于液滴直径 D_L 的雷诺数为

$$Re_{DL} = \frac{\hat{\rho}_g |\vec{u}_g - \vec{u}_L| D_L}{\mu_f}$$

根据液滴不可压缩的假设，把液滴看作一个刚性的球，则有关固相颗粒群的阻力公式仍然可以应用。如果把液滴看成一个粘性为 μ_L 的流体球，哈德默德(Hadmark)和雷勃辛斯基(Rybczynski)发现在斯托克斯流动范围内，液滴的阻力系数为

$$C_{DL} = \frac{24}{Re_{DL}} \frac{2\mu_f + 3\mu_L}{3\mu_f + 2\mu_L} \quad (9-68)$$

式中 μ_f 为周围介质的粘性系数。

若气流和液滴的相对滑移速度不太大的条件下，阻力系数可表示为

$$C_{DL} = \frac{24}{Re_{DL}} \frac{1}{1 + 2.70Kn} \quad (9-69)$$

式中 Kn 克努丁(Knudsen)数用来修正偏离连续流动的偏差,并表示为

$$Kn = \frac{l}{D_L} = \frac{1.5\mu_f}{\rho_g D_L} \left(\frac{1}{RT_g} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (9-70)$$

式中 l 为分子平均自由程, R 为气体常数。

(2) 相间热传导。由牛顿传热公式,比热流 q 可表示为

$$q = h(T_g - T_{LS}) \quad (9-71)$$

式中 T_{LS} 为液滴的表面温度, h 为放热系数,可由努塞尔数 Nu_L 表示,即

$$h = \frac{Nu_L D_L}{k_f} \quad (9-72)$$

一般情况下,努塞尔数可由雷诺数和普朗特数来表示,即

$$Nu_L = f(Re_{DL}, Pr)$$

这个函数关系可通过实验获得。文献[24]给出以下的经验关系

$$h = \frac{2k_f}{D_L} \left(\frac{1}{1 + 3.18Kn} \right) \quad (9-73)$$

(3) 状态方程。由诺贝尔-阿贝尔公式,状态方程如(9-59)所示,或用比内能表示,即

$$e_g = \frac{p}{\rho_g(k-1)} (1 - \alpha \hat{\rho}_g) \quad (9-74)$$

(4) 液滴燃烧方程。类似于固体火药,采用指数燃速公式,即

$$\begin{aligned} \frac{dz}{dt} &= \frac{u_1}{r_{L0}} \bar{p}^n \\ \frac{dz}{dt} &= \frac{\dot{r}}{r_{L0}} \end{aligned} \quad (9-75)$$

根据球形液滴假设,按几何燃烧定律,其相对燃烧表面 σ 和相对已燃百分数 ψ 分别为

$$\sigma = \frac{S_{1L}}{S_1} = 1 - 2z + z^2 \quad (9-76)$$

$$\psi = \left(1 - \frac{M_{1L}}{M_1} \right) = 3z \left(1 - z + \frac{1}{3} z^2 \right) \quad (9-77)$$

9.7.4 定解条件

1. 初始条件

在活塞未运动前,由于点火器的作用使燃烧室压力升高,直到燃烧室压力达到活塞的起动压力时,活塞开始运动并压缩贮液室中的液体燃料,开始形成喷射过程。初始条件是指喷射形成前弹后空间各参数的初值,这些初值可根据不同类型点火器的点火过程计算或实验所得。

2. 边界条件

(1) 弹底边界,它是一个动边界,可由弹丸运动方程来确定。弹底部位流速等于弹丸运动速度,即

$$u(x_s, t) = \int_0^t \frac{A(p_b - p_f)}{\rho_s m_s} dt \quad (9-78)$$

式中 p_b 为弹底压力, p_f 为弹前激波阻力, x_s 为弹底坐标。

(2) 活塞边界,它不仅是一个动边界,而且也是一个射流边界。其膛底的流速由活塞运动方程确定,即

$$u(x, t) = \int_0^t \frac{p_r(A_c - A_b) - p_L(A_k - A_b)}{\varphi_{p1} m_p} dt \quad (9-79)$$

式中 x , 为活塞的前端面坐标。

射流的喷入速度 u_L 由伯努里方程确定,即

$$u_L(x, t) = \int_0^t \frac{1}{\rho_L L_D} [p_L - p_r - \frac{\rho_L}{2} (\frac{u_L}{C_D})^2] dt \quad (9-80)$$

流量为

$$\dot{m}_L = C_D A_D \rho_L u_L \quad (9-81)$$

9.7.5 数值解的坐标变换

根据上述的讨论,在弹底和活塞之间的流动区域内获得一组描述膛内气液两相流动的偏微分方程组。对这类方程组的数值求解通常采用有限差分法,如麦克考尔迈克和拉克斯——温得罗夫两步差分格式,它们都具有二阶精度。考虑到再生式液体发射药火炮膛内两边界均是动边界,用一种所谓“手风琴”式的网格对数值计算带来很大的方便。这种网格将起始和末尾的轴向网格点分别附着在活塞和弹丸上,随着活塞和弹丸运动网格被拉开,但格点数保持不变。

设轴向坐标为

$$x \in [x_s, x_p]$$

x_s 为弹底轴向坐标, x_p 为活塞轴向坐标。当 $t=0, x=x_s=0$, 采用以下的新坐标变换

$$Z = \frac{x - x_p(t)}{x_s(t) - x_p(t)} \quad (9-82)$$

$$\tau = t$$

x_s 和 x_p 仅是时间的函数。对于任意变量,则有

$$f(x, y, t) = \bar{f}(Z, y, \tau)$$

分别对 x 和 t 求导,可得

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial \bar{f}}{\partial Z} \frac{\partial Z}{\partial x} \quad (9-83)$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial \bar{f}}{\partial Z} \frac{\partial Z}{\partial t} + \frac{\partial \bar{f}}{\partial \tau} \quad (9-84)$$

式中

$$\frac{\partial Z}{\partial x} = \frac{1}{x_s - x_p}$$

$$\frac{\partial Z}{\partial t} = - \frac{Z}{x_s - x_p} \frac{dx_s}{dt} + \frac{Z - 1}{x_s - x_p} \frac{dx_p}{dt}$$

(9-83)和(9-84)式给出新旧坐标的变换关系式。

§ 9.8 液体发射药火炮的点火

9.8.1 点火器的基本要求

点火过程的可靠性直接影响到液体发射药火炮内弹道性能的稳定。点火过程又受到喷射结构、点火原理及液体燃料性能等因素的影响,其中液体燃料的性能对点火的影响尤为显著。对于自燃双元燃料、单元燃料或非自燃双元燃料的液体发射药火炮,它们的点火功能有显著的差别。自燃双元燃料火炮,开始时喷入燃烧室的氧化剂和燃料在某个部位首先反应着火,从而为维持再生过程提供了必要条件。这种情况下,液体的喷射启动原理很简单,通常只用空气或氮气把活塞压到启动位置即可。

对于单组元或非自燃的双元燃料液体火炮,点火器必须具备两种功能:①将再生活塞推到初始喷射位置;②产生高压热气体将喷射入燃烧室的冷态液体燃料点燃。要求一个性能良好的点火器能在 5ms 内燃烧室压力达到 18~20MPa,而又能多次重复使用。与点火有重要作用的参量是压力上升速率、最大压力值及点火器持续时间。这些参量必须与喷射活塞的液压特征性能相匹配。当喷口打开时,保证贮液室内的压力大于燃烧室内压力,同时还要考虑满足射击的要求,给再生过程提供足够的起始喷射量,但也要避免喷射过量,以致造成点火延迟或过程中止。

单元液体发射药火炮的点火器可采用整装方案中的电火花点火系统,安装在燃烧室内。也曾采用安装在燃烧室外部的固体火药盒,当其高压燃烧之后,排出热气进入液体发射药火炮燃烧室进行点火。在某种情况下,可采用辅助点火,达到增强点火的目的。点火器的机构过于复杂会给使用带来困难。因此也曾采用电能直接点燃液体燃料而取代固体火药点火器,这样的系统便于安装和实际应用,可简化点火器的设计。

9.8.2 电点火

用于点火的方式是多种多样的,有电点火(电热丝,电弧电火花),化学点火,激光点火和声腔点火等,但目前行之有效的仍然是电点火。美国和西德在这方面均有大量的研究。电点火器的典型结构如图 9-18 和 9-19 所示。图 9-18 是一种单级点火器,它由点火器本体、外壳、中心电极、外电极及绝缘基座所组成。在空腔内装有一定量的液体燃料,如硝酸羟铵(HAN)为基的液体燃料,给电极加上一个脉冲电压以后,在电极之间形成电弧,相当于电阻加热和电解反应,从而给点火器中的液体燃料提供能量,使其燃烧而生成高温气体喷入燃烧室以进行点火。电弧形成同时,在电极附近存在电势场和电力线分布,如图 9-20 所示。电力线密度高的区域,电阻加热速率和电解速率最大,因此电点火器设计中要求在电极之间形成电力线稠密区。计算结果表明:电力线最稠密的部位是中心电极的顶部,点火首先在这里发生。单级点火器在点火过程所测到的压力曲线,电流电压曲线如图 9-21 所示。但这种点火具的压力重复性比较差,满足要求的仅有 50%。在低压情况下,试验后的

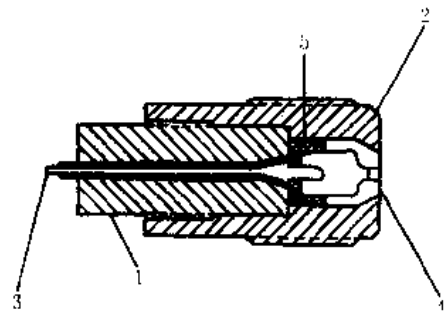


图 9-18 BRL 单级点火器

1—本体;2—外壳;3—中心电极;

4—外电极;5—绝缘基座

空腔内还残留有少量未燃完的液体,开始阶段也存在漏电干扰现象。

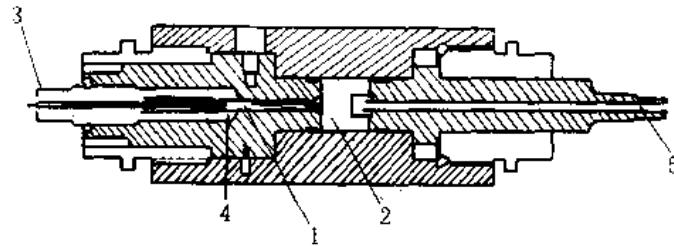


图 9-19 双级点火器

1—预燃室;2—前置室;3—蕊极组合件;4—外电极;5—喷嘴

图 9-19 是一种两级点火器的典型结构,它由预燃室、前置室和蕊极组合件等组成。在预燃室中开始装有一定量的液体燃料,用两个同轴电极放电将其引燃,预燃室中的燃烧反应在小孔内受到制约,前置室内装有附加液体燃料,这些附加燃料在前置室燃完后,再进入燃烧室。这种两级点火器目前正在研究当中。

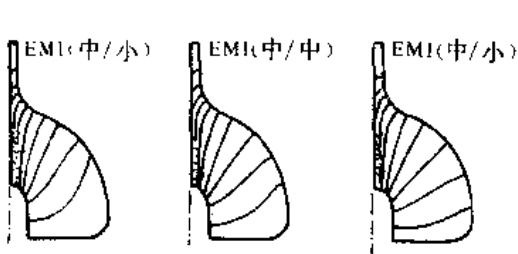


图 9-20 电力线分布图

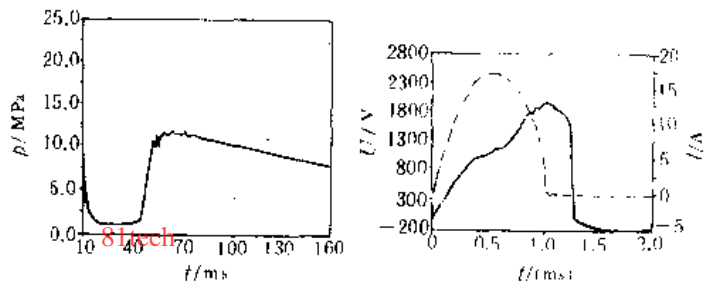


图 9-21 压力、电压及电流随时间变化

恩斯特——马赫学院(EMI)对电极极性的研究表明:中心极的极性改变时,其点火性能有很大的不同。电流和电压随时间的变化曲线分别如图 9-22 所示。当中心极为负极时,点火需要的电压较低,而脉冲电流的半幅值及电压上升时间比中心极为正极时的要大。但在电压初始上升阶段,即在 $0 \leq t \leq 0.3\text{ms}$ 时,情况正好相反。

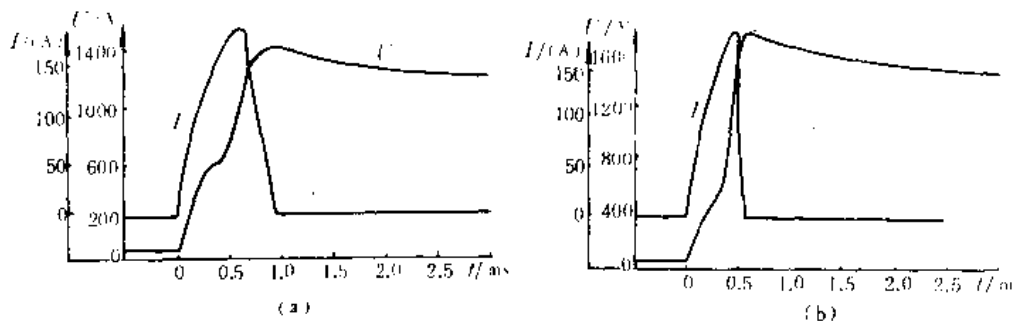


图 9-22 电流电压随时间的变化

(a)中心极为负极; (b)中心极为正极

为了改善点火剂在低压条件下的稳定燃烧,点火开始阶段点火器的喷射孔应该是关闭的,当压力达到一定值以后才打开喷射孔。这样既保证了点火剂的稳定燃烧,而又利于与喷射出来

的液体燃料充分的混合,从而改善了点火条件,于是就出现了一种再生电火器,如图 9-23 所示。它由三部分组成:本体、点火活塞(阀)以及助燃室。液体燃料首先被密闭在本体和点火活

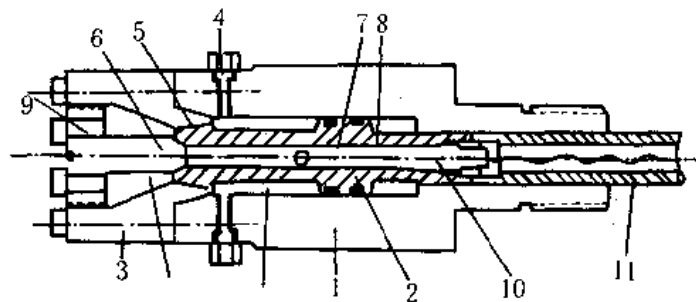


图 9-23 再生电火器

1—本体;2—点火活塞;3—助燃室;4—电极;5—G 表面;6—L 表面;
7—浮动活塞;8—润滑脂;9—喷嘴;10—传感器;11—推杆

塞之间,通过四根插销状电极首先将密封于 G 表面处的液体燃料点燃,形成燃气使点火活塞向后移动,G 表面形成了一个环形缝隙,气体由此进入助燃室。这时 L 表面也同时打开,一部分液体燃料沿其缝隙也喷入助燃室,高速炽热的燃烧产物与通过 L 表面喷入的液体燃料相混合、雾化而被点燃。混合的燃气通过喷嘴进入燃烧室以点燃从贮液室喷射出来的液体燃料。

9.8.3 其它点火方式

(1) 氢+空气点火器 这种以氢和氧为基础的点火系统可采用两种方案,一种是氢气和空气的混合物用电点火引发。这种点火器的研制是以化学分析结果为依据的,其中氢和空气经过压缩。为了避免产生爆轰,在设计中要注意到点火位置、点火强度及燃烧室结构对燃烧转爆轰的影响。另一种是将液体燃料喷入用氩气稀释过的氢和氧混合气体时,电流在液体射流喷嘴部位放电产生等离子流,使液体燃料雾化,并将其周围的气体 and 液体燃料同时点燃。

(2) 燃料+空气点火器 这种点火器是将液体燃料喷入点火器中的空气预压燃烧室,由电极放电点燃。燃烧形成高压后,燃烧产物通过喷孔以高压喷入燃烧室,其压力可达 88~243MPa,喷射速度为 65~210m/s。为了获得合适的最大压力及其压力上升速率,要对喷射条件、当量比及混合时间等参量进行优化设计。混合时间是指燃料喷进一半到它被电火花点燃之间的时间间隔,它反映了燃烧室内湍流度和各组分之间的混合程度。湍流度高,反应完全,则能得到较高的最终压力;反之,最终压力也就较低。当量比高,最大压力也增高。需要多少空气量才能使燃烧室的最终压力达到合适的程度,这是一个十分重要的问题。由化学组分热平衡计算表明:需要 86L(标准状态)空气才能使 5000cm³ 的燃烧室的最终压力达到 20.6MPa。因此对于大口径火炮的大燃烧室,这种点火方式将会带来很大的困难。

(3) 压缩型点火器 这种点火方式是仅依靠压缩初始系统就可以将系统点火的方法,而不是依靠烟火药底火式高压电源作为点火源。例如对空气绝热压缩,使气体温度和压力上升,以此点燃处于高温中的液体燃料。压缩点火的方案有两种:一种是在气体压缩前将燃料加入,活塞压缩使其气体加压,这种方法因燃料有热损失,需要高的压缩比,同时燃烧表面也难以控制,它适用于小口径液体发射药火炮。另一种是液体燃料喷入加压后的气体之中,这种方法类似于内燃机,热损失较小,喷射过程便于控制,但系统比较复杂,需要一个外加的喷射装置。影

响压缩点火器性能的主要参数是压缩比、气体初温、传递给燃料的能量以及液体喷射的物理状态。

参 考 文 献

- [1] Morrison W F, Knapton J D and Klingenberg G. Liquid Propellant for Gun Applications. Proceedings of the 7th International Symposium on Ballistics, 1983.
- [2] Morrison W F, Knapton J D and Bulman M J. Liquid Propellant Guns. ADA188575, 1987.
- [3] Pagen G, Harvey A and Izod D C. A. Regenerative Liquid Propellant Guns. Proceedings of the 7th International Symposium on Ballistics, 1983.
- [4] Morrison W F, Bear P G, Bulman M J and Mandzy J. The Interior Ballistics of Regenerative Liquid Propellant Guns. Proceedings of the 8th International Symposium on Ballistics, 1985.
- [5] Coffee T P, Wren G P and Morrison W F. Interior Ballistic Modeling of Regenerative Liquid Propellant Guns. Proceedings of the 10th International Symposium on Ballistics, 1987.
- [6] 金志明. 再生式液体发射药火炮的经典内弹道模型. 华东工学院液体发射药火炮论文集, 1989.
- [7] 杨新民, 金志明. 液体发射药火炮内弹道模型数值计算方法. 华东工学院液体发射药火炮论文集, 1989.
- [8] 金志明. 再生式液体发射药火炮的拉格朗日问题. 华东工学院液体发射药火炮论文集, 1989.
- [9] Coffee T P. Injection Process in Regenerative Liquid Propellant Guns. The 23rd JANNAF Combustion Meeting, 1986.
- [10] Morrison W F and Wren G P. A Lumped Parameter Description of Liquid Injection in a Regenerative Liquid Propellant Gun. ADA 186966, 1986.
- [11] Wren G P. 120mm Regenerative Liquid Propellant Gun, A Parametric Investigation of the Interior Ballistics. ADA 187173, 1987.
- [12] Bear P G, Coffee T P and Morrison W F. Design Optimization for a High Performance Regenerative Liquid Propellant Gun. ADA192664, 1988.
- [13] Cook G C and Woodley C R. U K Activities on Regenerative Liquid Propellant Gun Research. Proceedings of the 11th International Symposium on Ballistics, 1989.
- [14] Schaffers P P and Steffens V. Numerical Modeling of Two-phase Multicomponent Reactive Flow in Liquid Propellant Guns. Proceedings of the 9th International Symposium on Ballistics, 1985.
- [15] Heiser R W. Interior Ballistics Modeling of Regenerative Liquid Propellant Guns by Gasdynamic Model. Proceedings of the 10th International Symposium on Ballistics, 1987.
- [16] 周彦煌. 液体发射药点火. 华东工学院液体发射药火炮论文集, 1989.
- [17] Klingenberg G and Rockstroh H. Electrical Ignition of HAN-Based Liquid Propellant. Proceedings of the 11th International Symposium on Ballistics, 1989.
- [18] Warken D. Experimental Investigation of Temperature Effects during the Injection Process of Regenerative Liquid Propellant Guns. Proceedings of the 11th International Symposium on Ballistics, 1989.
- [19] Steffens U and Rittel R. Physical Aspects in the Dynamic Behavior of Liquid Monopropellant. Proceedings of the International Symposium on Ballistics, 1989.
- [20] 蒋桂英, 韦显毅. 国外液体发射药的研究动态. 火炮学会学术交流文集, 1989.
- [21] 张兆钧, 宋明. 液体发射药的研究状况和发展趋势. 弹道学报, 1990(1).
- [22] Wren G P and Gough P S. One Dimensional Analysis and Ballistic Implications of a Liquid Jet in a Regenerative Liquid Propellant Gun. Proceedings of the 11th International Symposium on Ballistics, 1989.
- [23] Klingenberg G. Experiments with Liquid Gun Propellant. Journal of Ballistics, 1989, 10: 2459~2518.
- [24] 金志明, 杨新民, 宋明. 再生式液体火炮经典内弹道模型. 兵工学报(3), 1992.
- [25] 连桂森等编译. 气液两相流动基础. 浙江大学科技情报室, 1981.

第十章 超高速火炮内弹道理论

提高弹丸初速始终是内弹道研究的一项极其重要的任务,也是火炮技术发展中的一个重要课题。对于野战火炮来说,初速是弹丸威力的重要标志之一。随着坦克装甲材料和结构的改变,要求反坦克火炮具有更大的初速才能击毁坦克。增加弹丸初速可以增大火炮射程,使火炮能在不转移阵地的情况下进行大纵深的火力支援。在一些高速的轰击试验中(如高速碰撞),也同样要求弹丸具有极高的速度。目前发展比较成熟的超高速火炮有轻气炮和电磁炮等。它们虽然还处于实验室研究阶段,然而如何将超高速火炮的原理发展成可用野战的兵器,仍然有其现实的前景。本章将从影响弹丸初速的因素,分析常规火炮的弹丸初速受到限制的原因,讨论提高弹丸初速的技术途径及其基本原理。

§ 10.1 影响弹丸初速的因素分析

若作用在弹底的压力为 p_b ,弹丸的质量为 m ,则其运动方程可表示为

$$Ap_b = \varphi m \frac{dv}{dt} \quad (10-1)$$

式中 A 为炮膛断面积, φ 为阻力系数。 81tech

用 l 表示弹丸的行程,则(10-1)式可表示为

$$Ap_b = \varphi m v \frac{dv}{dl} \quad (10-2)$$

积分上式,可得下述的弹丸初速公式

$$v_k = \sqrt{\frac{2IA}{\varphi m}} \quad (10-3)$$

式中

$$I = \int_0^{l_k} p_b dl \quad (10-4)$$

积分限 l_k 为弹丸全行程长。

由(10-3)式可以看出:影响弹丸初速 v_k 的因素主要是炮膛断面积 A 、弹丸质量 m 以及压力曲线下的积分 I 。随着炮膛断面积的增大,弹丸的受力面积也增大。在其它条件相同的情况下,弹丸能获得更大的初速。若其它的条件不变,则随着弹丸的质量减小而增大弹丸的初速。目前火炮技术中应用的次口径弹,就是根据这个原理来提高初速的。至于压力曲线下的面积 I ,可以由(10-4)式看出,它又决定于弹丸全行程长 l_k 和弹底压力 p_b 这两个因素。弹底压力越高,则作用在弹丸上的力也越大,这显然是增加弹丸初速的一个重要途径。在二次世界大战中使用的火炮,其膛压一般不超过 320MPa,而目前新研制的坦克炮和反坦克炮的膛压已经达到 600~700MPa,并且还有增加的趋势。另外,随着弹丸行程的增长,火药气体对弹丸膨胀做功的距离也就越大,使火药气体的内能更充分地转化为弹丸的动能,因而使弹丸初速得到提高。然而从整个火炮战术技术要求来全面分析,上述影响弹丸初速的诸因素,它们各自又受到很多的

限制。口径增大虽然可以提高初速,但相应的炮重也很快增加,使火炮的机动性下降,身管的寿命缩短;减轻弹重也势必影响到弹丸的威力;增长身管不仅影响到火炮的机动性,而且由于炮身振动的增加影响到射击精度;提高膛压也受到炮身的材料和炮口冲击波的限制。总之,在现有的火药、炮身材料的条件下,要求大幅度提高初速是不切实际的,也是违反客观规律的。能够使提高初速有新的突破,那就要去寻求新能源、新材料和新的发射原理。轻气炮的理论就是在这方面的一种探索。它虽然离开野战使用条件还为期尚远,但在实验室中已经将弹丸初速提高到惊人的程度。到1945年已获得弹丸初速为3000m/s,而近20年来,弹丸初速竟猛增到11296m/s,使弹丸速度跨入了宇宙速度的领域。除化学能外,利用电能发射弹丸的电磁炮,在提高初速方面也取得新的进展。

§ 10.2 弹丸最大可能速度

利用化学能发射弹丸的火炮,其弹丸初速在理论上究竟能达到怎样一个极限,这是内弹道理论中一个十分关心的问题。根据对膛内气体流动作出某些理想的假设,可以得到三种条件下的弹丸最大极限速度。

10.2.1 定常假设下的极限速度

根据对膛内流动定常等熵的假设,其能量方程为

$$h + \frac{u^2}{2} = \text{const} \quad (10-5)$$

由于理想气体的焓 h 仅是温度的函数,则有

$$h = c_p T = \frac{k}{k-1} RT$$

若气体的初始状态为滞止状态,则(10-5)式可化为

$$u = \sqrt{\frac{2k}{k-1} RT_0 \left(1 - \frac{T}{T_0}\right)} \quad (10-6)$$

当气体作无限膨胀,使其温度 T 趋于零时,由上式则第一种极限速度为

$$u_{jm}^{(1)} = \sqrt{\frac{2}{k-1}} c_0 \quad (10-7)$$

式中 c_0 为滞止声速,即

$$c_0 = \sqrt{kRT_0} \quad (10-8)$$

(10-7)式表示在定常假设下,气体的全部能量转变为弹丸动能时所具有的极限速度。它与滞止声速成正比。由此可见,弹丸的极限速度受其声速的限止。若 $k=1.20$, $R=300\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$, $T_0=2500\text{K}$, 则滞止声速数值为

$$c_0 = \sqrt{1.20 \times 300 \times 2500} = 948.68\text{m/s}$$

代入(10-7)式,可得

$$u_{jm}^{(1)} = \sqrt{\frac{2}{1.20-1}} \times 948.68 = 3000\text{m/s}$$

10.2.2 经典内弹道理论的弹丸极限速度

在经典内弹道理论中,拉格朗日提出弹后空间气体密度均匀分布的假设,由此可以得到气流速度为线性分布。在此假设下,弹后空间气流平均动能为 $\omega u^2/6$ 。当火药的全部潜能转化为气体动能时,膛内气体流动速度达到最大值 $u_{jm}^{(2)}$,即

$$\frac{\omega f}{\theta} = \frac{1}{6} \omega (u_{jm}^{(2)})^2 \quad (10-9)$$

从而

$$u_{jm}^{(2)} = \sqrt{\frac{6f}{\theta}}$$

由于 $f = k f_0$, $c_0 = \sqrt{k f_0} = \sqrt{k R T_0}$, f_0 为定压火药力。则有

$$u_{jm}^{(2)} = \sqrt{\frac{6}{k-1}} c_0 \quad (10-10)$$

(10-10)式表示弹后空间气流线性分布条件下的弹丸最大极限速度。

由经典内弹道理论可知,在一定装填条件下,其弹丸的极限速度为

$$v_j = \sqrt{\frac{2f\omega}{\theta\varphi m}}$$

式中

$$\varphi = a + b \frac{\omega}{m}$$

则

$$v_j = \sqrt{\frac{2f}{\theta} \frac{\omega/m}{a + b \frac{\omega}{m}}}$$

由上式看出:当 $\omega/m \rightarrow \infty$ 时, v_j 将趋于某个极限,若 $b=1/3$,则有

$$v_j = u_{jm}^{(2)} = \sqrt{\frac{6f}{\theta}} = \sqrt{\frac{6}{k-1}} c_0$$

由此可见, $u_{jm}^{(2)}$ 是表示装药质量趋于无穷大,或弹丸质量趋于零时的速度。若绝热指数 k 、气体常数 R 和滞止温度 T_0 取上节相同数据,则 $u_{jm}^{(2)} = 5140 \text{ m/s}$ 。这个数值要比定常假设条件下的极限速度大得多。

10.2.3 非定常等熵假设——逃逸速度

关于一维非定常等熵流动,可以用以下的基本方程来描述,即

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) = 0 \quad (10-11)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (10-12)$$

$$\frac{ds}{dt} = 0 \quad (10-13)$$

式中 s 代表熵。由热力学可知,等熵过程有如下的关系

$$\frac{p}{\rho^k} = \text{const}$$

等式右边的常数是指气体微团在空间移动时熵保持不变,因此(10-13)式可写成

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{p}{\rho^k}\right) = 0$$

或

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{p}{\rho^k}\right) + u \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{p}{\rho^k}\right) = 0$$

将上式展开并代入(10-11)式,则得

$$\frac{\partial p}{\partial t} + u \frac{\partial p}{\partial x} + kp \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (10-14)$$

于是可得到一组描述一维非定常等熵流的基本方程,即

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + \rho \frac{\partial u}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial p}{\partial t} + u \frac{\partial p}{\partial x} + kp \frac{\partial u}{\partial x} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (10-15)$$

(10-15)式有以下的特征线及相容性关系

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{dx}{dt}\right)_1 &= u + c, & dp + c\rho du &= 0 \\ \left(\frac{dx}{dt}\right)_2 &= u - c, & dp - c\rho du &= 0 \\ \left(\frac{dx}{dt}\right)_3 &= u, & dp - c^2 d\rho &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (10-16)$$

第一族代表向右传播的扰动,叫做 P 波。第二族代表向左传播的扰动,叫做 Q 波。这些扰动可以是压缩波也可以是膨胀波。第三族是微团迹线,表示沿迹线微团等熵。若假设流动在起始时各微团的熵相等,则(10-16)式的相容性关系改变为下述的简单关系式

$$\left. \begin{aligned} u + \frac{2}{k-1}c &= P = \text{const} \\ u - \frac{2}{k-1}c &= Q = \text{const} \end{aligned} \right\} \quad (10-17)$$

式中 P 、 Q 叫做黎曼变数,表示沿 P 波或 Q 波方向,黎曼变数分别保持不变。

当 $u=0$ 时, $c=c_0$, c_0 表示未扰动区的声速,即为滞止声速。由(10-17)式可得

$$u \pm \frac{2}{k-1}c = \frac{2}{k-1}c_0$$

或

$$\frac{c}{c_0} = 1 \mp \frac{k-1}{2} \frac{u}{c_0} \quad (10-18)$$

从上式可以看出:在简单的稀疏波中, u/c_0 的绝对值不可能超过某一个定值,否则声速会变成负值,而负声速是没有物理意义的。对于静止状态开始的简单波而言,当 $c/c_0=0$ 时,由(10-18)式表明,对应于气体膨胀到温度为零,压力为零时 u/c_0 的最大绝对值为

$$|(u/c_0)_{\max}| = \frac{2}{k-1} \quad (10-19)$$

对于右传波,则有

$$u_{\max} = \frac{2}{k-1} c_0 \quad (10-20)$$

称 u_{\max} 为逃逸速度。当弹丸速度大于该速度时,膛内气体就不可能跟着弹丸走了。靠近弹底的气体必以逃逸速度而运动,在弹底和气体之间要形成一个空穴区。如果不考虑摩擦和阻力,弹丸只能保持逃逸速度作惯性运动。所以逃逸速度是在一维非定常等熵流的条件下弹丸最大极限速度。仍取前面所给的火药气体热力参数的数值,则

$$u_{\max} = u_{jm}^{(3)} = \frac{2}{k-1} c_0 = \frac{2}{1.2-1} \times 948.68 = 9487 \text{ m/s}$$

由此可见,逃逸速度要比(10-10)式所表示的最大极限速度大得多。它们的比值为

$$\frac{u_{jm}^{(3)}}{u_{jm}^{(2)}} = \sqrt{\frac{2}{3(k-1)}} \quad (10-21)$$

当 $k=1.20$, 比值为 1.82。

以上这种差别主要是对气体流动规律采用不同假设而引起的。根据能量守恒原理,(10-9)式可改写为

$$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} \omega \right) (u_{jm}^{(2)})^2 = \frac{\omega f}{\theta}$$

上式表明,火药的潜能转化为气体动能的过程中,相当于 33.3% 的气体质量达到最大极限速度的动能。同样可将(10-20)式写成类似于(10-9)式的能量守恒的关系式,即

$$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \omega \right) (u_{jm}^{(3)})^2 = \frac{\omega f}{\theta} \quad (10-22)$$

考虑到 $f = k f_0$, 于是由(10-22)式可以得到(10-20)式的逃逸速度公式,即

$$u_{jm}^{(3)} = u_{\max} = \frac{2}{k-1} \sqrt{k R T_0} = \frac{2}{k-1} c_0$$

由(10-22)式可计算出,当 $k=1.20$ 时,则只有 10% 的气体质量达到逃逸速度。在相同的火药潜能条件下,逃逸速度将大于线性分布假设下的最大极限速度。很显然,要获得高初速,则首先要提高气流的最大极限速度。

§ 10.3 膛内气体压力扰动的传播

10.3.1 膛内气体压力扰动传播的定性分析

为了讨论问题的方便,假设火药瞬时燃完,弹丸在单纯的气体膨胀做功条件下运动。当弹丸在膛内开始运动时,紧联弹后的空间由于弹丸的移动出现一个低压区。弹后的那层气体迅速随着弹丸移动而进入了低压区,于是弹后的压力就开始下降。由于第一层气体的运动,紧挨在第一层气体后面的气层也同样与一个低压区相邻,并跟着进入低压区。以此类推,后面的每一层气体都相继地进入它前面的刚刚形成的低压区。这一系列相连的运动就形成了气体中以声速传播的扰动,如图 10-1 所示。这种扰动所到之处,使该处的气体压力和密度减小,这种扰动

称为稀疏扰动。它所形成的扰动波称为稀疏波,或称膨胀波。

根据上述的分析可以看出:随着扰动传播而产生的压力降,是由于弹丸加速的同时各层气体也随之加速而引起的。从其性质上来说,每层气体进入其邻近的低压区越快,则压力降也就越小,气体就能维持其推进力。显然,一种用于膛内推动弹丸做功的理想工质,则应在这种相连的运动中具有低“惯性”的气体。

弹丸在膛内连续运动的过程中,不断地产生稀疏扰动,这种扰动以当地声速向炮尾传播扰动所到的区域,压力就相继的下降。结果,随着弹丸向炮口的加速运动,弹后每层气体的压力连续下降,越接近弹底的气层,压力下降越大,因此由膛底到弹底形成一个压力单调下降的分布。

如果是一个等截面的身管,当扰动传到与膛底紧接的那层气体时,膛底气体开始进入由它的邻近层产生的低压区。可是在它的后面已没有邻层气体来填补由它所产生的低压区。因此,它的运动速度将减慢下来,这样又使它正在进入前方低压区保持着一定的低压。膛底层前面的邻近层受到这个微小的低压区的影响,于是它的向前运动也减慢下来。这种相继减慢的现象向弹丸方面扩展,结果产生了从炮尾向弹底传播的一系列稀疏扰动,如图 10-2 所示。这种来自炮尾的扰动称为反射稀疏波。由弹底产生的全部稀疏波都以这种方式被膛底反射回来,并向弹丸方向传播。这些反射稀疏波使气体压力进一步降低,特别当它们到达弹底时,使弹底压力进一步下降。

在存在坡膛的情况下,扰动的传播更加复杂。当向炮尾行进的稀疏波到达坡膛的扩张段时,如图 10-3 所示。填补低压区的后一层气体的体积增大,结果使这个区间的压力增加。在坡膛区,每当一层气体相继进入它前面一层所造成的低压区时,都会使其压力稍有增加。因此就其效果来说,由弹底所产生的稀疏波在其达到坡膛时,就部分地被反射回来,变成压缩波,并向弹底方向传播。它们到达弹底时,使弹底压力增加。综上所述,在存在坡膛的情况下,由弹丸运动而产生的稀疏波,在坡膛处一部分被反射回来成为压缩波,另一部分仍是以稀疏波继续向炮尾行进。它们在炮尾以稀疏波的形式又被反射回来。在其达到坡膛时,一部分以稀疏波形式反射回膛底,另一部分以稀疏波形式继续向弹底方向传播。在弹丸沿炮管运动时,这些现象将连续不断地发生,形成了复杂的波系。

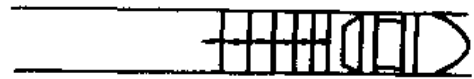


图 10-1 扰动传播示意图

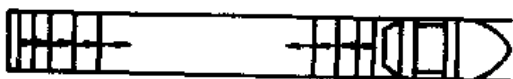


图 10-2 扰动在膛底反射

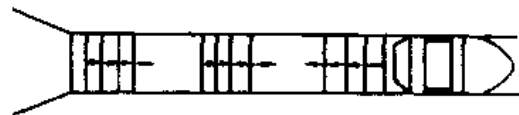


图 10-3 坡膛对抗动波传播的影响

10.3.2 声惯性

在定性的分析扰动波传播现象以后,现在根据(10-16)式所给出的一维非定常条件下特征线及相容性关系,进一步讨论扰动波对压力降的影响。由(10-16)式可以看出:方程

$$dp = \rho du$$

是穿越扰动“ $u+c$ ”时所产生的压力变化的基本公式。而方程

$$dp = -c\rho du$$

则是穿越扰动“ $u-c$ ”时所产生的压力变化的基本公式。将以上两个方程改写为以下形式

$$\left. \begin{aligned} dp &= (c\rho dt) \frac{du}{dt} \\ dp &= - (c\rho dt) \frac{du}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (10-23)$$

上面的方程分别表示为右传扰动波和左传扰动波穿行时所产生的压力变化。很显然,“ $c\rho$ ”这个量相当于气体工质的惯性,把它称为气体工质的声惯性或声阻抗,也就是单位时间内扰动波所通过的气体质量,它的大小直接影响到当流速变化时所引起压力变化的大小。 $c\rho$ 越小,由流速变化而引起压力变化的影响也就越小; $c\rho$ 越大,这种影响也就越大。由此看来,气体工质的声惯性 $c\rho$ 是气体的一个基本特性,它决定着产生已知流速变化所对应的需要压力变化的数值。

10.3.3 在等熵条件下声惯性和滞止参量的关系

假设气体是完全气体,过程为等熵。于是状态方程和等熵方程分别为

$$p = \rho RT$$

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^k$$

式中 p_0 、 ρ_0 分别代表滞止压力和滞止密度。完全气体声速为

$$c = \sqrt{kRT}$$

由状态方程和声速方程可得

$$\begin{aligned} c\rho &= \frac{p}{RT} \sqrt{kRT} = \frac{p}{\sqrt{RT}} \sqrt{k} \\ &= p_0 \frac{p}{p_0} \sqrt{\frac{k}{RT_0}} \frac{\sqrt{RT_0}}{\sqrt{RT}} \end{aligned}$$

由等熵公式和滞止声速,即

$$\frac{T}{T_0} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{k-1}{k}}$$

则声惯性可表示为

$$c\rho = p_0 \sqrt{\frac{k}{RT_0}} \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{k+1}{2k}} = \frac{k p_0}{c_0} \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{k+1}{2k}} \quad (10-24)$$

由(10-24)式可以看出,声惯性与滞止声速 c_0 成反比。滞止声速越大, $c\rho$ 就越小。

在射击过程中,膛内的火药气体处于高温高压的状态下,因此膛内的火药气体并非是完全气体。在内弹道学中通常采用阿贝尔—诺贝尔状态方程,即

$$p(v - \alpha) = RT$$

式中 v 是比容, α 为余容。

现在讨论在阿贝尔—诺贝尔状态方程条件下的等熵关系。由热力学第一定律 Tds 方程,即

$$Tds = de + p dv$$

将状态方程 $p = RT/(v - \alpha)$ 代入上式, 则有

$$ds = c_v \frac{dT}{T} + R \frac{dv}{v - \alpha}$$

积分上式

$$\int_{s_1}^{s_2} ds = c_v \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} + R \int_{v_1}^{v_2} \frac{dv}{v - \alpha}$$

$$s_2 - s_1 = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + \ln \frac{v_2 - \alpha}{v_1 - \alpha}$$

由等熵条件, $s_1 = s_2$, 并用状态方程消去温度比 T_2/T_1 于是有

$$\ln \frac{p_2}{p_1} \left(\frac{v_2 - \alpha}{v_1 - \alpha} \right)^k = 0$$

或

$$p(v - \alpha)^k = C$$

$$p \left(\frac{1}{\rho} - \alpha \right)^k = C$$

式中 C 是常数。

根据声速公式, 则

$$c^2 = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s = \frac{kp}{\rho - \alpha \rho^2}$$

或

$$c = \sqrt{kRT} \left(1 + \frac{\alpha p}{RT} \right) \quad (10-26)$$

从(10-26)式可以看出: 在考虑余容条件下, 气体的可压缩性程度将减小, 因此计及余容时的声速比完全气体的声速要大一些。

根据阿贝尔-诺贝尔状态方程和(10-26)式, 同样可得

$$c\rho = \sqrt{kRT} \left(1 + \frac{\alpha p}{RT} \right) \frac{p}{\alpha p + RT} = \frac{p}{\sqrt{RT}} \frac{\sqrt{k}}{\alpha + 1}$$

由等熵关系(10-25)式代入上式, 则有

$$c\rho = p_0 \sqrt{\frac{k}{RT_0}} \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{k+1}{2k}} \quad (10-27)$$

从(10-27)和(10-24)式可以发现, 在同样的滞止温度和滞止压力下, 完全气体和阿贝尔-诺贝尔气体的声惯性是相同的, 余容对声惯性没有影响。但是, 阿贝尔-诺贝尔气体的声惯性不是滞止声速的函数。由此可以得出: 在等截面的身管中, 分子斥力场对气体膨胀没有影响。

10.4 超高速火炮的理想工质

弹丸运动方程已经清楚地表明, 要提高弹丸初速, 必须要提高弹底压力 p_b 。但在实际射击过程中, 气体推动弹丸做功同时, 由于气体存在惯性, 弹底压力随着弹丸运动要不断地下降, 这对弹丸继续加速是不利的。为了克服这种不利的因素, 必须寻找那种声惯性小的工质。所谓理想工质就是指在相同的装填条件下, 能获得最小压力降的工质。压力降越小, 则在弹丸运动过

程中越能保持较高的弹底压力,有利于增加弹丸运动速度。以下从两个方面来讨论减小压力降的途径。

10.4.1 增大逃逸速度

由于逃逸速度是弹丸的最大极限速度,逃逸速度越大,则弹丸的速度也越大,因此火炮膛内的理想工质应是具有大逃逸速度的气体工质。如果讨论的是等截面身管和火药瞬时燃完的情况,并且膛底反射波在弹丸飞出炮口前未达到弹底,那么膛内传递的波系属于一种简单波。由(10-18)式,根据等熵关系及声速公式

$$\frac{T}{T_0} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{k-1}{k}}$$

$$c = \sqrt{kRT}$$

可得

$$\frac{c}{c_0} = \sqrt{\frac{T}{T_0}} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{k-1}{2k}}$$

代入(10-18)式,则有

$$\frac{p}{p_0} = \left(1 \mp \frac{k-1}{2} \frac{u}{c_0}\right)^{\frac{2k}{k-1}}$$

将(10-22)代入上式,得

$$\frac{p}{p_0} = \left(1 - \frac{u}{u_{\max}}\right)^{\frac{2k}{k-1}} \quad (10-28)$$

式中 u_{\max} 为逃逸速度。

从(10-28)式看出:影响压力降有两个因素,一是绝热指数 k , 另一是逃逸速度 u_{\max} 。逃逸速度越大,在气体对弹丸膨胀做功的过程中,压力降就越小。当 u_{\max} 趋于无穷大时,压力始终保持与初始状态压力相等 $p = p_0$, 即气体工质保持恒压状态推动弹丸做功,如图 10-4 所示。由(10-20)式可知,逃逸速度又与滞止声速成正比。滞止声速越大,对减小压力降有利。对于完全气体,滞止声速为

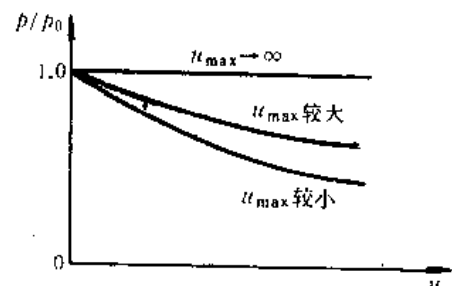


图 10-4 逃逸速度与压力降关系

$$c_0 = \sqrt{kRT_0} = \sqrt{k \frac{\bar{R}}{\mu} T_0} \quad (10-29)$$

式中 \bar{R} 是通用气体常数, μ 是气体相对分子质量。(10-29)式表明,滞止声速又与滞止温度 T_0 的平方根成正比,与气体相对分子质量 μ 的平方根成正比。由此可见,理想工质应该是那种滞止温度高而相对分子质量小的工质,即所谓热轻质气体。

影响压力降的另一个因素是绝热指数 k 。它对压力降的影响比较复杂。当 k 减小时,逃逸速度可以增大。但从(10-28)式可以看出:随着 k 的减小时,指数 $2k/(k-1)$ 将增大,而括号中的数值总是小于 1,因此压力降要增大。然而计算表明,当 k 值减小时,其总的影响还是减小压力降,所以希望气体工质的 k 值要小。必须指出, k 值对压力降的影响比起滞止声速对压力降的影响要小得多。

10.4.2 减小声惯性

声惯性是反映气体在膨胀做功过程中惯性的大小。在等截面身管和火药瞬时燃烧的条件下,并且满足简单波的要求,当弹丸在气体压力作用下向前运动的同时,扰动以 $u-c$ 的速度向膛底传播。这时穿越扰动波的压力变化为

$$dp = -c\rho du \quad (10-30)$$

(10-30)式表示了声惯性 $c\rho$ 与弹后压力降的关系,对于已知速度增量来说,压力降与声惯性 $c\rho$ 成正比。于是在非定常的膨胀过程中,气体的压力降是直接由气体的声惯性所造成的。这种压力降是不可避免的,除非能使 $c\rho$ 等于零。

将(10-30)式积分,则膛内任意一个截面上的气流速度为

$$u = - \int_{p_0}^p \frac{dp}{c\rho} \quad (10-31)$$

该式表示在初始压力 p_0 的条件下,由静止状态开始膨胀的气体速度仅决定于声惯性。 $c\rho$ 越小,则流动速度也就越大,气体能很快地跟上弹丸运动,因而弹底压力下降就小,如图 10-5 所示。

在完全气体和等熵条件下,声惯性又与滞止声速 c_0 成反比,因此要减小声惯性必须要增大滞止声速,于是理想工质应该是那种滞止温度高和相对分子质量小的气体工质。这一结论与提高逃逸速度是一致的。根据阿贝尔——诺贝尔状态方程所得到的声惯性(81tech 27)式,它虽然与滞止声速无直接关系,然而要减小声惯性,同样要增大滞止温度和减小气体相对分子质量。

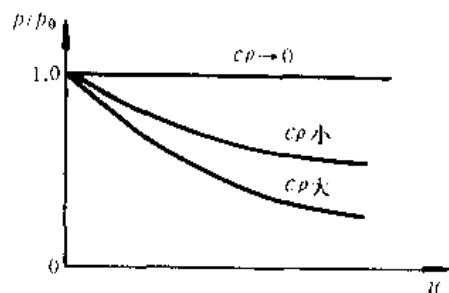


图 10-5 声惯性与压力降的关系

无论是从提高逃逸速度或减小声惯性出发,理想工质均应具有高的滞止温度和小的相对分子质量。具有这种性能的工质就是所谓轻质气体,如氢和氦。氢的相对分子质量为 2.016,氦的相对分子质量为 4.003,而火药混合气体的相对分子质量大约在 30~35 之间。所以对氢来说,它的相对分子质量比火药气体相对分子质量小 14~16 倍,因此在标准状态下,氢气的比容 v_1 也比火药气体的比容大 13~15 倍。氢气的余容又比火药气体的大 9 倍,因而更促进压力更快的升高。火药燃气通常由 CO_2 , CO , H_2O , N_2 和 H_2 等气体混合组成。由表 10-1 中的数值可以看出:在相同的温度下,氢的比热要比火药气体的比热大十几倍,氢气不仅具有小的声惯性,同时又具有很高的能量指标,在相同的温度下,它具有的能量比火药气体大得多,所以氢气是一种比较理想的工质。在目前的超高速火炮中,广泛地采用它来发射高初速的弹丸,这就是所谓轻气炮。在这方面研究比较成熟的是二级轻气炮,下节介绍一种典型的二级轻气炮的内弹道问题。

表 10-1 在 $t=327^\circ\text{C}$ 条件下的几种气体的比热^①

气体种类	H_2	N_2	CO_2	CO_2	H_2O
$c_p/(\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1})$	14.54	1.059	1.076	1.088	2.031

①:取自《传热与传质》,埃克尔特著

10.5 二级轻气炮工作原理及数学模型

10.5.1 二级轻气炮的工作原理

目前关于二级轻气炮的结构和工作原理已经提出了很多可行方案,这里介绍一种如图10-6所示的二级轻气炮。它的基本原理是利用火药气体推动活塞,通过活塞压缩加热氢,然后被压缩的氢气再推动弹丸运动。用这种原理发射弹丸的轻气炮称为二级轻气炮。在发射前,注入轻气室中的氢气具有一定的初始压力,当活塞左端药室内的火药点燃后,产生高温高压的火药气体,达到一定压力

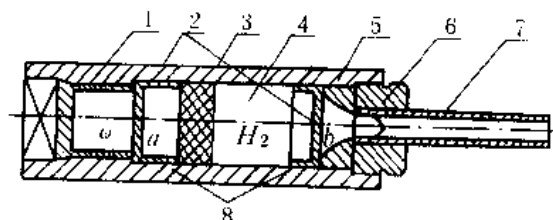


图10-6 轻气炮发射装置

1—药室;2—隔板;3—活塞;4—轻气室;
5—喷管;6—弹丸;7—身管;8—缓冲限位器

后即冲破隔板,火药气体推动活塞,由活塞压缩和加热氢气。氢气被压缩和加热通常是靠冲击波在活塞和弹丸之间氢气中往复运动来实现的,活塞运动速度越高,产生冲击波的强度也就越强。活塞运动速度可通过装药量及活塞的质量来调节,如果活塞运动速度不大,对氢气压缩过程比较缓慢,可以当作绝热过程来处理。在活塞的压缩下,氢气的压力上升到一定程度以后,就冲破轻气室和喷管之间的隔板,弹丸在高温高压的气体作用下沿着身管运动,以此获得极高的弹丸速度。

81tech

用这种方法在轻气室中被压缩的气体所获得的声速,将比在单药室中用化学方法或用电气方法加热的气体工质所获得的声速要高得多。在这种二级轻气炮中,轻气室中的气体声速大于活塞左边药室中的声速。然而轻气室中气体做功的能量来自药室中火药燃烧所释放出的能量,活塞只充当一个传递药室能量的有效工具。活塞的惯性使它在消耗后面火药气体中的内能同时,又把前面的氢气压缩到很高的内能。必须指出:二级轻气炮不仅提供了加热气体工质的方法,同时还提供了在弹丸后面保持恒压的手段。如果适当控制活塞运动的规律,使轻气室中的压力以特定的速率随时间而增大,就能达到恒压的目的。

表10-2是应用二级轻气炮发射时所得的基本特征参数。表中 p_{0H_2} 表示轻气室压力, C_q 为弹质量系数, l_g 为弹丸行程全长, m 为弹丸质量。

表10-2 基本量的特征参数^①

气体	d/mm	m/g	$c_q = \frac{m}{d^3}$	l_g/mm	p_{0H_2}	气体 $t/^\circ\text{C}$	药室 p_1	轻气室 p_2	$\frac{p_{1\max}}{p_{2\max}}$	$c_g/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$
H_2	9.88	3.87	4.00	1372	80	5	93.8	625.2	6.66	3650
H_2	9.88	3.87	4.00	1390	80	17	107.8	755.5	7.00	3760

①取之《身管武器和火药火箭内弹道学》M. E. 谢列伯梁可夫著。

10.5.2 二级轻气炮数学模型

二级轻气炮的内弹道循环过程是相当复杂的,因为它涉及到两个药室内的压力变化以及

活塞和弹丸的运动过程。如果活塞的质量较大而运动速度又比较缓慢的情况下,活塞对轻气的压缩可以看成等熵压缩过程。但在一般情况下,由于活塞的推进,在轻气介质中要产生冲击波,使问题更加复杂化。有关等熵压缩假设下的二级轻气炮内弹道数学模型,已在《身管武器和火药火箭内弹道学》一书中作了详细的介绍。现在讨论一种气动力数学模型的二级轻气炮内弹道基本方程。这种数学模型是用经典内弹道基本方程来描述活塞左边药室内火药燃烧及其活塞的运动规律;气动力数学模型来描述轻气室及身管中的射击过程。

1. 药室基本方程

设 p_1 为药室的平均压力, p_{10} 是打开隔板 a 的压力, p_{ps} 是轻气室作用在活塞表面上的压力, p_a 是轻气室的初始压力。活塞质量为 M , 它的运动速度为 v , 断面积为 S 。并假设:

- (1) 当 $p_1 > p_a$ 时, 活塞开始运动;
- (2) 火药燃烧规律服从几何燃烧定律, 并采用指数燃速公式;
- (3) 活塞运动终了时, 在缓冲限制器的作用下其速度为零;
- (4) 次要功计算系数 φ 仅考虑活塞的摩擦功和气体运动功;
- (5) 热损失通过火药力 f 和绝热指数 k 来修正, 不作直接计算。

根据上述的假设, 药室基本方程为:

活塞运动方程

$$S(p_1 - p_{ps}) = \varphi M \frac{dv}{dt} \quad (10-32)$$

能量平衡方程

$$Sp_1(l + l_\phi) = f\omega\psi - \frac{\theta}{2}\varphi Mv^2 \quad (10-33)$$

式中

$$l_\phi = l_0 \left[1 - \frac{\Delta}{\bar{\rho}_p} - \Delta \left(\alpha - \frac{1}{\bar{\rho}_p} \right) \psi \right]$$

燃速方程

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\bar{u}_1}{\delta_1} p^n \quad (10-34)$$

式中 \bar{u}_1 是燃速系数, δ_1 是火药初始厚度的一半, n 是燃速指数。

形状函数

$$\begin{aligned} \psi &= \chi z (1 + \chi \lambda z^2) \\ \sigma &= 1 + 2\lambda z \end{aligned} \quad (10-35)$$

速度方程

$$v = \frac{dl}{dt} \quad (10-36)$$

式中 l 为活塞行程。

初始条件

$$t = 0, v = 0, p_1 = p_{10}, p_{ps} = p_{0i}$$

$$\phi_0 = \frac{\frac{1}{\Delta} - \frac{1}{\bar{\rho}_p}}{\frac{p_{10}}{f} + \alpha - \frac{1}{\bar{\rho}_p}}$$

$$\sigma_0 = \sqrt{1 + 4 \frac{\lambda}{\chi} \psi_0}$$

$$z_0 = \frac{\sigma_0 - 1}{2\lambda}$$

边值条件

$$l = 0, v = 0$$

$$l = l_2, v = 0$$

式中 l_2 是两缓冲限制器之间的距离。

2、轻气室基本方程

设 A 为轻气室及身管的内膛断面积,它是空间坐标 x 的函数。弹丸质量为 m ,弹丸起动压力为 p_0 。 ρ 、 u 、 p 、 e 和 h 分别表示气体的密度、速度、压力、内能和焓。在弹丸和活塞之间的气体运动可用一维不定常可压缩流的数学模型来描述。即

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) = -\rho u \frac{1}{A} \frac{dA}{dx} \quad (10-37)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u^2 + p) = -\rho u^2 \frac{1}{A} \frac{dA}{dx} + F_f + F_p \quad (10-38)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}[\rho(e + \frac{u^2}{2})] + \frac{\partial}{\partial x}[\rho u(h + \frac{u^2}{2})] = -\rho u(h + \frac{u^2}{2}) \frac{1}{A} \frac{dA}{dx} + Q \quad (10-39)$$

$$p(\frac{1}{\rho} - \alpha) = RT$$

式中 F_f 表示气体与管道之间的单位面积的摩擦力,即

$$F_f = -\frac{f}{D} \frac{\rho u |u|}{2} \quad (10-40)$$

其中 D 为管道水力学直径, f 为达西(Darcy)阻力系数,并用以下关系式表示

$$f = \begin{cases} \frac{64}{Re} \Lambda^{-1} & 0 < Re \leq 2000 \\ 0.032 \left(\frac{Re}{2000} \right)^{0.3187} \Lambda^{-1} & 2000 < Re \leq 4000 \\ (1.14 - 2 \log_{10}(21.25 Re^{-0.9} + \frac{\epsilon}{D}))^{-2} \Lambda^{-1} & 4000 < Re < \infty \end{cases} \quad (10-41)$$

式中 $Re = \rho u D / \mu$ 为雷诺数; ϵ 为管壁表面绝对粗糙度; Λ 是对于高速流动十分重要的可压缩修正因子,可用以下半经验公式表示

$$\Lambda = 1 + (k-1) \frac{\Omega M^2}{2} \quad (10-42)$$

其中 M 是当地流动的马赫数; Ω 为恢复因子,对于层流可近似地表示为 $Pr^{1/2}$,对于湍流为 $Pr^{1/3}$ 。

(10-38)式中的 F_p 是由于气体流过断面变化的管道或越过支撑在管道中残留隔板时所产生的单位体积压力损失,即

$$F_p = -\frac{K}{L} \frac{\rho u |u|}{2} \quad (10-43)$$

式中 K 是压力损失因子, L 是管长。压力损失通常都比较小,除非管道面积变化很快,或在流

动中隔板阻碍相当严重,这种情况下压力损失才比较明显。

管道壁与气体之间的热传导可根据雷诺相似获得,即

$$Q = \frac{4k_f Nu}{D} (T_w - T_{aw}) \quad (10-44)$$

式中 k_f 、 T_w 和 T_{aw} 分别为导热系数、壁温和绝热壁温, Nu 为努塞尔数。应该指出:高速压缩的影响是通过摩擦因子 f 和 Δ 来表示的。

如果内能和焓仅是温度的函数,则有

$$e = c_v T$$

$$h = c_p T$$

式中 c_v 和 c_p 分别为等容比热和等压比热。

初始条件

$$t = 0, u = 0, p = p_{0i}, \rho = \rho_0, T = T_0$$

边值条件

$$x = 0, p = p_{ps}, u = v = \int_0^t \frac{A(p_1 - p_{ps})}{\varphi_1 M} dt$$

$$x = x_d, u = \int_0^t \frac{A(p_b - p_f)}{\varphi_2 m} dt$$

式中 φ_1 和 φ_2 分别为活塞和弹丸的阻力系数; x_d 是活塞静止时,以它的右侧为原点的弹丸行程长; p_b 为弹底压力; p_f 为弹前激波阻力。

药室的基本方程是由常微分方程和代数方程组成,因此可采用龙格—库塔法数值求解。轻气室的基本方程是由偏微分方程和代数方程组成,一般采用差分格式数值求解。在计算过程中,药室的方程和轻气室的方程交替进行。先求解药室方程(10-32)~(10-36)式,这时 $p_{ps} = p_{0i}$ 。求出活塞运动速度,然后再解方程组(10-37)~(10-39)式,求出轻气室压力、速度及密度等参数沿轻气室及身管分布规律,同时又得到新的 p_{ps} 值。再根据药室方程求出活塞运动速度,以此类推,直到整个射击过程解完为止。特别要指出:在轻气室及身管中,由于活塞压缩将产生冲击波,在流场中发生间断面,使计算不能进行下去。因此在计算过程中需要人工粘滞,将人工粘滞项 q 加到(10-38)式中的压力项 p 上。关于人工粘滞问题已在第五章进行了讨论,这里不再重复。

81tech

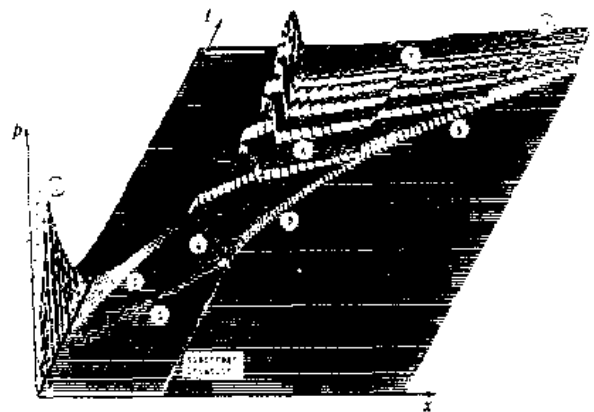


图 10-7 压力随空间和时间的变化

加拿大多伦多大学哥特利伯(J. J. Gottlib)等人根据表 10-3 所示的 DREV250/105mm 二级轻气炮的结构参数及装填条件,进行了数值计算,并与实验结果相比较。图 10-7 综合地表示药室内压力变化、弹丸和活塞的运动轨迹及激波在弹丸和活塞之间的运动。图 10-7 中的(1)区表示药室压力开始很快达到最大值,然后随着活塞沿轻气室(泵管)中运动,压力开始衰

减,如(2)区所示。(3)区表示由于活塞加速运动产生一系列的压缩波,并很快地叠加成激波。(4)区表示从收敛段反射回来的压缩波和从隔板反射的激波,这些反射压缩波和激波最终合成一个激波。随着活塞的加速运动,激波在运动活塞和收敛段之间来回反射,使轻气室压力不断地增大,并冲破隔板,高压气体进入身管推动弹丸沿身管运动,如(5)区所示。(6)区表示激波在收敛段反射同时,一部分激波进入到身管。(7)区表示激波追上弹丸并在弹底反射,使弹底压力增加。如果将燃烧过程、活塞质量、轻气室结构以及轻气压力之间关系匹配得当,使得在弹丸出炮口前一个大幅值的激波追上弹丸,这对增加弹丸速度是有利的。

表 10-3 DREV250/105mm 二级轻气炮参数

火药型号	M ₂	装药量	8.39kg
药室容积	29.2L	活塞质量	83.7kg
弹丸质量	1.01kg	初始容器压力	46.7kPa
初始氦气压力	5.52MPa	隔板破坏压力	6.50MPa

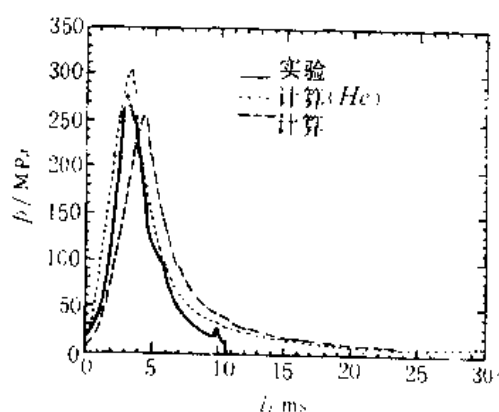


图 10-8 药室压力计算值与实验值的对比

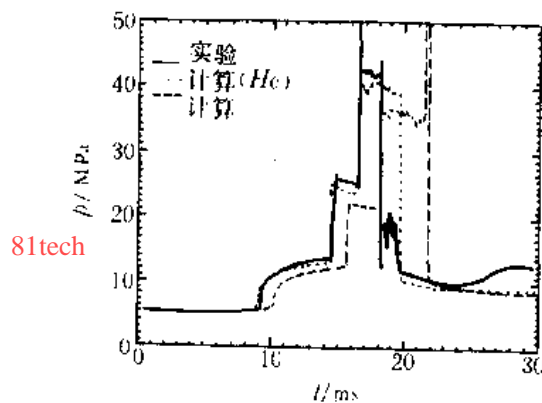


图 10-9 9.728m 处轻气室压力随时间的变化。

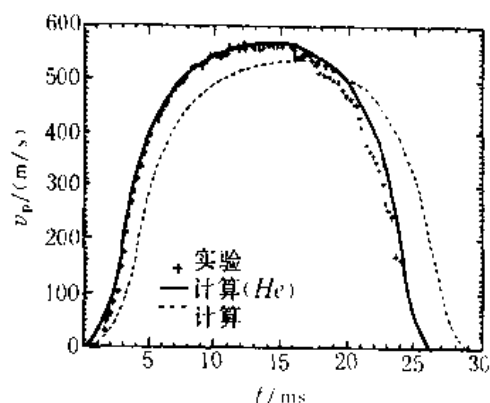
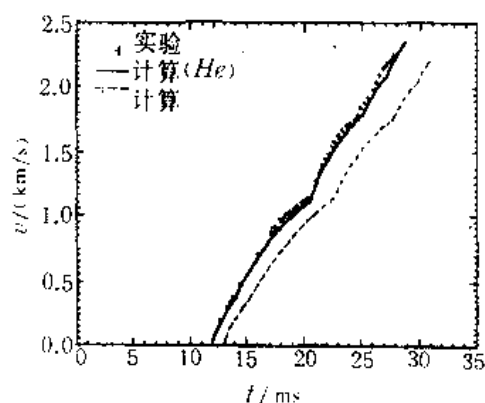
图 10-10 活塞速度 v_p 与时间的关系图 10-11 弹丸速度 v 与时间的关系

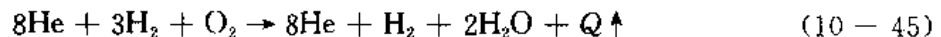
图 10-8 表示药室压力计算值与实验值的对比,表明实验和理论计算结果相当的一致。图 10-9 表示在 9.728m 处轻气室压力的变化规律。从压力曲线的变化规律反映了压缩波叠加成

激波以及在活塞和弹丸之间反射的情况。图 10-10 表示活塞运动速度与时间的关系曲线。根据边界条件,活塞运动结束的速度为零。图 10-11 表示弹丸速度的变化规律。速度曲线的波动现象是由于激波赶上弹丸并在弹底反射所形成的,通过一系列的冲击载荷(不是均匀载荷)使弹丸获得很高的速度。

10.5.3 化学反应加热

二级轻气炮是利用药室中的火药燃烧所产生高温高压的气体,以此推动活塞来压缩和加热轻气室中的气体工质。很显然,如果气体工质被加热的温度越高,则对弹丸做功的能力也越大。因此在高速炮的发展过程中,除了要选择那种声惯性小的气体工质以外,还要考虑如何提高气体工质的温度,这也是一个非常重要的技术问题。用化学反应加热气体工质是当前探讨的一种技术途径。

有一些物质在化学反应过程中,能释放出大量的热量。在高速火炮中,通常采用氢和氧进行反应,释放出热量来实现对气体工质的加热。被加热的工质一般采用氢和氦,它们的反应式如下:



式中 Q 是反应过程中释放出的热量。反应产物的相对分子质量为 6.5,温度约在 2700K 左右。声速为 2100m/s,压力约为初始压力的 7 倍。在膨胀中的平均绝热指数 $k=1.45$ 。从这些数值中看出,它的声速比纯氢或纯氦在 2700K 温度下的声速要低。

然而用 H_2 和 O_2 来加热氢和氦气体工质时,有可能发生爆炸的危险。美国海军武器研究所的实验表明,如果气体经过很好的混合,并在很多点上同时点燃,而在隔膜破坏之前使反应进行完毕,那么直径小于 101.6mm 的药室内是可以防止爆炸的。可是在直径大于 152.4mm 的药室内,室温下混合气体,当初压高于 37.6MPa 时,则几乎总是发生爆炸。由于考虑到安全的原因,而且得到的声速也比较低,所以用氢氧化学反应加热的方法没有得到广泛的采用。另外,发射装置的结构也比较复杂。但其优点是药室比较小。用这种加热方法所获得的弹丸最大速度约为 3960m/s 左右。

§ 10.6 电热炮的内弹道循环

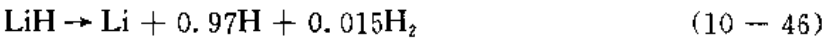
除了用压缩加热和化学加热以外,还可以用电能加热。这种通过电能加热膛内流体工质的火炮叫做电热炮(ETG)。用电能加热目前有多种方式,如果利用电能直接加热流体工质,例如采用电弧放电的方式,这种电热炮又称为电弧炮;或者利用电能产生高温等离子体气流,再由等离子体气流加热流体工质。这是电热炮中一种常见的加热方式,若被加热的流体工质是一种含能物质,这种电热炮叫做燃烧增强等离子火炮(CAP)。它是由一种把电磁原理和液体发射药技术相结合的一种发射装置。

10.6.1 电弧炮工作原理

典型的电弧炮结构及基本原理如图 10-12 所示。药室中装有低相对分子质量的工质,如氢化锂(LiH)。电容器通过电极在药室内放电时,工质被加热到很高的温度,工质在很高的温度下发生相变和分解而变成气体,气体加热获高压,推动弹丸沿身管加速运动,以此获得极高

的初速。

在理想工质的讨论中曾经指出：一种良好的气体工质必须能产生低相对分子质量的气体，对于电弧炮来说亦应如此。上节所讨论的轻气炮是用氢或氦作为工质，使弹丸获得极大的炮口速度。但是在较小的电弧炮内则很难使用氢气和氦气。电弧炮药室小，并且要耐高压，所以采用固态或液态的工质较为有利。而使用气体工质时需要一个连结良好的耐高压的充气孔。因此，电弧炮一般选用固态工质，常用的是LiH。在极高的温度下，例如当加热到20000K，压力达到700MPa时，氢化锂将发生相变和分解，其反应如下



反应物全部是气态。它所产生气体的热力学参数和氦气相比如表10-4所示。

表 10-4 两种气体的热力学参数

热力参数 气体种类	$c_p/(\text{J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1})$	$c_v/(\text{J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1})$	μ	k
LiH 反应产物	21.05	12.68	4.06	1.66
He	20.79	12.47	4.003	1.67

表中 μ 是气体分子量， k 为绝热指数。从表10-4看出，氢化锂的反应产物的比热要比氦气的比热大，所以电弧炮选用氢化锂作为化学推进剂可以比氦气获得更高的温度。

电弧炮是通过电容放电产生电弧来加热工质的，因此要求电容具有很大的容量，一般要求电容能储存6000J的电能。由电能变成电弧，然后加热工质，由电能变成了热能，最后将一部分热能转换为弹丸的动能。因此，传给弹丸的能量转换率，是一个衡量电弧炮工作性能的重要指标。绝大多数轻气炮的能量转换率均不大于1%。但是，对电弧炮来说，电容器到电弧的能量转换率比较高，它可达58%，所以整个能量转换率可能达到2%左右。表10-5给出三门电弧炮的实验结果及其效率。

表 10-5 电弧炮效率

电弧炮 编 号	电容能量 /J	弹丸速度 /m·s ⁻¹	弹丸质量 /g	弹丸动能 /J	电压/V	效 率
1	4350	4350	0.0037	35	17000	0.81%
2	4350	4550	0.0037	38.3	17000	0.86%
3	4350	5000	0.0037	46.3	17000	1.1%

从表10-5中看出，电弧炮的效率也仅有1.1%左右。但电弧炮的大小可以通过调整电容器大小来决定，而增大电容器是经济可行的。它所能达到的速度超过了除氦气炮以外的现有火炮的速度。对于某些超高速的试验，电弧炮还是一种有用的加速器，但是在用电弧加热过程中，被加

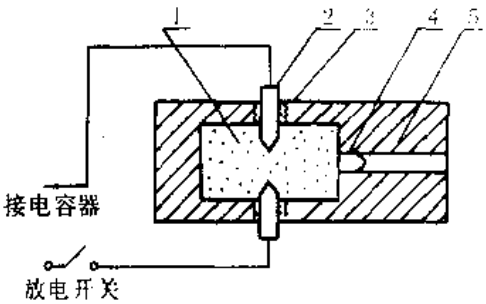


图 10-12 电弧炮原理图

1-药室；2-主电极；3-尼龙绝缘管；
4-尼龙弹丸；5-内膛

热的工质可能发生金属电极颗粒的污染,以致增大了气体工质的相对分子质量,所以得到的弹丸速度要比理论计算的速度低。

10.6.2 等离子体加热型电热炮内弹道问题

用等离子体加热的电热装置(ET)推进弹丸运动的技术已引起人们广泛的重视。近几年来,无论在理论和实验方面都进行了大量的研究。美国弹道实验研究所(BRL)已完成了口径为14mm,弹丸行程为200倍口径的电热炮设计。美国食品机械公司(FMC)也研制出一种燃烧增强等离子体电热炮,可将弹丸加速到3000m/s。据报导,苏联正在FST-2型坦克上试验口径为135mm的电热炮,初速可达1980m/s。另外,西德、以色列等国也在开展这方面的研究。

典型的等离子体加热的电热炮系统组成如图10-13所示。它由电源、脉冲回路、等离子体电桥、流体力工质、身管及弹丸组成。电热炮的内弹道循环如图10-14所示,图(a)表示射击开始状态。高能电流通过连接在等离子体电桥两端电极的金属线,电流使金属线熔化产生高温等离子体,然后金属等离子体流经由聚乙烯制成的管道小孔,将聚乙烯管壁消融成等离子体并形成等离子体射流。图(b)表示等离子体射流经过小孔与流体力工质相互作用,将流体力工质离解为高温气体,以推进弹丸加速运动。图(c)表示电源输入系统终止后,被离解的气体进入膨胀过程。这个状态类似于固体发射药火炮在火药燃完后的气体膨胀过程。

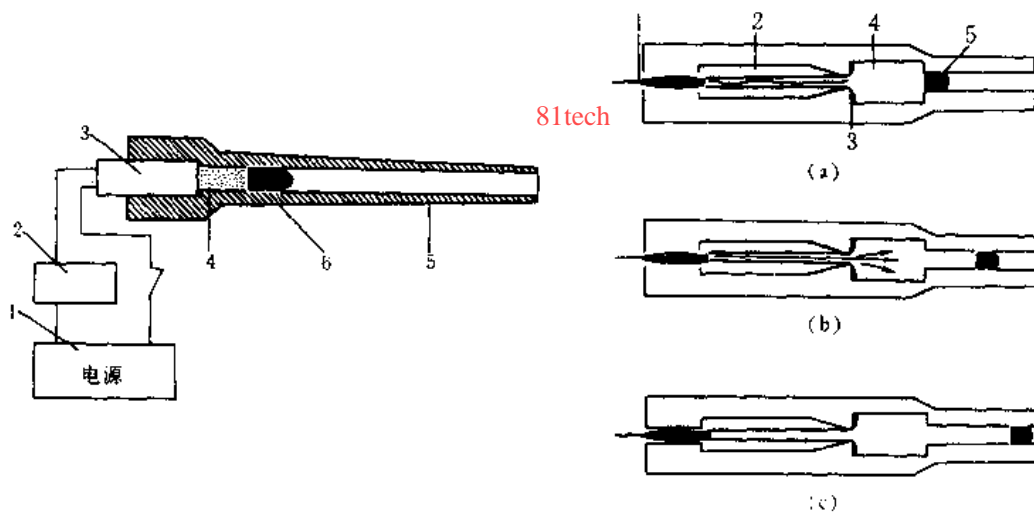


图 10-13 电热炮结构图

1—电源;2—脉冲回路;
3—等离子体电桥;4—流体力工质;
5—身管;6—弹丸

图 10-14 电热炮内弹道循环

(a)射击开始状态;(b)等离子体作用于流体力工质;
(c)气体膨胀阶段,1—金属电极;2—聚乙烯;
3—前电极;4—流体力工质;5—弹丸

研究表明:要获得一个好的电热炮内弹道性能,主要决定于流体力工质的组分和等离子体射流与流体力工质之间相互作用的反应速率。流体力工质的潜在优点由自身的热化学性能进行评价。迄今为止,已有30多种流体力工质通过热化学性能的计算,从理论上分析在电热炮中应用的前景。表10-6给出部分流体力工质及其混合物。将流体力工质分为吸热、缓慢放热和高放热三种类型,它们主要是水(H_2O)、铝(Al)、氢化锂(LiH)、氢化钛(TiH_2)、辛烷(C_8H_{18})、过氧化氢(H_2O_2)、氢硼化锂($LiBH_4$)、酒精及煤油等,LP1845是液体发射药。

表 10—6 部分流体力工质及其分类

吸热型	缓慢放热型	高放热型
50% 铝/50% 水	酒精	LP1845
氢化锂	辛烷	JA ₂
氢	过氧化氢	20% 锂/80% 过氧化氢
5% 氢化锂/95% 酒精	40% 氢硼化锂/60% 水	25% 辛烷/75% 过氧化氢
50% 氢化钛/50% 水	45% 氢化锂/55% 水	20% 煤油/80% 过氧化氢
水	12.5% 氢化锂/37.5% 铝/50% 水	

表 10—7 四种典型流体力工质的热化学性能

性 能	H ₂ O	LiBH ₄	TiH ₂ /Al	C ₆ H ₁₈ /H ₂ O ₂
电能/kJ/g	10	14.33	1.058	1.0
火药力/kJ/kg	1675.1	2680.2	822.9	1694.5
相对分子质量	17.633	10.535	2.33	16.841
余 容	0.609	1.414	0.684	1.058
比热比	1.2035	1.207	1.273	1.227
化学能/kJ/g	0.0	0.0	1.959	6.458
有效能/kJ/g	8.231	1.295	3.016	7.458
电能/%	100	100	35	15.4
化学能/%	0.0	0.0	65	84.6
密 度	1.0	0.868	2.16	1.26

四种典型的流体力工质的热化学性能计算结果列于表 10—7 中, 它们是水、氢硼化锂、氢化钛/铝和辛烷/过氧化氢。这些流体力工质具有一定的代表性, 水是一种吸热型流体力工质; 氢硼化锂和氢化钛/铝是缓慢放热型的; 辛烷/过氧化氢是高放热型的。为了能与固体发射药性能对比, 在计算时将燃烧温度确定在 3400K。

表 10—7 的电能表示每克流体力工质的电能千焦数; 化学能表示为每克流体力工质总能量与每克电能之差; 有效能表示每克流体力工质可利用的总能量, 它包括电能和化学能, 是工作中能量可利用的量度。

图 10—15 表示某些流体力工质与固体火药 JA₂, M30 以及 M31E1 的火药力随温度变化曲线。以 JA₂ 固体火药的数值为中心, 将图 10—15 分成四个区域。区域 I 表示高温高火药力区, 高火药力是火炮火药所期望的特征, 但高温会对炮膛烧蚀带来严重问题。对一般野战火炮来

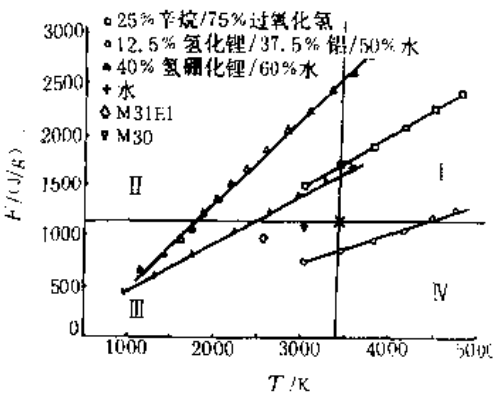


图 10—15 火药力随温度的变化

说,火药的燃烧温度不要高于 3400K。然而从流体力学和非平衡态热力学考虑,在电热炮中这种影响要小得多。根据电热炮的实际射击,所观察到的炮膛烧蚀不很明显,其原因是电热炮在射击过程中炮膛表面被一种不蒸发的流体薄层所覆盖,将高温气体隔开,起了护膛的作用,因此可扩大电热炮流体工质容许温度的范围。

区域Ⅰ对流体工质是最理想的状态,它表示高火药力和低温度的特征。具有这种特性的流体工质可以提供一种低烧蚀高能量的火炮系统性能。在区域Ⅲ的流体工质是低温低火药力的工质,尽管是低火药力,这区域并不代表流体工质不能接受的性能。从图中可看到,目前用于炮兵和空间防御的固体火药 M31E1 和 M30,分别都处于这个区域。在区域中Ⅳ所表示的流体工质是低火药力和高温度的性能。当然,这些流体工质在电热炮中是不能接受的。

从图 10-15 的曲线中还可观察到两个定性的趋向。第一,加入电能都有利提高所有流体工质的火药力和温度;第二,在图中可以发现这样一个事实:加入电能对于每一种流体工质所增加的火药力以及温度是不相同的。这可以从它们的曲线斜率的差别中得到这个结论,斜率的差别涉及到流体工质的气体相对分子质量。

影响电热炮性能的另外一个主要因素是电能输入,或等离子体射流与流体工质之间的相互作用速率,或称反应速率。电热过程中的压力、速度和温度强烈地依赖反应速率。在电热炮理想工作状态下,等离子体与流体工质之间的反应速率是均匀稳定的,这意味着流体工质的总质量在输入电能终止瞬间全部离解为气体,以及单位电能输入所离解流体工质的质量相等。这里流体工质的作用相当于一般火炮中的火药作用。电能的输入决定反应速率。流体工质反应的平均速率可定义为任意时刻流体工质所离解的百分数等于输入系统的总电能百分数。如图 10-16 中所表示的均匀曲线。

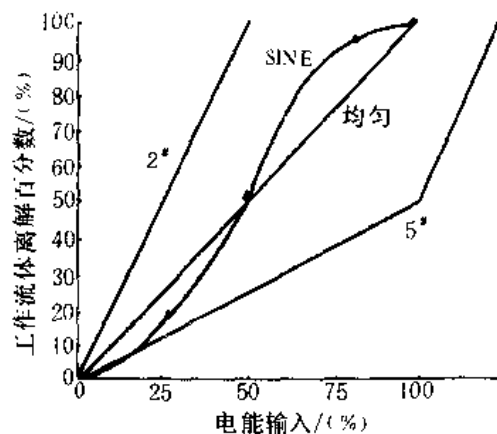


图 10-16 反应速率

为了讨论反应速率对弹道性能的影响,除了均匀反应速率外,还给出几种典型的反应速率。第一种情况,在图 10-16 中用 2^* 表示的反应速率。它表示流体工质离解的百分数等于电能输入的两倍,因此,在电能输入 50% 时,流体工质全部离解为气体。第二种情况用 5^* 标明,表示离解的百分数为电能输入百分数的一半,即电能全部输入后,流体工质只离解一半质量,剩下的 50% 流体工质在弹丸出炮口前全部离解。最后一种速率是用 SINE 标明,一种以正弦规律的反应速率,它通过图上 (0,0), (25,15), (50,50) 和 (75,100) 这四个点。

根据以上所规定的反应速率,在口径为 14mm, 弹丸行程 2800mm 的电热炮上用吸热型 H_2O 和放热型的 C_3H_8/H_2O_2 两种流体工质进行内弹道模拟,计算的膛底压力和初速,及其与均匀反应速率之差列于表 10-8。

表 10-8 不同反应速率假设下的膛底压力和初速值

工 质	方 案	膛底压力/MPa	初速/(m/s)	初速与均匀反应 速率条件之差
H ₂ O	2 [#]	370	1873	-11.5%
	5 [#]	470	2196	+3.8%
	SINE	520	2161	+2%
	均匀	440	2116	0.0%
C ₈ H ₁₈ /H ₂ O ₂	2 [#]	815	2408	+13.2%
	5 [#]	360	1877	-11.8%
	SINE	580	2224	+4.5%
	均匀	440	2128	0.0%

从表 10-8 中看出,在改变反应速率的情况下,H₂O 比起 C₈H₁₈/H₂O₂ 的敏感性要小。由于流体工质性质不同,反应速率的影响程度也有很大的差别。对于 H₂O,与均匀方案相比,方案 5[#] 初速增大,而方案 2[#] 的初速减小。然而对于 C₈H₁₈/H₂O₂ 的流体工质表现出相反的结果,方案 2[#] 初速增加,而方案 5[#] 的初速减小。两种方案的膛底压力与影响初速的规律相反。对于 H₂O,方案 5[#] 大于方案 2[#];对于 C₈H₁₈/H₂O₂,方案 2[#] 大于方案 5[#]。

为了说明电热炮内弹道性能潜在的优点,这里和固体火药内弹道性能作一个比较。采用固体火药为 JA₂ 和四种流体工质为 H₂O, LiBH₄, TiH₂/Al, C₈H₁₈/H₂O₂。电热炮输入的电能总量恰好提供与 JA₂ 火药的相同气体温度。膛底压力保持在 435MPa。电热炮口径为 14mm,弹丸行程为 2800mm。计算结果如表 10-9 所示。

从初速的对比表明:当合理地选择流体工质,电热炮比起常规火炮具有良好的弹道性能,初速可增加 23.7%。然而能实现这个目标,需要提供大量的电能输入。电热炮的初速的提高还与流体工质在离解时产生低分子量气体有关。工质 TiH₂/Al 在离解时产生大量氧化铝固体颗粒。它不仅是吸收一部分热量,同时使气体的莫尔数减少,从而使得初速降低。另外,由于等离子体与流体工质之间的反应速率的控制比较困难,因而也影响到弹道性能的稳定。

表 10-9 电热炮和常规火炮弹道性能的对比

模拟类型	火药/流体工质	装药质量/g	初速/m/s	与常规差	电能/kJ
常规改进型火药	JA ₂	58(单孔)	1891	0.0	0.0
常规膛底压力不变	JA ₂	56.36	1945	+2.9%	0.0
电热炮	H ₂ O	44.78	2116	+11.9%	448
电热炮	LiBH ₄	31.39	2339	+23.7%	450
电热炮	TiH ₂ /Al	73.67	1754	-7.2%	78
电热炮	C ₈ H ₁₈ /H ₂ O ₂	43.26	2128	+12.5%	43

§ 10.7 电磁炮发射原理

10.7.1 概述

利用电磁力发射物体的设想迄今已有近一百年的历史。自从发现运动带电粒子或载流导体在磁场中会受到洛伦兹(Lorentz)力作用的物理现象以来,人们一直在追求如何将洛伦兹力

用于军事目的,发展一种利用电磁力代替火药发射弹丸的电磁炮(EMG)。早在第一次世界大战期间,法国和德国相继开展电磁炮的研究工作。1917年,法国人就提出利用强大的电磁力发射尾翼弹丸的设想。第二次世界大战后,美国、澳大利亚、苏联和西德等国家都积极开展电磁发射原理的研究。1957年,美国通用电气公司发射一个重为45g,速度为0.54km/s的物体。然而电磁发射技术的实质性进展首先是本世纪70年代初,澳大利亚堪培拉国立大学的研究工作。他们使用一台贮能为550MJ的世界上最大的单极发电机,将3g塑料弹丸加速到5.9km/s。这一研究结果激发了许多国家政府及研究人员的热情。1978年美国国防部开始拨款资助电磁炮的研究工作,而后在《战略防御倡议》(SDI)计划中,把电磁炮发射动能武器作为天基反导系统的主要备选方案。随着电磁发射技术的日趋发展,电磁炮是极有可能成为新一代武器。一些典型的电磁炮发射指标列入表10-10中。

表 10-10 一些国家电磁炮发射指标

年 代	国 家	装置名称	弹丸质量/g	初速/(km/s)	备 注
1970	澳大利亚		3	5.9	第一台现电磁炮
1982	美国	MFCG-RG	3.1/165	10.1/0.35	
1984	美国	EML	10	2.6	
1986	美国	RFCD	80	2	连发率 60 发/s
1986	英国	REMGUN-3	50/100	3.9/2.75	设计指标
1986	日本		4.44/20	2.01/1.5	
1986	西德		10	3.5	设计指标

电磁炮发射原理是洛伦兹力驱动弹丸。发射装置通常由脉冲电源、加速器和开关等主要部分组成。根据发射装置的结构不同,电磁炮又大致分为导轨炮、线圈炮和重接炮三种类型。

(1) 导轨炮(Rail Gun)。典型的导轨炮结构如图10-17所示。它由原动机、单极电机、闭合开关、电枢及弹丸组成。单极电机向导轨提供强大的电流。电感器作用是储能和调节电流脉冲。当电流通过导轨和弹后的电枢(固体电枢或等离子电枢)形成回路时,电枢在两根导轨间的强大磁场作用下,产生洛伦兹力以推动弹丸运动。

(2) 线圈炮(Coil Gun),又称为同轴加速器。它的发射原理及其结构如图10-18所示。它由原动机、特殊交流电机、驱动线圈和弹丸线圈所组成。当高压电流被引入驱动线圈时,其周围形成强大的磁场。如果同时经过电刷向被发射的弹丸线圈通电,那么弹丸线圈上的电流与驱动线圈所形成的磁场相互作用下,产生电磁力推动弹丸加速运动。

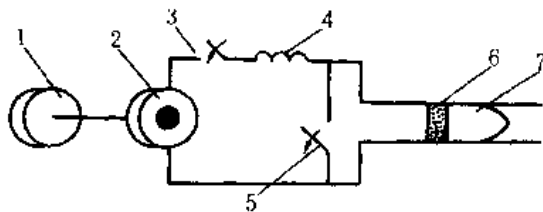


图 10-17 导轨电磁炮原理及主要部件

1—原动机;2—单极电机;3—闭合开关;
4—电感器;5—电枢;6—电枢;7—弹丸

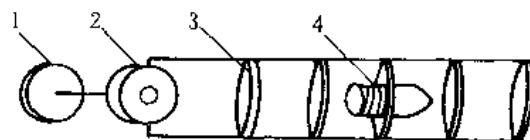


图 10-18 线圈炮原理及主要部件

1—原动机;2—特殊交流电机;
3—驱动线圈;4—弹丸线圈

(2) 组成等离子体各组元的温度近似相等;

(3) 一维流动, 并忽略各组元间的扩散。

根据上述的假设, 类似于一般流体力学方法, 可得到以下的一维等离子体混合流动模型。

连续方程

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) = 0 \quad (10-51)$$

式中 ρ 为等离子体的混合密度。若任一分组元的数密度为 n_i , 则总数密度 n 为

$$n = \sum_{i=1}^N n_i$$

混合密度 ρ 为

$$\rho = mn = \sum_{i=1}^N m_i n_i = \sum_{i=1}^N \rho_i$$

式中 m_i 为等离子体任一组元单个粒子的质量。

运动方程

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} + F_e \quad (10-52)$$

式中

$$F_e = \rho_e E + \vec{J} \times \vec{B} = \rho_e E + JB \vec{e}_z$$

F_e 为总电磁力, 它由静电力和电磁力组成。 ρ_e 为电荷密度, \vec{B} 为磁感强度, \vec{J} 为电流密度, 它表示为

$$\vec{J} = \rho_e \vec{u} \quad (10-53)$$

能量方程

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho e_m) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u e_m) = \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) - \frac{\partial Q}{\partial x} + \epsilon_T \quad (10-54)$$

式中 e_m 为等离子体内能, 它是温度 T 的函数。 Q 为热量通量。 ϵ_T 为能量源, 它包括化学能和电磁能。它们分别为

$$e_m = c_v T$$

$$Q = Q_c + Q_R \quad Q_R = -k \frac{\partial T}{\partial x}$$

$$\epsilon_T = EJ + \epsilon_c$$

其中 c_v 为等离子体的定容比热, Q_c 为导热通量, Q_R 为辐射热通量, k 为导热系数。 ϵ 为电场强度。 ϵ_c 为化学能。等离子体温度 T 等于全部组元的动力学温度, 若任一组元温度为 T_i , 则

$$T = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^N n_i T_i$$

电荷守恒方程

$$\frac{\partial \rho_e}{\partial t} + \frac{\partial J}{\partial x} = 0 \quad (10-55)$$

上式是等离子体连续方程的必然结果, 是电荷连续方程的一种形式。

状态方程

$$p = \sum_{i=1}^N p_i = R_A \sum_{i=1}^N n_i T_i = R_T n T = R_F \rho T \quad (10-56)$$

$$R_F = \frac{R_A}{m}$$

式中 R_F 为等离子体气体常数, m 为等离子体一个粒子的平均质量。

麦克斯韦(Maxwell)方程

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (10-57)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (10-58)$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad \vec{D} = \epsilon \vec{E}$$

式中 \vec{H} 为磁场强度, \vec{D} 为电位移, μ 为磁导率, ϵ 为电介常数。

上述方程组包括 p 、 ρ 、 u 、 T 、 E 、 B 、 J 和 ρ_e 等八个变量, 相应的有(10-51)~(10-58)八个方程, 因此方程系是封闭的。可根据电磁炮具体情况给出定解条件, 获得方程组的数值解。

10.7.3 箍缩电磁炮的数学物理模型

一种典型的箍缩(Z-pinch)等离子体电磁炮如图(10-20)所示。它由电源、阴极、绝缘子、阳极身管和弹丸所组成。实际上阳极充当身管, 电源由电容器组构成。放电的开始阶段, 轴向电流产生的角向磁场 B_θ 沿径向压缩等离子体。如果电流的径向流动层很薄, 可以假设其中的电流为均匀分布, 而该处的磁场则完全由轴向流动的电流所产生。若 J_r 为靠近电极的薄层等离子体中所流过的电流密度, 则作用在弹丸上的电磁力为

$$F_r = \vec{J}_r \times \vec{B}_\theta = J_r B_\theta \vec{e}_z \quad (10-59)$$

假设径向电流密度 J_r 完全来自轴向电流密度 J_z , 则径向电流密度可表示为

$$J_r(r) = \frac{1}{2\pi r b} \int_0^r J_z(r) 2\pi r dr \quad (10-60)$$

式中 b 为等离子体薄层的厚度。当系统达到平衡状态时, 等离子体压力和电磁压力相平衡, 这时等离子体运动方程为

$$\nabla p = \vec{J}_z \times \vec{B}_\theta \quad (10-61)$$

式中 p 为等离子体压力。电流和磁场关系满足安培定律, 即

$$\nabla \times \vec{B}_\theta = \mu \vec{J}_z \quad (10-62)$$

式中 μ 为磁导率。若将(10-61)和(10-62)两式写成标量形式, 则有

$$J_z B_\theta = -\frac{dp}{dr} \quad (10-63)$$

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr}(r B_\theta) = \mu J_z \quad (10-64)$$

设等离子体为单电离态, 并假设温度均匀恒定。则等离子体状态方程为

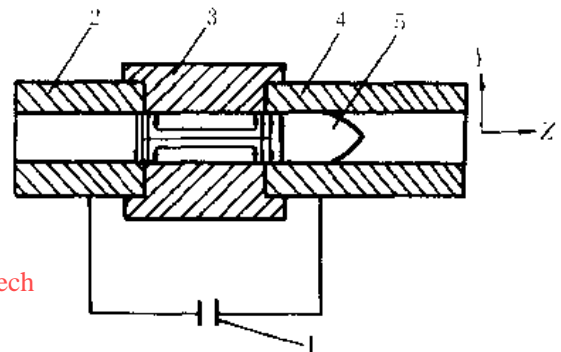


图 10-20 箍缩电磁炮原理图

1—电源; 2—阴极; 3—绝缘子;

4—阳极; 5—弹丸

$$p = n_i k T_i + n_e k T_e = n_i k (T_i + T_e) \quad (10-65)$$

其中 k 为玻耳兹曼(Boltzmann)常数。 n_i 和 n_e 分别为离子和电子的数密度。 T_e 和 T_i 分别为电子、离子温度。

轴向电流密度可表示为

$$J_z = en_i u_{zi} - en_e u_{ze} = en_i (u_{zi} - u_{ze}) \quad (10-66)$$

式中 u_{zi} 和 u_{ze} 分别表示离子和电子的轴向速度, e 为电子电荷。

将(10-65)和(10-66)式代入(10-63)式,可得

$$k(T_i + T_e) \frac{dn_i}{dr} + en_i (u_{zi} - u_{ze}) B_\theta = 0 \quad (10-67)$$

用 r/n_i 乘(10-67)式,再对 r 微分,则(10-67)式变为

$$k(T_i + T_e) \frac{d}{dr} \left(\frac{r}{n_i} \frac{dn_i}{dr} \right) + e(u_{zi} - u_{ze}) \frac{d}{dr} (r B_\theta) = 0 \quad (10-68)$$

由(10-64)式和(10-66)式代入(10-68)式,可得

$$k(T_i + T_e) \frac{d}{dr} \left(\frac{r}{n_i} \frac{dn_i}{dr} \right) + \mu_e e^2 (u_{zi} - u_{ze})^2 n_i r = 0 \quad (10-69)$$

在稳态假设中, $(u_{zi} - u_{ze})$ 可认为是常数。设分布为轴对称,忽略两电极附近的端部效应,即认为等离子体柱轴向为无限长,并取边值条件为

$$n_i \Big|_{r=0} = n_0 \quad \frac{dn_i}{dr} \Big|_{r=r_0} = 0$$

则方程(10-69)式的解为

$$n_i(r) = \frac{n_0}{\left(1 + \frac{r^2}{r_0^2}\right)^2} \quad (10-70)$$

式中

$$r_0^2 = \frac{8k(T_i + T_e)}{\mu_e e^2 n_0 (u_{zi} - u_{ze})^2} \quad (10-71)$$

单位长度上的离子总数 N_i 为

$$N_i = \int_0^\infty n_i 2\pi r dr = \pi r_0^2 n_0 \quad (10-72)$$

这里积分上限为无穷大是因为在大电流放电条件下, r_0 远小于管道半径。(10-72)式积分是实际情况的很好近似。

用 I 表示通过等离子体的总电流即

$$I = \int_0^\infty J_z 2\pi r dr = e N_i (u_{zi} - u_{ze}) \quad (10-73)$$

将(10-66)和(10-70)式代入(10-64)式,可得

$$B_\theta = \frac{\mu_e}{r} \int_0^r J_z dr = \frac{\mu_e e n_0 (u_{zi} - u_{ze})}{2} \frac{r}{\left(1 + \frac{r^2}{r_0^2}\right)} \quad (10-74)$$

由(10-66)和(10-70)式代入(10-60)式,则有

$$J_z(r) = \frac{1}{2\pi b r} \int_0^r J_z(r) 2\pi r dr = \frac{e n_0 (u_{zi} - u_{ze}) r}{2b \left(1 + \frac{r^2}{r_0^2}\right)} \quad (10-75)$$

根据(10-74)和(10-75)式,作用在整个管道断面上的总电磁力 F_e 为

$$\begin{aligned} F_e &= \int_0^R J_z B_\theta 2\pi r dr \int_0^b dz = \frac{\mu_e e^2 n_0^2 (u_{zi} - u_{ze})^2 \pi r_0^4}{4} \int_0^R \frac{(r^2/r_0^2) d(r^2/r_0^2)}{(1 + r^2/r_0^2)^2} \\ &= \frac{\mu_e e^2 n_0^2 (u_{zi} - u_{ze})^2 \pi r_0^4}{4} \left[\frac{R^2}{R^2 + r_0^2} + \ln(1 + \frac{R^2}{r_0^2}) \right] \end{aligned} \quad (10-76)$$

式中 R 为管道半径。令

$$A = \frac{R^2}{R^2 + r_0^2} + \ln(1 + \frac{R^2}{r_0^2})$$

由(10-72)和(10-73)式,则总电磁力可表示为

$$F_e = \frac{\mu_e A^2}{4\pi} I^2 \quad (10-77)$$

从(10-77)式可以看出,箍缩炮的电磁力类似于导轨电磁炮的电磁力,都与电流平方成正比。另外当箍缩效应越强,箍缩因子 R/r_0 越大,电磁力也越大。但当箍缩作用比较大时,由于 A 和箍缩因子 R/r_0 是对数关系。当 $R/r_0 > 4$ 时, A 随着 R/r_0 的变化较小; R/r_0 在 2 至 10 之间变化时, A 值大致在 2 附近变化。所以箍缩炮电磁力近似表示为

$$F_e = \frac{\mu_0}{\pi} I^2 \quad (10-78)$$

等离子体热压力所产生的力可表示为

$$F_p = \int_0^R p 2\pi r dr = \int_0^R n_i k (T_i + T_e) 2\pi r dr$$

将(10-70)式代入,则有

$$F_p = \pi r_0^2 n_0 k (T_i + T_e) \frac{R^2}{R^2 + r_0^2} \quad (10-79)$$

根据(10-71), (10-72)和(10-73)式,则有

$$I^2 = \frac{8\pi^2 k (T_i + T_e) n_0 r_0^2}{\mu_e}$$

因此, (10-79)式可表示为

$$F_p = \frac{\mu_e I^2}{8\pi} \frac{R^2}{R^2 + r_0^2} \approx \frac{\mu_e}{8\pi} I^2 \quad (10-80)$$

实验表明:按(10-77)式计算的弹丸速度与实验结果相比要小得多。其中主要原因是当等离子体密度足够大时,等离子体和中性气体之间的碰撞频率也相当大,它强烈地加热中性气体。所以总的热压力应包括等离子体和中性气体的热压力。因此,当箍缩效应足够大时,中性气体的热压力变得十分显著,类似于电热炮的作用。

§ 10.8 恒压炮内弹道理论

膛内火药气体对弹丸膨胀做功的过程中,由于火药气体存在着惯性,随着弹丸的运动,弹底压力也随之下降,这就减小了对弹丸的推动力,不利于弹丸速度的提高。因此,长期来内弹道工作者曾设法如何使膛压保持不变,这就是所谓恒压炮。恒压炮的炮膛容积利用系数 $\eta_k = 1$ 。显然,这对提高弹丸速度是有利的。在内弹道学的发展过程中,人们曾采用过增面燃烧火药、随

行装药以及多药室等措施,企图增加 η_g 的数值。但都不能使 $\eta_g = 1$, 即实现恒压条件。然而, 自从二级轻气炮的发射原理成功地实现以后, 恒压炮的可能性也成了现实。因为只要药室压力按一定规律上升, 如图 10-21(a) 所示使轻气室压力保持不变是完全可能的, 如图 10-21(b) 所示的轻气室压力。

10.8.1 保持恒压的条件

从理论上说, 只要气体工质的滞止声速无限大, 就可以实现恒压条件, 但这种可能性是不存在的。这里介绍斯坦尤科维奇 (Stanyokovitch) 和斯密思 (Smith) 的相似解, 研究保持恒定压力的条件。假定炮膛断面积是常数, 火药瞬时燃完。要使弹底保持恒压条件,

这不仅要求紧靠弹底的气层压力不变, 而且每一层气层的压力也均要保持不变, 所不同的是各气层保持恒压的条件不一样。根据物质导数的概念, 它表示气体微团的流动参量沿着它的迹线的变化率。因此, 要保持恒压, 也就是要求气体微团沿自己的迹线的压力变化率为零, 即

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\partial p}{\partial t} + u \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (10-81)$$

设气体的变化满足等熵条件, 那么密度 ρ 和声速 c 也可以表示为压力的函数

$$\rho = \rho(p) \quad c = c(p) \quad (10-82)$$

同理, 密度和声速在微团的迹线上也不发生变化, 则有

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} = 0 \quad (10-83)$$

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u \frac{\partial c}{\partial x} = 0 \quad (10-84)$$

由一维非定常的连续方程和动量方程, 即

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u)}{\partial x} = 0 \quad (10-85)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (10-86)$$

将(10-83)式代入连续方程(10-85)式, 则得

$$\rho \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (10-87)$$

于是从(10-87)式可以得出, 要么气体密度等于零, 要么

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (10-88)$$

由上式表示气体速度仅是时间的函数, 与空间坐标无关, 即

$$u = u(t) \quad (10-89)$$

以上两种可能性均能满足恒压条件。但要求气体密度等于零, 除非是气体声速无限大, 这显然是不可能实现的, 因此只有第二种可能性, 即气体速度仅是时间的函数。这就所谓斯坦尤科维奇和斯密思的相似解。

将(10-89)式代入(10-86)式, 可得

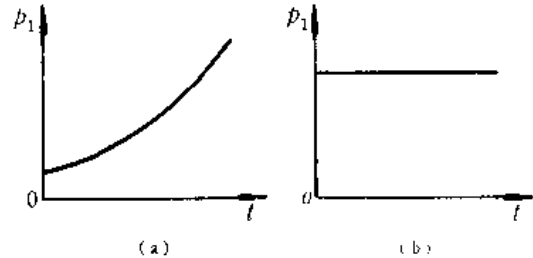


图 10-21 恒压炮压力关系

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}$$

从上式可知,该方程的左边仅是时间的函数,而右边一般来说是 x 和 t 的函数,因此必须等于一个常数 α' ,于是

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = \alpha' \quad (10-90)$$

或

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha'$$

当 $t=0$ 时, $u=0$, 积分上式可得

$$u = \alpha' t \quad (10-91)$$

上式表示,在压力沿微团迹线不发生变化时,气流速度与时间成正比。

如果将坐标 $x=0, t=0$ 这一点的轨迹选作弹丸运动轨迹的起始点,这时的弹底保持不变的压力和声速分别为 p_0 和 c_0 。若忽略弹丸阻力,则弹丸运动方程为

$$p_0 A = m \frac{dv}{dt}$$

或

$$v = \frac{p_0 A t}{m} \quad (10-92)$$

式中 A 是炮膛断面积。由(10-91)式和(10-92)式,可得到

$$\alpha' = \frac{p_0 A}{m} \quad (10-93)$$

对弹丸运动方程(10-92)式积分,求得弹丸行程与时间的关系,即

$$x_d = \frac{p_0 A t^2}{2m} = \frac{\alpha' t^2}{2} \quad (10-94)$$

或

$$x_d = \frac{v^2}{2\alpha'} \quad (10-95)$$

式中 x_d 是以膛底为原点的行程。

为要决定弹底与膛底($x=0$)之间的压力降的基本热力参数,可由动量方程(10-86)式导出,在该式进行积分时,要注意到 $\partial u / \partial x = 0$ 及 $\partial u / \partial t = \alpha'$, 于是有

$$\int_{p_0}^{p_i} \frac{dp}{\rho} = \alpha' x_d \quad (10-96)$$

由(10-95)式,则

$$\int_{p_0}^{p_i} \frac{dp}{\rho} = \frac{v^2}{2} \quad (10-97)$$

由(10-97)式看出,为了能在膛度压力 p_i 较低情况下保持 p_0 是一个恒定值,则必须选用低密度的气体工质,这对于完全气体或非完全气体都是正确的。对于完全气体,低密度相当于高起始声速 c_0 。若起始声速 c_0 小,要保持弹底恒压,则 p_i 增加就要大; c_0 较大时,则要求 p_i 增加小;当 c_0 趋于无穷大时, p_i 可以保持不变,即 $p_i = p_0$ 。这种情况就是声惯性趋于零,如图 10-22 所示。

10.8.2 在相似解中气体性能的变化

为了保持弹底恒压条件,则要求膛底压力 p_t 按某一个规律增加。现在,进一步讨论保持弹底恒压条件 p_t 的变化规律。若气体微团沿它的迹线保持压力不变,则(10-81)式成立。又由于流动是连续的,则压力的微小变化可用下式表示,即

$$dp = \frac{\partial p}{\partial t} dt + \frac{\partial p}{\partial x} dx \quad (10-98)$$

将(10-81)式代入(10-98)式,可得

$$dp = -u \frac{\partial p}{\partial x} dt + \frac{\partial p}{\partial x} dx$$

再将(10-90)和(10-92)式代入上式,则有

$$\frac{dp}{\rho} = \alpha'^2 t dt - \alpha' dx$$

对上式在 $t=0, x=0$ 的条件下积分,得

$$\int_{p_0}^p \frac{dp}{\rho} = \frac{\alpha'^2 t^2}{2} - \alpha' x \quad (10-99)$$

由热力学的 Tds 方程,即

$$dh = Tds + \frac{dp}{\rho}$$

式中 h 代表焓,在等熵过程中, $ds=0$,于是上式变成为

$$dh = \frac{dp}{\rho} \quad (10-100)$$

将(10-100)式代入(10-99)式,积分后可得

$$h - h_0 = \frac{\alpha'^2 t^2}{2} - \alpha' x \quad (10-101)$$

式中 h_0 表示在 $x=0, t=0$ 时的焓。(10-101)式表明要获得相似解所必需的焓的变化,它适用于任何状态方程的任何气体。

对于完全气体,焓可直接表达为声速、压力及温度等参量的关系式,因为焓可以用温度的函数来表示,即

$$h = c_p T = \frac{k}{k-1} RT$$

则(10-101)式可表示为

$$\frac{T}{T_0} = 1 + \frac{(k-1)\alpha'}{c_0^2} \left(\frac{\alpha' t^2}{2} - x \right) \quad (10-102)$$

式中

$$c_0 = \sqrt{kRT_0}$$

由等熵关系式,则

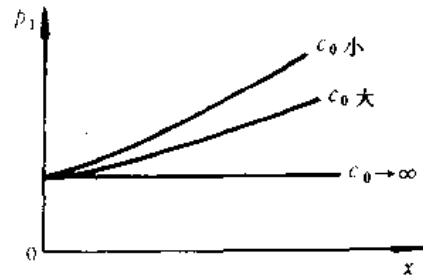


图 10-22 保持 p_0 不变条件下 p_t 与 c_0 的关系

$$\frac{p}{p_0} = \left[1 + \frac{(k-1)\alpha'}{c_0^2} \left(\frac{\alpha' t^2}{2} - x \right) \right]^{\frac{k}{k-1}} \quad (10-103)$$

根据声速公式, (10-102)式也可用声速表示, 即

$$\left(\frac{c}{c_0} \right)^2 = 1 + \frac{(k-1)\alpha'}{c_0^2} \left(\frac{\alpha' t^2}{2} - x \right) \quad (10-104)$$

式中 p_0 、 c_0 和 T_0 分别表示在 $t=0, x=0$ 条件下的压力、声速及温度。

如果炮按照 (10-101) 式变化, 或者温度、压力和声速分别按 (10-102)、(10-103) 和 (10-104) 式变, 就能在弹丸运动过程中保持弹底压力不变, 即达到恒压条件。当 $x=0$ 时, $p=p_t$, (10-103) 式成为

$$\frac{p_t}{p_0} = \left[1 + \frac{(k-1)\alpha'^2}{2c_0^2} t^2 \right]^{\frac{k}{k-1}} \quad (10-105)$$

由 (10-105) 式得出: 要保持弹底恒压, 膛底压力 p_t 必须随时间平方的增加, 而增加的幅度又与初始声速有关。当 $c_0 \rightarrow \infty$ 时, $p_t = p_0$, 如图 10-22 所示。

10.8.3 非等熵效应的诸因素分析

在讨论恒压炮膛内气体流动规律时, 假设流动过程是等熵的。由热力学可知, 等熵过程就是绝热可逆过程, 其中不存在摩擦和传热现象, 并要求过程进行极其缓慢, 梯度很小。但是, 炮膛内气体膨胀过程实际上是一个非常迅速的过程, 弹丸在膛内运动时间仅有几个毫秒到十几个毫秒。所以人们完全要可以对炮膛内气体膨胀过程是等熵这种假设提出疑问。因为在很快的膨胀过程中, 流场确实存在着温度、速度及压力梯度。由于这些梯度存在, 必然产生摩擦和传热等动量及能量的输运现象, 所以实际过程是不可逆的。然而必须指出, 快速膨胀过程的有关不可逆性与快速压缩或减慢膨胀过程有关的不可逆性相比, 前者不可逆性要小。这是因为在膨胀过程中, 气体梯度趋于减小, 而在压缩过程中, 气体内梯度趋于增大, 并且会出现紊流和冲波。这样, 在气体从一个平衡态迅速膨胀到另一个平衡态的情况下, 虽然整个过程肯定是不可逆的, 但绝大部分的不可逆性是在过程逐渐减慢的情况下发生的。因此, 问题不在于火炮膛内气体膨胀过程中是否等熵, 而是在多大的程度上不等熵。要回答这个问题, 就需要对非等熵效应的诸因素进行分析。估计出这些因素所造成的不可逆性的效应, 再把这些不可逆性的效应与过程中发生的其它变化做对比, 就可以概略地得出这些不可逆性影响的程度。

1、由速度梯度所产生的粘性效应

将粘性力与惯性力作一对比, 在什么情况下粘性才起重要作用。如果 U 表示运动速度的尺度, L 是特征长度, 那么时间尺度就是近似于 L/U , 因此惯性力 $\rho du/dt$ 就近似于 $\rho U^2/L$ 。而粘性力也可以近似于 $\mu_f U/L^2$ 。它与惯性项的比值则近似于

$$\frac{\mu_f U}{L^2} / \frac{\rho U^2}{L} = \frac{\mu_f}{\rho U L} = \frac{1}{Re} \quad (10-106)$$

由 (10-106) 式看出: 它们的比值是雷诺数 Re 的倒数。对于膛内的实际射击过程来说, 雷诺数通常都大于 10^5 。因此, 粘性效应是可以忽略不计的。

2、由温度梯度所产生的传热效应

在流动过程中存在温度梯度时, 流层之间要产生传热现象。为了估计这种传热现象对整个能量变化所产生的影响, 比较由传热所进行热量输运和能量的机械输运。总能量可近似于

$\rho c_p TU/L$, 而热传导近似于 $k_f T/L^2$, 它们的比值为

$$\frac{k_f T}{L^2} / \frac{\rho c_p TU}{L} = \frac{k_f}{\rho c_p UL} = \frac{1}{Pe}$$

式中 Pe 称为佩克莱特数, 它等于雷诺数和普朗特数的乘积, 即

$$Pe = RePr \quad (10-108)$$

对于火药气体, Pr 约在 0.72~0.80 之间变化, 所以 $Pe \approx Re$ 。根据上面的讨论, 火炮膛内气体的雷诺数都非常之大, 因此, 气体间的热传导效应可以忽略不计。

3、膛内气体与炮膛壁摩擦和对流传热的效应

膛内气体相对于炮管流动过程中, 在管壁上要形成边界层。这表明气体与管壁之间有摩擦存在。同时, 由于气体与管壁之间存在温差, 也会出现热边界层。摩擦和对流传热对熵变化影响可由下式表示

$$T = \frac{dS}{dt} = Fu + q \quad (10-109)$$

式中 F 为单位质量的摩擦力, q 为单位时间单位质量的对流传热量。由 (10-109) 式看出, 随着摩擦和对流传热的增加, 熵值也增大, 这表明过程的不可逆性的增加, 可利用能量在减小。

4、辐射热损失

计算表明, 在炮膛内辐射传热比起对流传热要小得多。因为膛内的气体密度比较大, 对辐射而言就是一种不透热体, 具有较大的吸收系数。中心射向膛壁的辐射能未到膛壁时大部分能量就被气体吸收。辐射能量只有对流传热量的 0.1% 左右, 因此, 可以忽略辐射的影响。

参 考 文 献

- [1] Seigel A E. *Theory of High Speed Guns*. Published by AGARD. AD475660, 1965.
- [2] Shapiro A H. *The Dynamics and Thermodynamics of Compressible Fluid Flow*. Ronald Press, New York, 1953.
- [3] Серебряков М Е. Внутренняя Баллистика Ствольных Систем и Пороховых Ракет. Оборонгиз, 1962.
- [4] 金志明, 袁亚雄. 内弹道气动力原理. 北京: 国防工业出版社, 1983.
- [5] 金志明. 新概念火炮的内弹道问题. 火炮学会学术交流论文集, 1989.
- [6] Bernier H, Gambart J and Courtaud. *Interior Ballistics Computer Codes for Two Stage Light Gas Launchers*. *Proceedings of the 11th International Symposium on Ballistics*, 1989.
- [7] Gottlieb J J and Groth C P T. *Numerical Model for Prediction of Two-Stage Light Gas Gun Performance*. *Proceedings of the 11th International Symposium on Ballistics*, 1989.
- [8] 魏叔如等. 25~37mm 口径的二级轻气炮的设计与调试. 中国力学学会第二届全国流体力学学术会议论文集, 北京: 科学出版社, 1983.
- [9] Juhasz A A et al. *Introduction to Electrothermal Gun Propulsion*. the 25th JANNAF Combustion Meeting, 1988.
- [10] Oberle W and Bunte S. *A Theoretical Evaluation of Critical Factors in Electrothermal Gun Performance*. *Proceedings of the 11th International Symposium on Ballistics*, 1989.
- [11] Brooks A I and Hawke R S. *The Electromagnetic Launcher: A New Weapon?* *Proceedings of the 6th International Symposium on Ballistics*, 1981.
- [12] Powell J D and Batteh J H. *Plasma of the ARC-Driven Rail Gun*. *Proceedings of the 6th International Symposium on Ballistics*, 1981.
- [13] Wrobel N II and Newman M J. *System Study to Determine Future KE Propulsion Conventional/Electric Gun or Rocket/Ramjet*. *Proceedings of the 6th International Symposium on Ballistics*, 1981.
- [14] 聂孟, П П, 卡兰塔罗夫 И И. 电子学理论基础 (第一册). 北京: 高等教育出版社, 1955.
- [15] Pai S I. *Two-Phase Flows*. Vieweg, 1977.

- [16] 王稚, 霍裕平等. 电磁发射技术讨论会论文集. 中国科学院等离子体物理研究所编, 1987.
- [17] *The IEEE Symposium on Electromagnetic Launch Technology*, 1982.
- [18] *The 2nd IEEE Symposium on Electromagnetic Launch Technology*, 1984.
- [19] *The 3rd IEEE Symposium on Electromagnetic Launch Technology*, 1986.
- [20] Ren Zhaoxing. *Investigation on the Projection by a Z-Pinch Discharge*, *Proceedings of the International Conference on Ballistics*, 1988.

81tech

第十一章 内弹道循环随机模拟

由于装药条件、点火过程及射击环境(如温度)等因素的影响,膛内实际射击过程是一个随机过程。因此,仅用分析的方法来研究膛内射击现象往往不能完全揭示其真实过程。要使理论符合实际,还必须考虑这些随机因素的影响,这就是用随机模拟的方法研究内弹道循环。内弹道循环随机模拟不仅对内弹道理论发展有着重要意义,而且在火药生产,验收等方面也有其广泛的应用前景。

§ 11.1 膛内射击过程的随机现象

内弹道理论的准确性主要决定于两个主要因素:一个是根据膛内射击过程中发生的物理化学现象所抽象出来的数学模型;另一个是反映武器装填条件和结构诸元的起始参量。即使数学模型能真实地反映膛内实际射击过程,起始参数不能准确给定,内弹道解的准确性也是不能保证的。在这些起始参数中,装药条件(如装药量、火药性能及其几何尺寸等)的变化对弹道性能影响尤为显著。虽然是同一品号的火药,但由于工艺过程的某些波动,生产出的各批号火药,无论是理化性能或是几何尺寸也不可能完全一致,它们都有一定的随机性。因此,在满足武器规定的膛压和初速条件下,各批号火药在靶场校验所确定的装药量也必然具有一定的随机性,由此而引起装填密度和装填参数的随机变化。于是,使得表征弹道性能的两个主要内弹道参量,最大膛压和初速也具有随机性质。在相同的射击条件下,一组实测的 $p-t$ 曲线也不可能完全重合,而是分布在某个区域内,如图 11-1 所示。

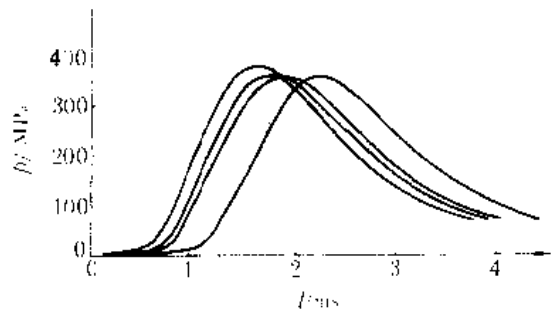


图 11-1 6/7 火药一组射击的 $p-t$ 曲线

现在,根据 57mm 高射炮的 11/7 火药,在生产检验及靶场射击所得到的大量数据,分析其装药参量和弹道参量的随机性质。

11.1.1 装药量分布及统计特征

92 批 11/7 火药的装药量频数和相对频数如表 11-1 所示。相对频数的直方图如图 11-2 所示。从图 11-2 中看出:装药量相对频数直方图近似于正态分布。并用以下公式估计装药量总体的均值和标准离差

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^r x_i \tag{11-1}$$

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^r (x_i - \bar{X})^2} \tag{11-2}$$

表 11-1 57mm 高射炮装药量频数和相对频数

分 组	频 数	相对频数	累计相对频数
1126.5~1130.5	1	0.0109	0.0109
1130.5~1134.5	2	0.0217	0.0326
1134.5~1138.5	1	0.0109	0.0435
1138.5~1142.5	3	0.0362	0.0761
1142.5~1146.5	5	0.0543	0.1304
1146.5~1150.5	4	0.0435	0.1739
1150.5~1154.5	9	0.0978	0.2717
1154.5~1158.5	17	0.1848	0.4565
1158.5~1162.5	12	0.1304	0.5869
1162.5~1166.5	6	0.0652	0.6521
1166.5~1170.5	12	0.1304	0.7825
1170.5~1174.5	9	0.0978	0.8803
1174.5~1178.5	8	0.0870	0.9673
1178.8~1182.5	3	0.0326	1.0000
Σ	92	1.000	

为了计算方便,令 \bar{X}_i 代表某组的组中值, M 是组中值当中的比较中间的一个值, K 是组距。采用下述变换

$$X'_i = \frac{\bar{X}_i - M}{K}$$

变换后的 \bar{X}' 和 S' 分别为

$$\bar{X}' = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^r \bar{X}_i f_i \tag{11-3}$$

$$S' = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^r (\bar{X}'_i - \bar{X}')^2} \tag{11-4}$$

式中 f_i 是每个组的频数, r 为组数。

一般情况下,为了减小计算误差, S' 用以下公式计算

$$S'^2 = \frac{1}{n-1} \left[\sum_{i=1}^r \bar{X}_i^2 f_i - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^r \bar{X}_i f_i \right)^2 \right] \tag{11-5}$$

计算出 \bar{X}' 和 S' 后,再由以下公式求出 \bar{X} 和 S ,即

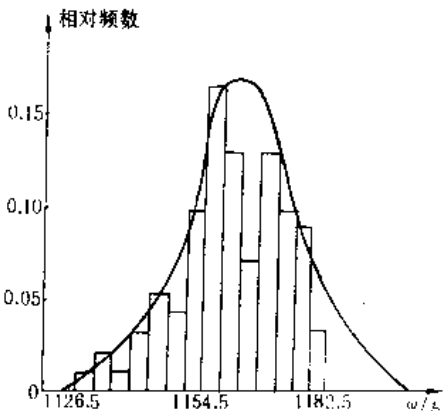


图 11-2 57mm 高射炮装药量
相对频数直方图

$$\left. \begin{aligned} \bar{X} &= M + K\bar{X}' \\ S &= KS' \end{aligned} \right\} \quad (11-6)$$

利用上述变换。取 $K = 4, M = 1152.5$, 计算结果如表 11-2 所示。

表 11-2 计算结果

组中值 \bar{x}_i	频数 f_i	$\bar{x}'_i = \frac{\bar{x}_i - 1152.5}{4}$	$\bar{x}'_i f_i$	$\bar{x}'_i^2 f_i$
1128.5	1	-6	-6	36
1132.5	2	-5	-10	50
1136.5	1	-4	-4	16
1140.5	3	-3	-9	24
1144.5	5	-2	-10	20
1148.5	4	-1	-4	4
1152.5	9	0	0	0
1156.5	17	1	17	17
1160.5	12	2	24	48
1164.5	6	3	18	54
1168.5	12	4	48	192
1172.5	9	5	45	225
1176.5	8	6	48	288
1170.5	3	7	21	147
Σ	92		178	1124

根据表 11-2 的计算结果, 由 (11-3) 式和 (11-5) 式, 可得

$$\bar{X}' = \frac{178}{92} = 1.934$$

$$S' = \sqrt{\frac{1}{91} \left(1124 - \frac{178^2}{91} \right)} = 2.927$$

由 (11-6) 式即可求出装药量的均值和标准离差的估计值

$$\bar{X} = 1152.5 + 1.934 = 1160.0(\text{g})$$

$$S = 2.927 \times 4 = 11.7(\text{g})$$

由于标准离差 σ 未知, 因此应根据 t 分布确定装药量均值 μ 的置信区间, t 分布为

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{S} \sqrt{n} \quad (11-7)$$

式中 n 为检验的次数, 自由度 $v = n - 1$ 。

取置信度为 $1 - \alpha$, α 为显著性水平, 则有

$$P(|t| < t_\alpha) = 1 - \alpha$$

将 (11-7) 式代入, 则

$$P\left(\left|\frac{\bar{X} - \mu}{S} \sqrt{n}\right| < t_\alpha\right) = 1 - \alpha$$

或

$$P(X - \frac{S}{\sqrt{n}}t_{\alpha} < \mu < \bar{X} + \frac{S}{\sqrt{n}}t_{\alpha}) = 1 - \alpha$$

因此,给定置信度 $1 - \alpha$ 的均值 μ 的置信区间为

$$(\bar{X} - \frac{S}{\sqrt{n}}t_{\alpha}, \bar{X} + \frac{S}{\sqrt{n}}t_{\alpha}) \tag{11-8}$$

根据自由度 $v = 92 - 1 = 91, \alpha = 0.05$,查 t 分布双侧分布数表,可得 $t_{\alpha} = 1.99$ 。于是

$$\frac{S}{\sqrt{n}}t_{\alpha} = \frac{11.7}{\sqrt{92}} \times 1.99 = 2.427$$

则 57mm 高射炮的装药量均值置信区间为

$$(1160.5 - 2.427, 1160.5 + 2.427)$$

可近似地取(1158,1163),即装药量的均值有 95%的把握在 1158g 至 1163g 之间变化。

11.1.2 火药厚度分布及统计特征

93 批 11/7 火药厚度频数及相对频数如表 11-3 所示。每组间隔为 0.01mm,共分为 7 组。相对频数的直方图如图 11-3 所示。

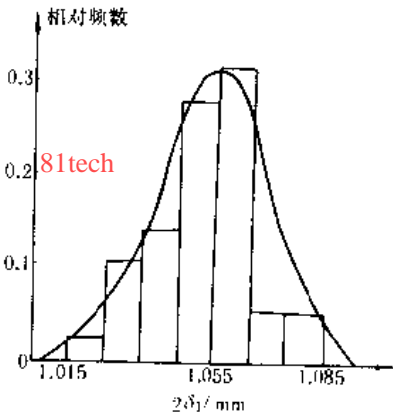


图 11-3 11/7 火药厚度相对频数直方图

从图 11-3 看出:11/7 火药厚度的分布也接近于正态分布。

表 11-3 11/7 火药厚度频数及相对频数

分 组	频 数	相对频数	累计相对频数
1.015~1.025	2	0.0215	0.0215
1.025~1.035	10	0.1075	0.01290
1.035~1.045	13	0.1397	0.2687
1.045~1.055	26	0.2795	0.5482
1.055~1.065	32	0.3440	0.8822
1.065~1.075	5	0.0538	0.9461
1.075~1.085	5	0.0538	1.000
Σ	93	1.000	

根据上述的同样计算方法,可获得火药厚度均值和标准离差的估计值,它们分别为

$$\bar{X} = 1.052(\text{mm})$$

$$S = 0.01337(\text{mm})$$

均值的置信区间为(1.049,1.055)。

11.1.3 最大压力分布及统计特征

根据靶场试验,实测 57mm 高射炮最大压力值的频数和相对频数列入表 11-4 中, 取 1.0MPa 为间隔分成 13 组。

表 11-4 57mm 高射炮最大压力频数及相对频数

分 组	频 数	相对频数	累计相对频数
292.5~293.5	1	0.0117	0.01176
293.5~294.5	4	0.04705	0.05881
294.5~295.5	3	0.03528	0.09409
295.5~296.5	3	0.03528	0.12937
296.5~297.5	6	0.07056	0.19993
297.5~298.5	9	0.10584	0.30577
298.5~299.5	10	0.1176	0.42337
299.5~300.5	11	0.1294	0.55277
300.5~301.5	11	0.1294	0.68217
301.5~302.5	9	0.10584	0.78801
302.5~303.5	7	0.08232	0.87033
303.5~304.5	7	0.08232	0.95265
304.5~305.5	4	0.04705	1.0000
Σ	85	1.0000	

根据表 11-4 的数据,最大压力的均值和标准离差的估计值分别为

$$X = 299.5(\text{MPa})$$

$$S = 29.5(\text{MPa})$$

置信区为(299,300)。

最大压力相对频数直方图如图 11-4 所示。分布图形近似于正态分布。

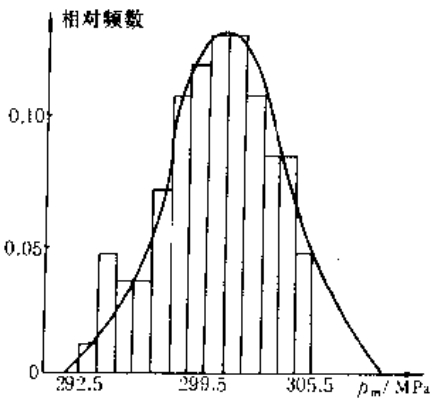


图 11-4 最大压力相对频数直方图

11.1.3 初速分布及统计特征

57mm 高射炮靶场试验所测得初速随机值列入表 11-5 中。以 1m/s 为间隔分成 11 组。直方图如图 11-5 所示,图形近似于正态分布。

由表 11-5 的数据所得的均值和标准离差的估计值分别为

$$\bar{X} = 1000.26(\text{m/s}), \quad S = 2.84(\text{m/s})$$

从以上的统计分析结果可以看出,影响内弹道循环的装药参量是随机量,它们的随机分布都近似于正态分布。装药参量的随机性必然引起弹道参量的随机性。反映内弹道主要性能的最大压力和初速两个参量也具有随机性。它们的分布也近似于正态分布。

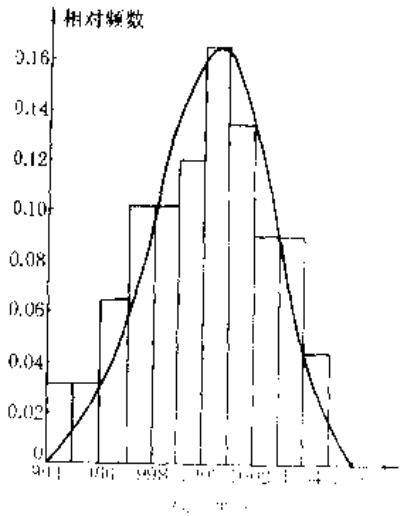


图 11-5 初速相对频数直方图

表 11-5 初速随机值的频数和相对频数

分 组	频 数	相对频数	累计相对频数
994.5~995.5	3	0.0329	0.0329
995.5~996.5	3	0.0329	0.0658
996.5~997.5	6	0.0659	0.1317
997.5~998.5	10	0.1099	0.2416
998.5~999.5	10	0.1099	0.3515
999.5~1000.5	11	0.1209	0.4724
1000.5~1001.5	15	0.1648	0.6372
1001.5~1002.5	13	0.1428	0.7800
1002.5~1003.5	8	0.0879	0.8679
1003.5~1004.5	8	0.0879	0.9558
1004.5~1005.5	4	0.0439	1.0000
Σ	91	1.000	

§ 11.2 蒙特卡罗法在内弹道随机模拟中的应用

随机模拟也叫蒙特卡罗(Monte-Carlo)方法。该方法的实质是用数学方法在电子计算机上进行数字模拟实验,这种方法有广泛的应用。以下讨论蒙特卡罗方法的基本理论及在内弹道学的具体应用。

11.2.1 基本理论及计算公式

影响膛内射击过程的因素是一个多维的问题。为了简单起见,假定火炮内膛结构及弹重是标准的,药温为 20°C 。不考虑点火过程的随机因素。仅考虑装药量 ω 、药厚 $2\delta_1$ 和火药力 f 等三个装填参量的随机变化。根据大量的靶场实验数据,经过分布函数的统计检验,这三个装填参量都服从正态分布。它们的均值 μ 和方差 σ 的估计值 \bar{x} 和 S 均已知。

若 ξ_1 和 ξ_2 是 $[0,1]$ 上均匀分布互相独立的随机变量,根据复合抽样方法,则有

$$\left. \begin{aligned} X_1 &= \sqrt{-2\ln\xi_1}\cos 2\pi\xi_2 \\ X_2 &= \sqrt{-2\ln\xi_1}\sin 2\pi\xi_2 \end{aligned} \right\} \quad (11-9)$$

可以证明,(11-9)式中的 X_1 和 X_2 是互相独立的标准正态分布 $N(0,1)$ 的随机变量。由(11-9)式可解出

$$\left. \begin{aligned} \xi_1 &= \exp\left[-\frac{1}{2}(X_1^2 + X_2^2)\right] \\ \xi_2 &= \frac{1}{2\pi}\text{tg}^{-1}\left(\frac{X_2}{X_1}\right) \end{aligned} \right\} \quad (11-10)$$

由二维随机变量 (X_1, X_2) 函数分布的概率密度,其雅可比行列式为

$$\begin{aligned} \left| \frac{\partial(\xi_1, \xi_2)}{\partial(X_1, X_2)} \right| &= \left| \begin{array}{cc} e^{-\frac{1}{2}(X_1^2 + X_2^2)}(-X_1) & e^{-\frac{1}{2}(X_1^2 + X_2^2)}(-X_2) \\ \frac{1}{2\pi} \frac{1}{1 + \left(\frac{X_2}{X_1}\right)^2} \left(-\frac{X_2}{X_1}\right) & \frac{1}{2\pi} \frac{1}{1 + \left(\frac{X_2}{X_1}\right)^2} \left(\frac{1}{X_1}\right) \end{array} \right| \\ &= -\frac{1}{2\pi} e^{-\frac{1}{2}(X_1^2 + X_2^2)} \end{aligned}$$

由于 (ξ_1, ξ_2) 是相互独立的 $[0,1]$ 上的均匀分布,则随机变量 (X_1, X_2) 函数分布的概率密度为

$$G(X_1, X_2) = \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{1}{2}(X_1^2 + X_2^2)} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{X_1^2}{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{X_2^2}{2}}$$

显然, X_1, X_2 是相互独立的 $N(0,1)$ 分布的随机变量。

对于正态分布多维随机变量 (Y_1, Y_2, \dots, Y_n) , 它的均值为 $(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n)$, 协方差矩阵为

$$\Sigma = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & \cdots & K_{1n} \\ K_{21} & K_{22} & \cdots & K_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ K_{n1} & K_{n2} & \cdots & K_{nn} \end{bmatrix} \quad (11-10)$$

式中

$$K_{ij} = M[(Y_i - \mu_i)(Y_j - \mu_j)]$$

因为 Σ 是正定对称矩阵,由矩阵理论可知,它可以用下三角矩阵 C 及其转置矩阵的乘积来表示,即

$$\Sigma = C \cdot C^T \quad (11-11)$$

式中 C^T 为 C 的转置。

若从(11-9)式求得 n 个互相独立的 $N(0,1)$ 的随机变量 X_1, X_2, \dots, X_n , 则有

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & & & \\ C_{21} & C_{22} & & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ C_{n1} & C_{n2} & \dots & C_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \vdots \\ \mu_n \end{bmatrix} \quad (11-12)$$

当 $n=3$ 时,由 (11-12) 式可得

$$\left. \begin{aligned} Y_1 &= X_1 C_{11} + \mu_1 \\ Y_2 &= X_1 C_{21} + X_2 C_{22} + \mu_2 \\ Y_3 &= X_1 C_{31} + X_2 C_{32} + X_3 C_{33} + \mu_3 \end{aligned} \right\} \quad (11-13)$$

式中 C_{ij} 可由 (11-11) 式求得, $n=3$ 时,则有

$$\left. \begin{aligned} C_{11} &= \sqrt{K_{11}} \\ C_{12} = C_{21} &= \frac{K_{12}}{\sqrt{K_{11}}} \\ C_{13} = C_{31} &= \frac{K_{13}}{\sqrt{K_{11}}} \\ C_{22} &= \sqrt{K_{22} - \frac{K_{12}^2}{K_{11}}} \\ C_{23} &= \left(K_{23} - \frac{K_{12}K_{13}}{K_{11}} \right) / \sqrt{K_{22} - \frac{K_{12}^2}{K_{11}}} \\ C_{33} &= \sqrt{K_{33} - \frac{K_{13}^2}{K_{11}} - \frac{(K_{23} - \frac{K_{12}K_{13}}{K_{11}})^2}{K_{22} - \frac{K_{12}^2}{K_{11}}}} \end{aligned} \right\} \quad (11-14)$$

随机变量 Y_1 、 Y_2 和 Y_3 可分别代表火药力、装药量及药厚的随机值。根据它们的已知分布可抽样一组随机值,代入内弹道方程求出膛压和初速的随机值。

11.2.2 内弹道循环随机模拟的实施

随机模拟整个过程的实施是在电子计算机上进行,具体步骤如下:

(1) 随机数的产生。随机数是具有均匀分布的随机变量。随机数序列就是一个具有均匀分布的互相独立的随机序列。所谓产生随机数问题,就是从这个分布中的抽样问题。在计算机上可以用物理方法产生随机数,但价格昂贵,不能重复和使用不便,所以通常采用数字递推公式来产生。这样产生的序列与真正的随机序列不同,所以称为伪随机数,或伪随机数序列。但经过多种统计检验表明,它与真正的随机数或随机数序列具有相近的性质,可以把它作为真正的随机数来使用。通常在计算机软件系统中都有产生随机数的标准函数。调用一次产生随机数的标准函数,可得到一个在 $0.00001 \sim 0.99999$ 范围内的随机数。

(2) 由已知正态分布的随机抽样。随机数的产生也属于抽样问题,是从均匀分布这种特殊情况下的抽样。现在讨论的抽样是指任意给定分布下的随机抽样,而且是假设随机数已知情况下进行的。由于火药力 f 、装药量 ω 和药厚 $2\delta_1$ 等随机变量是服从正态分布,因此可通过 (11-9) 式由两个均匀分布的随机变量 ξ_1 和 ξ_2 确定一个服从 $N(0,1)$ 的随机变量 X ,然后由 (11-13) 式确定服从 $N(\mu, \sigma)$ 分布的随机变量 Y 。这样就随机抽样出一组 f 、 ω 和 $2\delta_1$ 的随机值。

(3) 由已知的 f 、 ω 和 $2\delta_1$ 解内弹道方程。根据已知火炮结构诸元,即可计算出装填参量 B 和装填密度 ρ 。代入内弹道方程求出压力和弹丸速度的变化规律以及特征值 p_m 和 v_g 。经过足够次数抽样以后,可得到两组有关 p_m 和 v_g 的随机数序列。它表示当装填参量随机变化时,在内弹道循环中可能出现的值。

计算程序框图如图 11-6 所示。

§ 11.3 计算举例

根据 57mm 高射炮 11/7 装药靶场校验和密闭爆发器试验数据,装药量 ω 、药厚 $2\delta_1$ 及火药力 f 的均值 \bar{x} 和标准离差 s 的估计值分别为

$$\begin{aligned}\omega: & (1.1605, 0.0101) \quad (\text{kg}) \\ 2\delta_1: & (1.052, 0.01337) \times 10^{-3} \quad (\text{m}) \\ f: & (962.26, 11.530) \quad (\text{kJ/kg})\end{aligned}$$

协方差的估计值为

$$\begin{aligned}K_{12} &= -63.11 \quad (\text{J}) \\ K_{13} &= 1.872 \times 10^{-4} (\text{Jm/kg}) \\ K_{23} &= 0.4913 \times 10^{-10} (\text{kgm})\end{aligned}$$

81tech

由 (11-14) 式可计算出 C 值,它们分别为

$$\begin{aligned}C_{12} &= -0.00547 & C_{13} &= 0.00162 \\ C_{22} &= 0.00849 & C_{23} &= 0.00474 \\ C_{33} &= 0.0124\end{aligned}$$

于是 (11-13) 式可表示为

$$\begin{aligned}f &= 11.530x_f + 962.26 \quad (\text{kJ/kg}) \\ \omega &= -0.00547x_f + 0.00349x_\omega + 1.1605 \quad (\text{kg}) \\ 2\delta_1 &= 0.00162x_f + 0.00474x_\omega + 0.0124x_{\delta_1} + 1.052 \quad (\text{mm})\end{aligned}$$

在内弹道解时,用马蒙托夫公式将铜柱所测的膛底压力换算为平均压力。取铜柱换算系数 $K = 1.12$ 。已知 $\omega = 1.1605\text{kg}$,弹丸质量 $m = 2.8\text{kg}$,取阻力系数 $\varphi_1 = 1.02$ 。则 $\omega/\varphi_1 m = 0.4063$ 。查马蒙托夫表,得 $\xi_1 = 1.05988$ 。铜柱所测的膛底压力均值 $p_m(r) = 299.39\text{MPa}$,于是相应的最大平均压力为

$$p_m = \frac{299.39 \times 1.12}{1.05988} = 316.36 \quad (\text{MPa})$$

根据 200 次随机取样计算结果的均值和标准离差与实验结果的比较如表 11-6 所示。

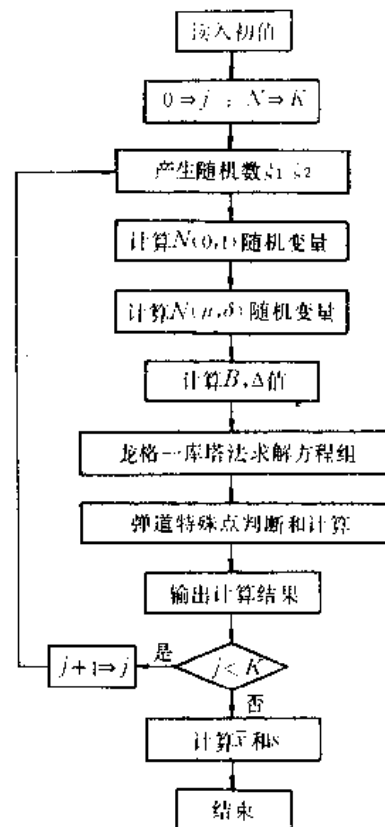


图 11-6 随机模拟计算框图

表 11—6 实验和计算的均值和标准离差的比较

统计值 弹道参量	均值 \bar{x}		标准离差 s	
	实验	计算	实验	计算
p_m/MPa	299.4	300.0	2.9	5.7
$v_p/(\text{m/s})$	1000.26	1000.35	2.84	6.66

最大压力和初速相对频数分布的计算和实验的对比曲线如图 11—7 和 11—8 所示。

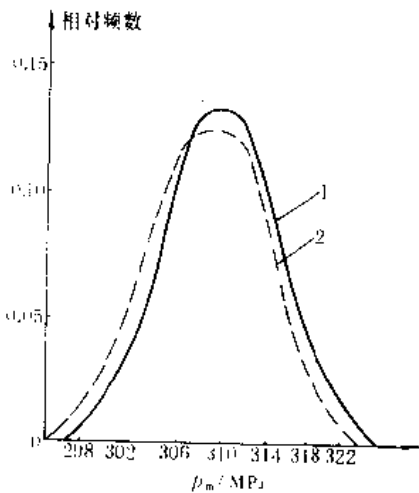


图11—7 最大压力相对频数分布
的实验和计算结果对比
1—实验曲线;2—计算曲线

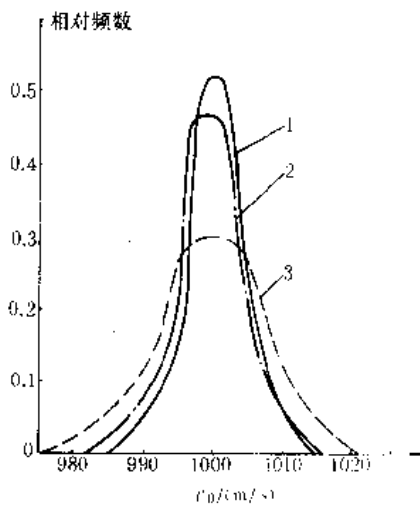


图 11—8 初速相对频数
的实验和计算结果对比
1—实验曲线;2—计算曲线;3—未经剔除计算曲线

从表 11—6 及图 11—7 和 11—8 中可以看出,计算的均值与实验之间有良好的 一致性,然而计算的离差与实验之间差别较大。其主要原因是靶场的实验数据按照校验的规范进行剔除处理。如果计算的结果也按该火炮的验收条件进行剔除,剔除后的最大压力和初速的均值及标准离差列于表 11—7。从表 11—7 中看出,剔除后的最大压力和初速的均值及标准离差与实验结果的一致性均相当满意。

表 11—7 剔除后的均值和标准离差计算结果与实验值对比

统计值 弹道参量	均值 \bar{x}		标准离差 s	
	实验	计算	实验	计算
p_m/MPa	299.4	299.2	2.9	3.2
$v_p/(\text{m/s})$	1000.3	999.6	2.84	3.606

参 考 文 献

(1)金志明.某高炮装药靶场校验数据的统计分析.华东工学院学报,1981.
(2)裴成,张孝泽.蒙特卡罗方法及其在粒子输运问题中的应用.北京:科学出版社,1980.
(3)复旦大学.概率论(第三册).北京:人民出版社,1981.

〔4〕金志明. 内弹道循环的随机模拟. 华东工学院学报, 1987

〔5〕华东工学院 103 教研室. 内弹道学. 北京: 国防工业出版社, 1978.

81tech

第十二章 炮膛的烧蚀与磨损

所谓烧蚀现象,是指由射击引起的火炮内膛表面的逐渐耗损。这种耗损现象最严重的地方是在膛线的阳线表面和靠近膛线的起始段,使这些部位的内膛扩大。坡膛和膛线起始部分的磨损,会使弹丸装填位置前移,药室容积增大,弹丸挤进膛线的条件逐渐变坏。阳线表面的裂纹,甚至一片片地剥落,使得弹丸在膛内运动时产生摆动。由于弹带凸起部与膛线导转侧接触面减小,可能导致弹带因强度不够而产生的削平现象,这样就造成了膛内压力和弹丸初速的下降,射弹散布增大,射程和精度下降。当这些情况恶化到一定程度,超出了武器战术技术所要求的范围,身管就报废了。由于烧蚀的严重性,使得身管的实际寿命远远低于预计的疲劳寿命。在火炮勤务中,除了烧蚀以外,还有一些引起身管报废的情况,例如像膛线破损这样的过度的机械破坏。本章将叙述身管烧蚀的主要过程、形成机理及预防烧蚀的工程措施。

§ 12.1 历史回顾

自从 14 世纪初火炮作为战争的机械出现以来,增大弹重、提高射程和改进精度一直是弹道工作者努力的主要目标。早期的火炮是用青铜铸成的,它可以将石头发射到数百米远的地方。后来,为了提高射程,人们将手工锻造的熟铁棒像圆桶的板片一样排成一层或多层,将紧靠的表面熔化在一起,再将铅灌入间隙,用锻铁圈箍住,使它有了一定的强度和刚度(见图 12-1),这也是英文“炮管”(gun barrel)一词的由来。大约在 15 世纪末期,炮身开始用铸铁制造。与此同时,人们还掌握了将火药造成厚粒状的工艺,这就导致了某些大型炮兵武器的诞生。例如,爱丁堡蒙曼格大炮重 $5 \times 10^3 \text{kg}$,它能够将 495mm 直径的铁球射 1.6km 远。当时最大的大炮数莫斯科的西泽尔加农炮,它的口径为 914.4mm,质量为 $40 \times 10^3 \text{kg}$ 。19 世纪,由于化学、机械、冶金以及相关工艺的发展,使火炮领域发生了革命性的变化。这个时期,线膛火炮已用于实战,流线型细长弹丸取代了铁球,美国陆军上校罗特曼(T. J. Rodman)发明



图 12-1 早期(1461—1463)将锻铁棒箍在一起制成的佩奇拉身管

了渐增性燃烧炮药,克罗帕(A. Krupp)发明了用铸钢制造炮管的工艺,这都使得膛压、初速和射程的提高成为可能。自然地,烧蚀率的增大使它成了当时极待解决的严重问题。阿贝尔(Abel)在 1886 年曾经说过:“过去 25 年中火炮威力的大大增加已经将烧蚀问题提到了突出的位置。可以毫不夸张地说,目前它已经成了重型火炮制造者遇到的主要困难。就目前的水平而言,减缓烧蚀的困难很大,它似乎是未来身管武器发展的主要障碍。”

这段评论是十分正确的。虽然在本世纪上半叶应用了无烟火药,改进了炮钢材料和身管设计,并出现了各种形式的镀层和衬管,60 年代还发明了护膛剂,但是在美国举行的多次三军炮膛烧蚀问题研讨会上,弹道学家们重新强调了阿贝尔的看法,认为至今仍然有效。因为对火炮

射程、射速、精度、有效负荷的要求仍在不断增长。目前,某些正在装备的火炮膛口速度已超过 1220m/s,有的先进武器膛口速度已达 2440m/s,一些小口径机关炮的发射速度达每分钟 1200 发,连某些大口径炮也被要求设计成能持续较高的射速。历史上都认为迫击炮和榴弹炮烧蚀较轻,主要是由于机械疲劳而破坏,而通常坦克炮烧蚀寿命较短。但当今某些榴弹炮,例如美国的 155mmXM199 和 200mmM201 炮因改为较大的射程而出现了烧蚀问题,甚至某些迫击炮如 81mmM29A1 中烧蚀问题也十分明显。在无坐力线膛炮中,喷管衬套的烧蚀十分严重,大约 500 发左右就必须更换新的。

虽然烧蚀问题研究的历史可以追溯到 19 世纪中叶,但该工作卓有成效的进步是在二次世界大战期间所取得的。战后,人们对该题目的兴趣有所下降。70 年代开始,各国对烧蚀问题研究的重视程度不断提高,美国进行的多次专题讨论会对整个弹道界推动很大,在理解和控制烧蚀方面又做了很多系统的工作,取得了不少具有先进水平的成果。

§ 12.2 评定身管寿命的弹道指标

火炮烧蚀与身管寿命密切相关。本节将讨论评定身管寿命的一些弹道指标,目前常用的有以下四个:

1. 膛口速度降低量

由于火炮的种类不同,膛口速度允许的下降量也不一样。大多数火炮规定膛口速度下降量不应超过图定值的 10%。要求弹丸具有足够穿甲动能的坦克炮和反坦克炮规定的膛口速度允许下降量大多低于 10%,而一些轻武器规定的膛口速度下降量则常超过 10%。

2. 射击精度下降量

常用方向公算偏差 B_x 和高低公算偏差 B_y 的乘积或距离公算偏差 B_z 与方向公算偏差 B_x 的乘积与射表规定的数值比较,一般规定增大至表定数值的 8 倍时,即认为身管寿命终止了。在实验中发现,有的火炮射弹散布是随射击发数增加逐渐变坏的,而有的火炮是突然变坏的。射击精度的下降是由于弹丸在磨损的身管中运动时不能获得一定的转速,以致外弹道飞行稳定性丧失而产生的。显然到了这种程度身管寿命也应认为是终止了。

3. 引信不能解脱保险

引信不能解脱保险是与膛压下降有关。因为身管烧蚀后,膛压下降达到一定程度时就影响到引信中惯性保险机构的解脱,使弹丸不能爆炸。所以对火炮膛压的最小值应有一定的要求。在靶场,也要以通过测定最大膛压的下降量来评定寿命。

4. 弹带削平

在严重磨损的膛线上,弹带凸起部与膛线导转侧接触面积减少,弹带强度不够,在旋转运动中即被削平,使弹丸的飞行不稳定,射击精度变坏,并出现早炸或不炸等现象。所以靶场也经常通过用回收弹丸的方法检查弹带是否被削平作为身管寿命的评价标准。

在上述的评定身管寿命标准中,一般只要有一项不合格,就认为寿命终止了。

§ 12.3 炮膛烧蚀的现象与特征

图 12-2 是反映某门火炮炮膛烧蚀情况的内膛表面状态的一组照片。(a)是发射 2 发时的

内膛表面,(b)是此时膛线起始部的放大照片,(c)是发射 702 发后的内膛照片,(d)是此时膛线起始部的放大照片,(e)是在发射 1744 发后膛线起始部的放大照片。

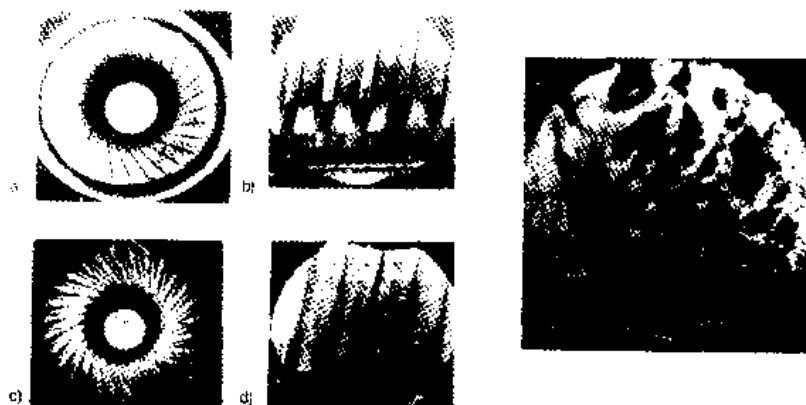


图 12-2 火炮内膛表面的烧蚀现象

在火炮射击时,火药燃烧生成大量气体,使膛内达到很高的温度(2500~3800K)和很高的压力(140~550MPa),这些气体推动弹丸赋予它很大的膛口速度。火药燃气的主要成分是 CO 、 CO_2 、 H_2O 、 H_2 和 N_2 ,还有微量的 NH_3 、 CH_4 、 NO 和 H_2S (由底火生成的),以及一些其它的成分,包括自由基、离子和亚稳态的分子。 CO 、 CO_2 、 H_2O 和 H_2 的数量是由水煤气平衡方程式 $\text{CO}_2 + \text{H}_2 \rightleftharpoons \text{CO} + \text{H}_2\text{O}$ 来控制的。根据发射药的配方,气体生成物将含有不同比例的 CO 和 H_2 。所有的固体发射药配方都是贫氧的,气体生成物的性质是还原的,根据成分的不同,还原性强弱也有差异。

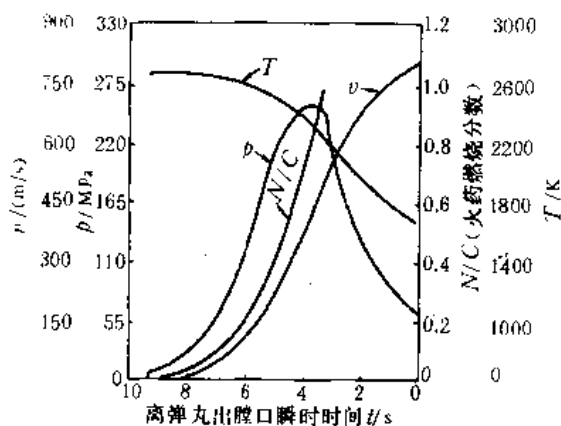


图 12-3 表示膛内温度、压力、弹丸速度和火药已燃分数变化的典型的弹道曲线

图 12-3 是一组典型的弹道曲线,表示了温度、压力、弹丸速度和火药已燃分数随离弹丸出膛口瞬时间的函数关系。在大口径火炮中,这个过程大约为 20ms,而在小口径火炮中,这个时间只有 1~2ms。在该期间,弹丸在燃气压力作用下向前运动,弹带挤入膛线,建立起的接触压力高达 345MPa。接触面上温度也急剧上升,可以熔化弹带表面,为弹丸提供了几乎是液态的润滑。热量通过强迫对流的形式从高温燃气传向膛壁,使壁面温度进一步上升。高温不仅降低了材料的机械强度,也加快了化学反应,热计算和在表面附近采用快速响应的热电偶实验测量的外推结果表明,膛

壁表面几十微米处经历了快速的温度变化,在高初速或高射速的身管中,可能出现表面的部分熔化。

影响膛内烧蚀过程的一些重要因素概括在图 12-4 中,这些因素包括高温、高压、气体化学反应、弹带应力及内膛表面的材料性质。热和压力的交替作用,伴随着 C 和 N 的扩散、表面的软化以及在这过程中发生的 $\alpha \rightleftharpoons \gamma$ 、马氏体 \rightleftharpoons 奥氏体的转化。受影响的表面称为热变化层,见图 12-4(a),它的成分与原始钢几乎相同,但具有更为精细的晶格结构。相的转变伴随着体积的变化,减弱了表面的强度,导致了它的龟裂,这种情况称为“热微龟裂”,见图 12-4(b)。高爆温的发射药生成气体中 CO/CO_2 比率大约为 1,表面生成物为低熔点的 FeO 和奥氏体,表面的

部分熔化产生了“粒状表面”，见图 12-4(c)。低爆温的火药燃气通常反应形成所谓的“白层”，见图 12-4(d)，它含有 Fe_3C (渗碳体)、 $\text{Fe}_2\text{N}_x(\epsilon)$ 、 $\text{Fe}_4\text{N}(\alpha)$ 和少量的 Fe_3O_4 ，保持了奥氏体以及快速冷却时生成的一些马氏体。有时在热变化层与白层之间还能看到另外一层，通常称为内白层，它是被 C 和 N 分解所稳定的奥氏体，偶然也出现部分熔化现象。显然内白层的形成先于外白层，它们的层次表示在图 12-4(a) 中。这些表面生成物的熔点约为 $1100\sim 1150^\circ\text{C}$ ，低于钢熔点 $250\sim 300^\circ\text{C}$ ，因此一些熔化的或松散的生成物可以被弹丸后的高速气流吹走。

由于弹带不完全密封，部分气流会超过弹丸而逸出，这会吹蚀炮膛表面和熔化弹带表面，使钢表面积铜。闭气不完全可能是由于弹带失效或烧蚀导致的内膛扩大造成的，龟裂纹间夹带铜可能加速了裂纹的扩展。而且，加速的弹丸撞击阳线，使膛口部磨损，未燃火药颗粒对表面也有机械磨蚀作用。所有这些因素的综合作用导致了材料从内膛表面脱落，最后使得内膛尺寸增大。

膛线起始部的条件最恶劣，是身管内受影响最大的部位。典型的烧蚀身管内膛尺寸沿纵向的分布情况见图 12-5 所示。从膛线起始部到最大膛压位置磨损和烧蚀最为严重，此后逐渐减小，在膛口处磨损又略有增加。烧蚀率随弹丸动能和燃气温度的增大而增大，换句话说，它随着装药量、药室压力、膛口速度、发射速率和爆温的增加而增加。

炮口磨损主要是机械磨损，它通常是很小的。但在某些远射程的先进火炮中或在起始段烧蚀特别严重的火炮中，也会导致射程的损失和散布的增加，有时足以危及武器的有效使用。

因此，在数毫秒时间内，内膛表面经受了高温，高压应力，燃气剧烈的化学反应，弹带挤压应力、摩擦力和内膛表面与弹带材料间的相互作用，瞬态的热与机械作用如闭气不良的冲蚀，高速气流的吹卷作用，未燃尽火药颗粒的磨蚀。在内弹道循环中，这些因素沿身管轴向的变化使情况更加复杂。

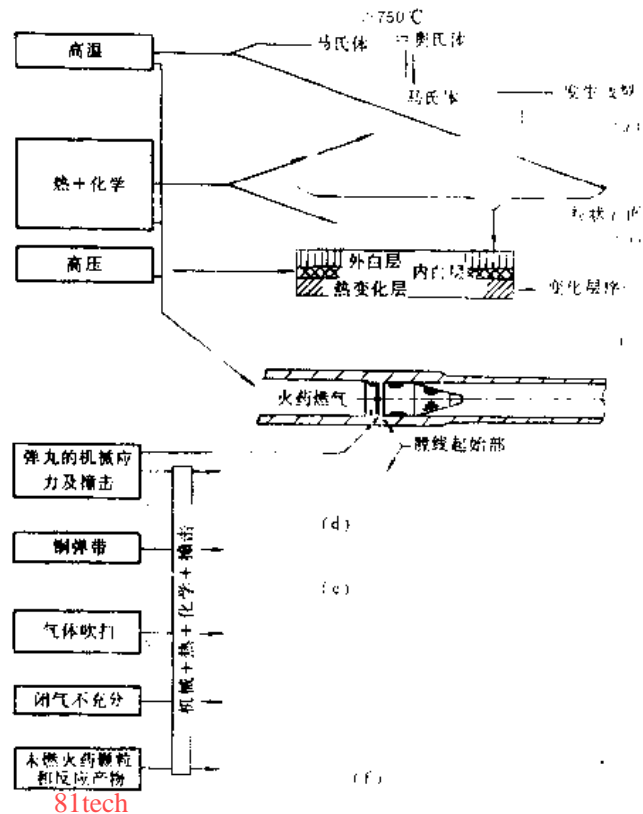


图 12-4 导致内膛烧蚀的热—物理—化学因素

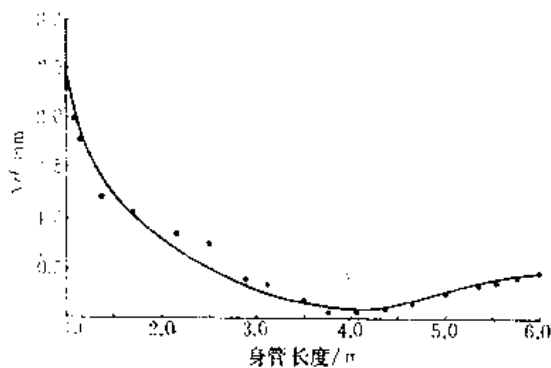


图 12-5 美国 155mm XM199 身管 1805 发后的烧蚀情况曲线，最大烧蚀点在离膛底 100cm 处，此即膛线起始部

§ 12.4 对火炮内膛烧蚀机理的分析

从上一节的分析看到,影响烧蚀过程的因素可以归纳为三个方面:热的因素、化学因素和机械因素。虽然这些因素并不是单个起作用造成身管材料耗损的,但是通过对这些因素的单项试验,可以得到对烧蚀过程的理解。

12.4.1 热的因素

与化学因素及机械因素相比,热的因素在身管烧蚀中是起主要作用的。热因素的单独作用可以导致下面三种破坏现象:①身管表面的热软化;②膛壁面的热相变;③表面的熔化。

热软化的影响与发射条件有关。对于像炮兵武器及坦克炮一类的低射速火炮,内膛表面的软化情况逐发增加,它对火药气体和气体压力侵蚀作用的敏感性也逐渐增加。对于速射火炮,由于持续的传入热量,壁面软化层就具有相当的厚度。尽管弹丸从软化的内壁表面遇到的阻力较小,但挤压情况还是一样的。在持续的发射中,整个炮管还要承受气体的压力。

火炮发射时,由于快速地加热和冷却,使内膛表面的材料体积交替地胀缩,同时也进行着急剧的相变。超过 750°C 时,形成奥氏体或 γ 铁。在低于 750°C 时,又转变为保持部分奥氏体的马氏体。在没有回火的脆性马氏体中很可能存在猝冷的龟裂。此外,这样变化的奥氏体结构比没有变化的铁素体(α 铁)更容易与火药燃气反应,因此也更容易被烧蚀。身管表面周期性的加热,在镀铬层的下表面出现一个变化层,在那儿产生裂纹并从表面向内部延伸。这种变化层结构松软,对弹丸的机械挤压比较敏感,已经不能很好地支承镀铬层。相变还导致体积变化,此时只有形成龟裂纹才能使表面应力释放出来。镀铬身管表面铬层的龟裂使钢与燃气直接接触发生反应。

燃气与身管热变化层反应生成白层。如果将金相实验中所用的腐蚀酸与它接触,它不会发生反应出现微结构而保持“白色”。外白层含有大量的碳,夹有初相的渗碳体(Fe_3C),内白层约含百分之一的碳,底层是奥氏体。燃气中的含碳气体例如甲烷、一氧化碳等均会与内膛表面起作用,大量的碳(多达 7% 质量或更多)被当地金属溶解或穿透内膛表面而扩散。

有人应用电子显微镜、显微探头和 X 射线衍射技术,测定了在弹道压力容器烧蚀金属表面的特性。他们发现,奥氏体白层内镍含量与钢的初态一样,但铬和镁少于初态合金元素含量的 5%。枝状的熔层,碳含量很高,它连续地固化盖住白层,使它含有与初态钢同样的镍、铬和镁含量。有人认为,分离的铬和镁进入了低熔点的液态碳化钙,镍保留在固化了的奥氏体熔液中。

渗碳体和奥氏体是不希望有的相,它们促进表面熔化和龟裂,因而使材料剥离。由于渗碳体的熔点较低,射击时会出现局部熔化,熔化层容易被火药燃气吹走,特别在大口径的身管中。这些相的表面层也比较脆弱,它不能抵抗热的冲击作用,在钢内容易形成龟裂的晶核。龟裂的白层将受热冲击或弹丸的机械磨损而剥落。奥氏体比 α 铁的体积小 5%,由于奥氏体的形成以及快速冷却导致的体积变化,使材料内产生很大的拉应力,这些应力通常只有在内白层内和钢基层下部龟裂时才被释放出来,这就产生了分支的龟裂,最后连在一起,使材料剥落。

美国在 40 年代曾研究过单基药和双基药对表面熔化的作用机理。发射单基药的火炮内膛表面温度低于钢的熔点,在表面局部熔解之前存在一个“结渣壳”时期。这种现象使人相信,由于燃气与炮钢相互作用形成了低熔点的混合物,这些混合物逐渐地被气流带走。发射双基药的

身管表面温度高于钢的熔点,因此没有必要用与燃气反应形成低熔点混合物的现象来解释了。培尼斯特尔(Bannister)在1970年的论文中认为,身管膛线起始段的烧蚀是因热火药气体吹卷夹带所致,内膛表面材料在被带走之前先被加热转变成塑性或熔解状态,因此磨损率正比于发射时单位表面积输入的总热量。

12.4.2 化学因素

火炮发射药不管是单基、双基和三基火药,都是由碳、氢、氧、氮所组成的。此外,还有一些添加物如消焰或消烟剂、除铜剂等,这些物质中含有钾、硫、锡和铅。火炮装药中还有相对少量的底火和点火具材料,它含有不少附加元素如钡、锶、铝、硼、钙、钾和硫。装药的燃烧反应物主要由 CO 、 CO_2 、 H_2 、 H_2O 、 N_2 所组成,另外还含有少量的 NH_3 和 CH_4 。除了这些主要成分外,还可能有一些成分,如 COS 、 KOH 、 HCN 和 HS ,它们的含量都极少。

射击时炮膛表面存在着化学反应,反应进行的速率取决于所用火药的类型及气体混合物的温度。射击第一发开始,碳的渗透就发生了,随着射击发数的增加,渗透量也增加。氮的渗透与碳的渗透形式相同,这导致了奥氏体熔点下降,因此形成了白层。持续的渗氮和碳形成的基本成分是渗碳体的外白层。在发射双基药的火炮中,可以观察到单独的氧化物魏氏体(FeO)。氧化膜很容易被火药燃气或在内膛表面上弹丸的机械作用所带走。

渗碳体和奥氏体的形成对炮钢的烧蚀会起重要的作用。随着发射发数的增加,碳向钢结构中的扩散量也增加。随着渗碳体和高含碳量奥氏体的形成,熔点下降,产生了所谓的表面粒状化现象或热开裂现象。龟裂现象使钢表面进一步暴露在渗碳的气体中,进而形成白体。分叉的发展使它连在一起,使钢碎片分离,弹带上掉下来的铜夹在龟裂缝中加深了它的扩展,使材料脆裂。

尼勒尔(Niller)和伯克米尔(Birkmire)用离子束研究了火炮钢表面与火药燃气相互作用时的成分变化,具体地检测了内膛表面外微米层中氮和氧的含量及随深度的分布。在这个实验中,他们将AISI型4140号钢的喷管试样放在37mm吹气药室内,将M1、M2和M30三种发射药在下面条件下试验:①没有护膛剂,② TiO_2 +石蜡,③滑石+石蜡,④聚氨酯泡沫材料。对于高爆温的M2(3319K)发射药,滑石+石蜡护膛剂使喷管质量损失从 $36.8 \pm 5.5\text{mg}$ 减少到 $6.9 \pm 3.2\text{mg}$ 。对于低爆温的M1发射药(2417K),没有护膛剂时喷管质量损失也很低($4.9 \pm 1.9\text{mg}$),护膛剂引起的变化非常小。实验发现,低爆温发射药M1的表面氧和氮浓度最大,而M2的表面氧和氮浓度最小,但烧蚀最大。因此,严重的化学与热的作用导致了钢表面材料的剥离。

斯图皮(Stobie)和沃特(Ward)用实验研究了含氧层的厚度对磨损的影响,他们发射了不同爆温不同火药成分的弹药,并采用37mm吹气药室进行烧蚀喷管实验。实验发现,磨损情况随着火药爆温的增大而增大。表面氧化层即受火药燃气化学影响的表层起了绝缘层和保护层的作用,影响层的厚度随着火药爆温的增大而减小。另外,实验还表明,给定发数弹药的热输入情况对前一发弹药的性质十分敏感。

12.4.3 机械因素

火药燃气流的机械冲刷作用也是内膛表面材料耗损的主要原因。松散的氧化膜和与燃气反应生成的脆性固相物质很容易被气流带走。通常气流沿弹丸前进方向有很强的剪应力夹带

着液态和固态的生成物一起运动。

气流中的固体粒子是由未燃的发射药颗粒和由烧蚀表面剥落下来的生成物组成的。由于它们的速度很高,对膛壁的机械磨蚀作用也很大。在特殊情况下,燃气从弹丸与膛壁间隙处逸出时会引起金属的熔化,导致金属局部地被吹走。在弹壳或弹带挤进之前,在行程起始段气流吹蚀的危险被认为最大。

燃气压强的其它机械作用包括内膛表面的龟裂和炮口的膨胀。虽然气体的压应力不对材料的迁移起直接的作用,但它引起内膛龟裂,使裂纹伸长分叉,最后剥离,促进了烧蚀。在身管温度上升时,特别在快速射击的火炮中,炮管弹性极限下降。弹丸的反复挤进,使阳线撑大,气体的吹蚀也引起炮膛永久变形,这都会使挤进失效。

在弹丸沿膛壁向前运动时,弹丸的外壳或弹带都会对内壁表面产生压力。由于弹丸挤进需要相当大的力,因此弹带对身管的压力在膛线起始部最大。由于需要赋予弹丸旋转的力,阳线的导转侧变形也最大。由弹带和膛壁间径向应力产生的摩擦,对膛壁也有一个磨损作用。

应该指出的是,弹丸运动不是影响身管底端烧蚀的主要因素,但它对膛口部的烧蚀起了主要作用。然而,在膛线起始部,弹丸的运动可以导致阳线的破坏及镀铬层的碎落,这就会引起进一步的烧蚀。

发射药的几何形状对身管磨损也会产生影响,棍状药比粒状药具有更大的烧蚀性。由于棍状药装药对气流的阻碍作用小,它能减小压力波增加安全性。棍状药具有更大烧蚀性的理由是因为它整个地留在药室内,不像粒状药在弹后空间是分散分布的,气体速度分布不同引起热传导形式不同,流体动力性能的差异使得传热量分布情况不同,烧蚀情况也就不一样了。

81tech

§ 12.5 研究身管烧蚀的实验技术

研究火炮身管烧蚀的早期实验室工作可以分为两类:①分别研究各种因素影响的方法;②试验身管材料、弹丸和发射药的方法。自第二次世界大战期间广泛的研究结束以后,实弹射击成了试验和评价结构材料和火药混合物的主要方法。例如,在 7.62mm 弹道枪上的研究提供了对身管材料的最直接的评价,并且补充了速射轻兵器系统的烧蚀情况的数据。模拟设备有弹道压力容器和排气半密闭爆发器,将金属颗粒与火药一起放到排气药室中燃烧,然后检测回收的金属试样,虽然还不能与实验的射击结果相联系,但也能给出对炮管材料和发射药情况的最初评价。美国所用的弹道压力容器能够产生 300MPa 高压和 3000K 温度的试验环境。为了模拟速射武器身管内的受力情况和热环境,美国还设计了一种自动气体驱动锤和恒温热源实验室设备。它的动作速率可达 600 次/min,压强高达 447MPa。

用放射性同位素方法测量烧蚀的技术被应用在 20mm 炮管中。这种方法是通过直接测量钴-56 放射性同位素的损失来测量炮钢表面的磨损。此方法已经被延伸应用到表面层内。

另一项技术是烧蚀传感器,每一个传感器的一端有一个抛光的表面,上面有标定好的努普硬度刻痕,传感器安装在身管侧面,抛光表面与管壁面齐平。通过测定努普刻痕深度和方向的变化来测量磨损量。

烧蚀喷管也是采用模拟方法来研究身管材料、火药性能及探讨烧蚀机理的一种元件,它的大致结构如图 12-6 所示。整个试验装置由炮尾、药室、坡膛前面切断的身管及固定喷管的连接头所组成。由于每一发弹引起的喷管质量损失与每一发弹造成的喷喉直径增大成正比,因

此其中任何一个量都可以作为烧蚀情况的测量值。

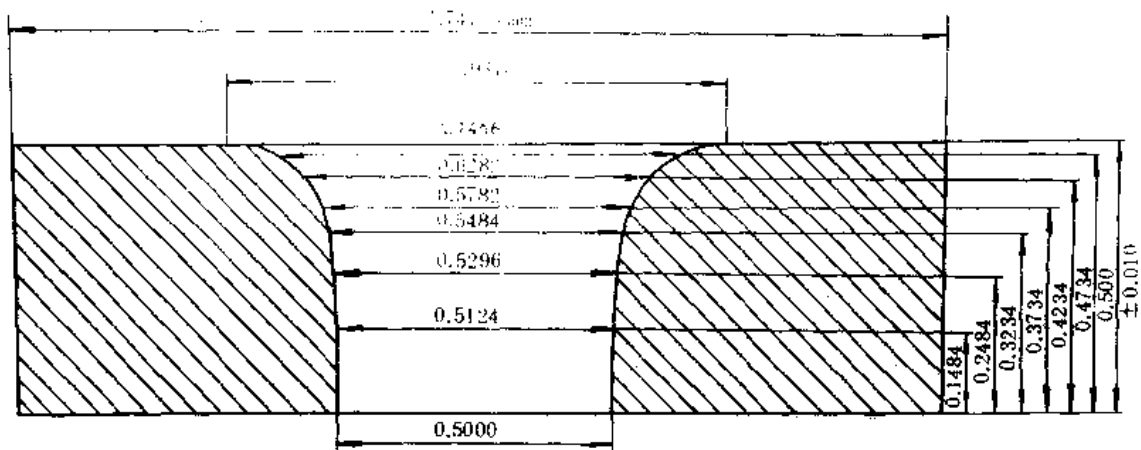


图 12-6 烧蚀试验用喷管

燃气温度可以用声频测温仪、莱曼(Raman)光谱仪及红外测温仪来测量。快速响应的热电偶和瞬态记录仪器可用来测出内壁表面内侧的温度,利用外推数据处理技术即可得到射击过程中火药燃气对身管的传热量。

变化的身管材料及烧蚀表面破坏特征的分析包括下面一些技术:透射扫描的电子显微镜、光学金相仪、电子微探针、电子及 X 射线衍射仪、微硬度测量、截面的化学蚀刻、化学分析用电子光谱仪、穆斯鲍尔和俄歇光谱仪、二次离子质量光谱仪。模拟火炮身管受载条件和评估材料对热、化学、机械环境适应性的试验包括磨损、疲劳、高温疲劳、摆锤式冲击、热硬度、粘结力以及热和化学活性方面的试验等。此外,还有模拟身管内热循环的方法,包括通过高强度光脉冲闪光加热和通过电容器放电脉冲加热以及猝冷系统。

§ 12.6 减小火炮烧蚀的方法

针对引起身管烧蚀的热、化学、机械的因素,采用减少烧蚀的直接方法是:①降低内壁表面温度;②研制低爆温烧蚀小的火药;③设计结构合理的弹带和膛线,减小挤进应力,④采用改进的身管材料,或在炮钢的身管内提供镀层或内衬。

12.6.1 降低炮膛内壁温度

迄今为止,采用降低炮膛内壁温度的措施基本上有下面四种:①身管外冷却;②FISA 防护具;③消融材料;④能在内壁表面提供膜冷的火药添加剂。

第二次世界大战以来,前三种方法的可靠性已经被证实。对于飞机上所用的航炮来说,身管外部冷却是容易做到的。对于地面炮兵武器,采用水冷也是可能的,但是这会增加火炮质量和后勤勤务的困难。FISA 防护具是一个很薄的稍带锥度的软钢套子,装在弹药的上方,它一端围绕药筒,其余部分盖住弹丸直至定心凸缘。火炮发射时,药筒口部膨胀并锁住套子,这样防止了起始部被燃气侵蚀。采用 FISA 防护具在 12.7mm、15.2mm 和 37mm 身管上取得了有限的成功,但并未被广泛推广。

采用消融材料即涂层的方法在英国和美国都已经取得了成功。勃兰卡蒂(Bracuti)在题为

“减磨添加剂——火药的作用”一文中,综述了在该领域所进行的研究工作。它的基本想法是采用一种惰性油或润滑脂涂在火药燃气前面的内膛表面上,在燃气和膛壁间提供一种新的阻挡层。据报道,在 76.2mm Mark N 炮上,将 110g 二甲取硅烷油装在聚氯乙烯胶囊内,放在弹丸底部,射击时可减少对膛壁的热输入约 30%,在 2200 发以后(发射速度 120 发/min,连发 60 发)没有烧蚀。而如果采用标准弹药,发射同样的发数内膛扩大有 3.05mm。如果封壳(胶囊)在贮存时破裂,油将与火药混在一起,这就会出现严重的问题。勃朗(Brown)等人在配置仪器的 M39 及 M61 身管上做了类似的工作。他们在 M55A2 20mm 的弹药中加含有 5mL 凝胶二甲取硅烷与 5.5% 二氧化硅粉末的混合物,像图 12-7 那样放置。实验发现,在起始段降低壁面温度大约 150°F,使 M39 身管的寿命增加大约 300%。它的不利副作用是在膛壁表面形成了一层二氧化硅膜层,它干扰了除铜剂的作用,并增加了铜的机械磨削量。

为了充分发挥消融材料方法的优点,必须研究一种药筒的设计使消融材料胶囊放入后装填密度的变化最小,并在不利的贮存和使用条件下泄漏和破裂的危险性最小。为了获得完美的弹道性能,还需要采用一种能量相对高的发射药来补偿消融材料所占的体积。

在 50 年代中期,迪更生(Dickenson)和麦克兰农(McIennnon)基于对在射击时沿炮管内壁出现层流气体层的认识,提出采用聚氨酯发泡材料,使它在发射时发生热裂解形成一个冷的边界层。实验表明,在发射 7.71kg、9.07kg 弹丸的 76.2mm/50 和 90mm 火炮上,在药筒前半部胶接几块薄的发泡材料能降低烧蚀。在 9.017kg 弹丸的炮上能使烧蚀降低到原来的四分之一。美国在 90mm、105mm、120mm 坦克炮上的试验也证明了类似的能增加烧蚀寿命的结果(表 12.1)。

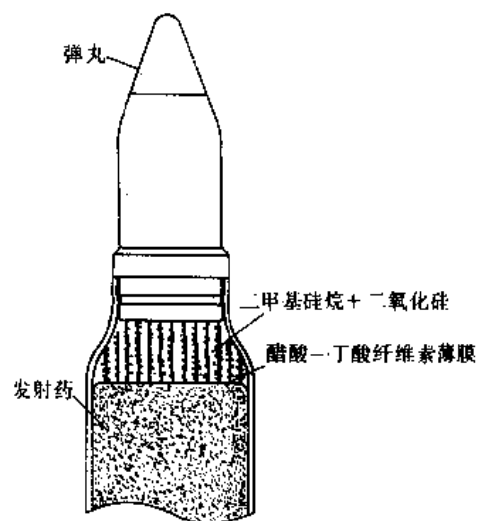


图 12-7 弹壳中消融材料的位置

在 105mm M68 火炮上,虽然磨损寿命得到了改善,但发现出现了不允许的精度散布。阿尔基台斯(Alkidas)等人认为,看到的二次磨损可能是造成这种散布的原因。美国海军也报道了在 152mm/47、406mm/55 海军炮上身管寿命得到明显改善的情况。但是,加拿大在超高初速(2688m/s)和膛压(517MPa)的火炮中,发现聚氨酯不起作用。在所有的试验中,发泡材料的整体密度和它相对于装药的位置是成功的关键,致密的材料被发现更加有效。

表 12.1 聚氨酯发泡材料对美国某些陆军炮烧蚀寿命的影响

弹 药	类 型	压强/MPa	初速/(m/s)	烧蚀寿命	
				标准弹药	加聚氨酯发泡材料
90mm M318	APT	358.5	914.4	700	1900
150mm M392	APDS	379.2	1478.3	200	160
120mm M358	APT	372.3	1066.8	300	700

通过边界层冷却降低膛壁温度来减少烧蚀的主要工作,是 60 年代由瑞典发明家埃克(EK)和雅可勃森(Jacobson)完成的。他们提出用一种人造纤维的内衬其中含有 45%TiO₂、53.5%石蜡、0.5%涤纶纤维、1.0%硬脂酰乙醇。这种内衬置于带有紧塞盖的药筒的前端折放在装

药上。他们还提出采用 WO_3 /石蜡作护膛剂。射击试验表明, TiO_2 /石蜡的内衬效果较好。美国在各种口径火炮上的射击结果列在表 12.2 中。可惜,护膛剂的使用并非都能成功。

表 12.2 应用 TiO_2 +石蜡护膛剂的某些实验结果外推得到的数据。

	弹 药	型 号	压力/MPa	速率/(m/s)	质量/g	不加护膛 剂发数	加护膛 剂发数
90mm	M431	HEAT-T	365.4	1204.0	124	240	2100
90mm	M353	TP-T	358.5	914.4	187	700	2100
105mm	M465	HEAT-T	399.9	1173.5	140	125	1000
105mm	M392	APDS-T	379.2	1478.3	249	100	10,000
120mm	M469	HEAT-T	282.7	1143.0	529	350	1750
175mm	M65			914.4		375	1200
155mm 榴	XM119	M30			464	700	2100

* 外推得到的数据。

美国在 105mm M68 坦克炮上,对 M392 APDS 弹药采用护膛剂显著地改善了烧蚀寿命,但是在 M490 HT 弹药中,在内膛离起始部 381mm 处出现了严重的二次磨损,这就带来了不能允许的散布精度。同样,在 105mm XM204、155mm XM185 和 203mm XM201 大射程榴弹炮中,护膛剂也没有产生理想的效果。因此,还需要在作用机理方面做进一步的研究工作,这些工作包括护膛剂的缓蚀作用原理,获得有关火炮的气体动力学方面的信息,设计适用于每种火炮系统的护膛剂外形结构。

美国武器研究和发展工程中心和弹道研究所对烧蚀机理进行了多年研究。林奇士(Lenchitz)和他的合作者采用一种特别的传感器测得:在这些护膛剂中,石蜡是减缓烧蚀的主要成分,然而 TiO_2 的加入使作用效果更加理想。实验表明,金属氧化物的热容量愈大作用效果也愈大。毕加特(Picard)等人试验了一组硅化物和氧化物,他们发现,水合硅酸镁($3\text{MgO} \cdot 4\text{SiO}_2 \cdot \text{H}_2\text{O}$)的热容量大约为 1256J/g,与热容量为 808J/g 的 TiO_2 相比,它的防烧蚀的效果更加好。滑石加石蜡的护膛性能优于 TiO_2 加石蜡,这已在很多陆军和海军炮上得到了验证。勃劳肖(Brosseau)和沃特(Ward)测量了聚氨酯和 TiO_2 /石蜡二种护膛添加物引起的膛壁附近的温度下降量。他们发现,当两种护膛剂外形长度一致并放置位置相当时对膛壁的传热量情况也差不多。海军报道了滑石护膛剂类似的观测结果。

在小口径弹药中放置护膛剂内衬相对说来是比较困难的。因此,人们努力将 1~2% 的添加物例如滑石和二氧化钛混合到发射药中。番第南(Fedyna)等人在 76.2mm M80 弹药中将 0.5% 的 MoO_3 和 CaCO_3 加到单基 1MR8138M 型火药中,分别使身管寿命从 7750 发增加到 10420 发和 15750 发。一般认为这是由于射击中形成了热绝缘表层所致。

关于添加物护膛作用机理,目前比较可取的几种解释是:(1)添加物中有机成分的蒸发,减小了沿膛壁的火药气体的温度,提供了一个冷的边界层;(2)无机微粒减少了壁面附近的湍流旋涡,像石蜡扩散剂的作用,在加热过程中是吸收能量的。在一些情况下,经历像滑石脱水这样的吸热反应;(3)在内膛表面上无机成分是热绝缘的;(4)有机成分与火药反应能够增加层流边

界层内的 CO/CO_2 的比率,因此使燃气的化学侵蚀减弱。基于上述这些考虑,应该选择比 TiO_2 和滑石热容量高的、能够吸热分解或与火药反应的无机成分作为护膛添加物。伯金汉姆(Budkingham)等人模拟了湍流粒子与边界层气体的相互作用,研究表明,即使在没有达到热弛豫的情况下,当颗粒尺寸为 $0.2\mu\text{m}$ 量级时,对烧蚀表面的热传导会明显减小。

12.6.2 低爆温火药

一般说来,爆温低的火药作功能力也小。人们一直在努力寻找一种配方的发射药,希望它具有较低的爆温但还具有较高的潜能。为了这个目的,在一些研究的配方中加入了一定量的固体硝酸如黑索金、奥克托金等。很可惜,矛盾的报道说,这些火药的烧蚀性还是很大。有证据说明,硝酸火药比爆温相同的普通火药具有更大的烧蚀性。采用固体硝酸时,磨成细粒的原料比大颗粒原料的烧蚀性大为减小。这是因为大颗粒硝酸从表面弹射出来并在表面上方燃烧,而黑索金和奥克托金单独燃烧时的火焰温度高于火药的平均爆温。膛壁与热颗粒的接触将加剧身管的烧蚀。

低爆温火药,尽管它们能量较低,但还被美国陆军和海军普遍使用。美国海军在 60 年代以前,使用 Pyro、Cordite N、M1 和 M6 一类的火药,爆温都 $2500\sim 2600\text{K}$ 。在 60 年代后期,海军在 127mm 和 203mm 火炮系统使用海军冷火药 NACO 火药,这是一种单基药,用含氮量很低的硝化纤维素为原料,含有一些冷却剂。实验表明,它的烧蚀性比 M6 火药要小。

在 M199 托韦特榴弹炮所用的 M203A1 装药中,采用了棒状的低爆温火药与护膛内衬相结合的方案。将粒状的爆温为 3000K 的 M30A1 火药换成棒状的爆温为 2600K 的 M31AE1 火药,使武器的磨损寿命从 1750 发增加到 2700 发。因为 M31AE1 能量较低,因此要求更大的装药量,只有采用棒状结构才能满足要求,棒状药具有更好的装填性能。

12.6.3 减小对膛壁的挤进压力及弹带壁面间相互作用

发射过程中,弹丸或弹带对阳线有机械撞击、磨削作用,使得阳线修平镀铬面破坏,它与钢形成低熔点的容易剥离的合金,加速了身管的烧蚀。因此,人们常常通过改进弹带设计选择更合适的弹带材料来减小膛壁间的相互作用。第二次世界大战期间显著的成果是发明了预刻弹丸或使弹丸带有预刻的弹带,即在弹丸或弹带上都预先铣了与阳线吻合的槽,这种结构仍然能采用固态润滑剂外层来减小摩擦。在 12.7mm 口径的弹道炮上所做的实验表明,润滑的钢结构预刻弹带弹丸使火炮的速度寿命增加了二倍。这种结构特别适用于镀铬身管。有报道说,将炮身镀铬技术与润滑预刻钢弹带结构相结合,在 12.7mm 口径火炮上使速度寿命及烧蚀寿命提高了 20 倍,而使精度寿命提高了 $8\sim 10$ 倍。这种技术在应用中的缺点是在发射前必须将每发弹丸或弹带的齿槽与膛线对齐,这个困难并不是不可克服的。

第二次世界大战以来,为了寻找更好的、使弹带膛壁作用减小、摩擦系数小的弹带材料,人们做了很多试验。其中一项是德国人提出来的烧结铁弹带,因为当时德国正短缺铜材。烧结铁材料在英国、加拿大和美国都被采用过,并发现能减小起始段的烧蚀,但发现在内膛下端由于磨损使烧蚀加重。

早在第一次世界大战时已经有人提出采用有机聚合物例如热塑性塑料作为弹带材料。美国海军首先在 20mm 身管上使用了尼龙弹带,发现它能有效地密闭气体并在速度高达 1042m/s 时仍能保持滑爽。在最近十年,美国在空军军械研究所的资助下,该领域的研究取得了显著

的进展。很多与弹丸有关的弹带材料、结构设计和技術都投入了使用。狄贝尔和理查德森公司的菲尔柯福特(Philco Ford)发明了一种 6/12 尼龙弹带,它的抗拉强度为 60.67MPa,剪切强度为 59.29MPa,熔点为 207~216℃,热膨胀系数为 $2.8 \times 10^{-5}/^{\circ}\text{C}$ 。该公司所制造的弹带是用尼龙 11 和尼龙 12 制造的,他们将材料注入弹丸原始沟槽表面并用感应加热结合。在 30mm GAU-9/20 身管中发射的结果是,尼龙弹带获得了 1219.2m/s 的膛口速度,而用装饰铜制的弹带只获得 1188.7m/s 的膛口速度。但是,在 20mm 火炮系统上所做的射击试验发现,尼龙 12 弹带起动压力较低,只有 75.8MPa,而铜弹带则为 96.5MPa,这样相应地使最大压力、膛口速度和射击精度都偏低。为了弥补这种情况,必须采用较薄的火药或增加装药量。美国海军早期的报告和空军的工作都表明,在 GAU-8 武器系统中,M61 火炮采用尼龙弹带后烧蚀寿命增加了三倍。与预刻弹带弹丸一样,在镀铬身管中使用塑料弹带效果更佳。塑料弹带的其它优点是能更有效地密闭高压气体,它具有较低的软化点,因此它们能浸润内膛表面减少了对膛壁的热传导。

这样的塑料弹带在 105mm 和 127mm 海军炮上也试用过,但是它对火炮的烧蚀寿命只有一点点改进。一个原因可能是这些火炮没有镀铬。为了使塑料弹带能有效地应用在大口径火炮上,它的材料和设计都必须进一步改进。弹带材料的磨损率一般与其熔点成反比,尼龙具有较低的熔点,因此它的磨损远比铜和钢材要快。由于大口径弹丸质量较大,它的尼龙弹带比小口径弹更容易变形。以上都是尼龙弹带在 127mm/54 火炮上使用性能不佳的原因。通过增加弹带宽度提高承载面可能是改进它性能的一种办法。

上述的所有塑料弹带试验结果都是在常规的膛线几何形状下得到的,这种膛线最早都是为铜弹带设计的。对于塑料弹带,应该采用其它的更佳的膛线几何形状。希利(Healy)和赫斯(Haas)对这个问题进行了大量的研究,他们通过对身管、塑料弹带和弹丸进行有限元计算机分析以及实验室试验,得到像图 12-8 所示的锯齿形膛线,在 20mm M56HE1 有塑料弹带的弹丸上获得的效果最好,它能使弹带和炮膛表面间的应力最小而获得的力矩最大。射击结果表明,在装药情况相同时锯齿形结构膛线可以获得更高的膛口速度。在这个方面,还需要做更深入的工作。

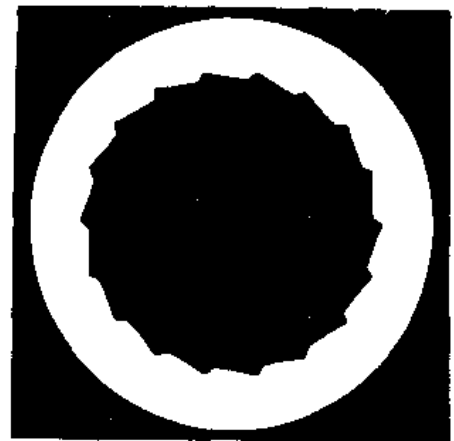


图 12-8 锯齿形膛线外观图

12.6.4 耐烧蚀材料

自从 19 世纪克罗帕成功地用钢铸造身管以来,钢一直是所有种类火炮的最好材料。通过热-机械处理,它在结构上可得到进一步完善。实际上,火药配方的发展对钢的性能也提出要求,例如它的熔点、抗氧化性和机械性能等。在第二次世界大战以前,人们认为钢材能够满足火炮常规弹道的要求,后来随着膛口速度、射程和发射速率的提高,需要采用更大的装药量和更高爆温的火药。钢在高温下机械性能下降,必须在钢身管内加上防护衬套或熔点高于钢的金属镀层。大战期间,人们在发展高性能身管材料方面做了系统的研究。许多合金被筛选,新的品种被试制,各种试样被放到火药中燃烧,并在烧蚀喷管和实弹试验中进行考验,对于身管材料、衬管材料和镀层材料的特性要求概括在表 12.3 中。当然还有其它方面的一些要求如成本低、

容易加工等。

表 12-3 身管、内衬和镀层对材料特性的要求

	身管	内衬	镀层
熔点	高, $>1500^{\circ}\text{C}$	高, $>1500^{\circ}\text{C}$	高, $>1500^{\circ}\text{C}$
高温下屈服强度	高	高	高
弹性模量	高	与外管材料相当或稍低	与基质材料相当或稍低
抗冲击强度	高	高	高
热硬度	适当高	适当高	适当高
对火药燃气的化学惰性	高, 除非采用防烧内衬或镀层	高	高
热膨胀系数	低	与外管相当	与基质材料相当
热传导性能	高	低	低
比热	高	低	低
与弹带材料的反应	惰性	惰性	惰性
相变	无	无	无

对于单层身管来说,希望材料具有高的导热性和比热,低的热膨胀系数和高的弹性模量。这样,在射击时使受弹带挤压和气体高压造成的炮膛直径增长变得最小。然而,对于内衬和镀层来说,要求材料的这些参量与外管或基质材料相当。

早期在抗烧蚀材料研究方面取得的主要进展是发明了一种钨铬钴硬质合金,该材料具有出色的耐烧蚀性、很好的热硬度和延展性,并容易加工。这种材料目前仍被用在机关炮身管中。它的主要缺点是熔点相对较低(1280°C),当采用热的双基药(20%硝化纤维素)时,这种材料因表面熔化而失效。

铬是另一种优秀的耐烧蚀材料,它的熔点很高,但很脆,各种增加它延展性的努力都未成功。有人曾经配制并试验了一系列铬基的合金,其中最好的一种是 Cr-25Fe-15Mo,它具有非常好的抗烧蚀性。用热压法将这种合金的衬管装在 12.7mm 口径钢身管内,在射击 3800 发后被证明,它比钨铬钴硬质合金更好。

在优化耐烧蚀材料的镀复工艺方面,人们也做了相当多工作。最引人注目的材料还是铬,可以采用便宜的电镀工艺得到应用,并与钢结合很好。射击过程中由于燃烧和挤压,会使铬镀层脆变并龟裂。热的火药气体侵入龟裂缝,腐蚀下层的钢基,最后使炮膛逐渐破坏。镀铬身管实际破坏的程度有时比没有镀铬时更加严重。镀层应有足够厚度,如 0.127~0.254mm,防止过多的热量传到基质中。实践证明,将短的钨铬钴硬质合金内衬与衬管前的镀铬结合起来,会使身管的有效寿命大大提高。

50 年代,身管材料的研究没有新的进展,首先是没有大战,研究缺少紧迫感,其次是引进了 TiO_2 加石蜡护膛剂后,人们以为烧蚀问题已经解决。60 年代以后,很多高强度钢、钴镍基的高熔点合金被用于防烧蚀。采用烧蚀传感器对钨、钼、钽、铌、钨、钨合金所作的研究表明,钨合金是最好的, Ta-10W 合金其次。凡赛劳(Vassallo)在 75mm 高初速加农炮(膛压 413.7MPa)上研究了十四种材料,在这些材料中 Ta-10W 和钴-1%钨合金比钨钼合金有显著的优点。

70 年代早期,美国沃特福特兵工厂在小口径和大口径火炮上对铬、钴、Co-Re、Co- Al_2O_3 合金的镀层进行了研究。发现 Cr-(Co- Al_2O_3)双重镀层是有效的。在 105mm M68 炮上的研究表

明,0.254mm 铬比 0.127mm Co-Al₂O₃ 更好,而且,从起始段到 0.9m 处进行部分镀复与全身管镀铬同样显示了能消除内膛磨损的效果。

可选作钢身管内衬或镀层的耐烧蚀高熔点金属及其合金通常可分为两类:①弹性模量高于钢材的,如铬、钼和钨;②弹性模量低于钢材的,如钽、钴。对于第一类材料,所有金属在烧蚀衬套试验中都很好,但实际用作身管内衬或镀层时,它们常常因龟裂而失效。对于第二类材料,钴合金在烧蚀衬套试验中没有钽合金好,将它们用在身管中都能提高寿命。产生上述现象的原因是,第一类材料由于弹性模量较高,在射击过程中承受了比钢外套更大的应力。如果这些材料不能有效地将负荷传给外套,像铬和钨就会产生龟裂。钼的内衬是锻制而成的,由于各向异性,它的横向强度较差,在燃烧和挤压作用时,也会发生龟裂。在某些常规火炮中,铬镀层取得部分成功的原因是,电镀层具有微龟裂和夹渣,使它的弹性模量接近钢的数值。在任何情况下,高弹性模量的难熔合金在压应力的作用下可以减小龟裂。某些高熔点的陶瓷像氧化物或碳化钨具有很好的抗烧蚀性能,但是它们容易龟裂。只有通过施加所需的压应力,才有希望有效地应用这些比高熔点金属合金便宜得多的材料。陶瓷材料对应力集中和裂缝特别敏感的问题也是必须首先解决的。第二类材料中钽和钴合金的弹性模量小,它们的镀层或内衬能有效地将应力传给外套。此外,这些材料相对容易延展,因此不太具有龟裂的倾向,使它们成了可供选择的优秀的内衬材料。

该问题的另一方面是,为了使镀层或内衬有效地抵抗弹带的挤压,在膛内温度升高时材料应该具有适当的硬度。美国贝纳特(Benet)武器实验室所做的各种材料热硬度性能数据表示在图 12-9 中。钨铬钴硬质合金在 250℃ 时仍然保持它的硬度,这个温度比炮钢保持硬度的温度高。高熔点合金像 Ta-10W 和 TZM 在超过 1000℃ 时仍然能保持它们的热硬度,因此这些合金在超高速和速射火炮中具有很大的防烧蚀潜力。在实际应用中还需解决制造工艺和镀层技术的具体问题。由于难熔合金比钢的价钱贵得多,一般只将它们做成内衬或镀层。例如钼的价格大约 110 美元/kg,这种材料即使用作内衬还是造价太贵,因此只可用作管壁的镀层,为此必须发展相应的镀复工艺,如化学蒸汽沉积法、熔盐电解法等。

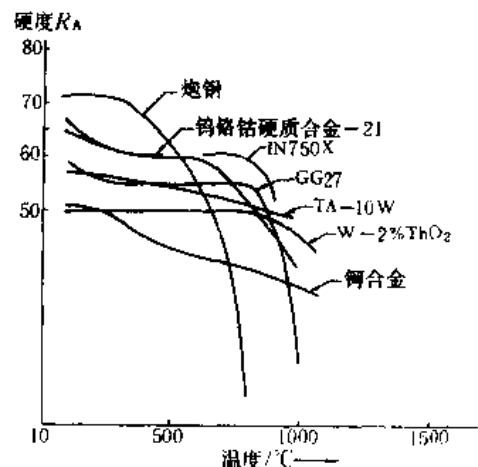


图 12-9 利用改进的洛氏硬度计
获得的一些材料的热硬度数据

参考文献

- [1] Ahmad I. The Problem of Gun Barrel Erosion; An Overview. Gun Propulsion Technology, edited by Stiefel L., AIAA, 1988.
- [2] Ebihara W T and Rorabaugh D T. Mechanisms of Gun-Tube Erosion and Wear. Gun Propulsion Technology, Edited by Stiefel L., AIAA, 1988.
- [3] Bannister E J. Thermal Theory for Erosion of Guns by Propellant Gases. Proceedings of the Tri-Service Gun Tube Wear and Erosion Symposium, edited by Ahmad I and Picard J P., Watervliet Arsenal, Watervliet, NY, Fed. 1970.
- [4] Nijler A and Birkmire R. Compositional Changes in Gun Steel Surfaces due to Erosive Propellant Burn. Proceedings of the Tri-Service Gun Tube Wear and Erosion Symposium, edited by Ahmad I and Picard J P., AD- A046606, Picatinny Arsenal, Dover, NJ, March 1977.
- [5] Stobie I C and Ward J R. Role of Surface Oxide on Gun Barrel Wear. Proceedings of the Tri-Service Gun Tube Wear and Erosion

Symposium, edited by Ahmad I. Picarel J P and Bracuti A, Picatinny Arsenal, Dover, NJ, 1982.

- [6] Birkmire R and Niller A. Applications of the Radioisotope Wear Measurement Technique, Ballistic Research Laboratory Tech. Rept. ARBRL-TR-02075, AD-A05837, June 1978.
- [7] Bracuti A J. Wear — Reducing Additives — — Role of the Propellant. Gun Propulsion Technology, edited by Stiefel L., AIAA, 1988.
- [8] Brown W R, Fisher E B, Sudlik D J and Vassallo F A. Performance of 20mm Ablative Ammunition, Tech. Rep. AFATL-TR-71-164, Dec. 1971.
- [9] Dickenson D A and McLennan D F. Improvement of Firing Accuracy and Test Effectiveness of Gases Through the Use of Urethane Foams. Journal of Cellulose Plastic, 1968.
- [10] Alkidas A E, Summerfield M and Ward J R. A Survey of Wear Reducing Additives and of the Mechanisms Proposed to Explain their Wear Reducing Action. BRL-MR-2605, Aberdeen Proving Ground, MD. Ballistics Research Labs. 1976.
- [11] Ek S Y, Jacobson D E. U. S. Pat. 3148620, Sept. 1966; U. S. Pat. 3362328, Jan. 1968; U. S. Pat. 3397636, Aug. 1968.
- [12] Lenchitz C and Sylvester G. A Study of the Erosion Process Using Group IV Oxide. Picatinny Arsenal Tech. Mem. 1869, Dec. 1968.
- [13] Picard J P and Ahmad I. Proceedings of the Triservice Symposium on Gun Barrel Wear and Erosion. ARRADCOM, Dover, NJ, 1977.
- [14] Brousseau T L and Ward J R. Reduction of Heat Transfer to Gun Barrels by Wear Reducing Additives. BRL Memo. 2464, March 1975.
- [15] Buckingham A C. Modelling Particulate Additive Influences and Transport at Gun Barrel Walls. JANAF Propulsion Meeting, CPIA, Johns Hopkins Univ., Laurel, MD, 1980.
- [16] Larson W C, Steidley R B, Bilsbury S J and Heiney O K. Development of a Plastic Rotating Band for High Performance Projectiles. AFATL-TR-74-106, 1974, Air Force Armament Lab., Eglin AFB, FL.
- [17] Healy J T and Haas D P. Optimum Rifling Configuration for Plastic Rotating Bands. AFATL-TR-75-153, Nov. 1975.
- [18] Vassallo F A. Heat Transfer and Erosion in ARES 75mm HV Cannon. Calspan Corporation, Buffalo, NY, Calspan Tech. Rept. BL-564-D-1, Oct. 1975.